亜音速非平衡ディスク形MHD発電機内の 流れと発電性能

学生員 名 原 啓 博 (東京工業大学)
正 員 小 林 宏 充 (科学技術振興事業団)
正 員 奥 野 喜 裕 (東京工業大学)
正 員 梶 島 成 治 (東京工業大学)

Effects of Fluid Flow on Performance of Subsonic Nonequilibrium Disk MHD Generator

Yoshihiro Nabara, Student Member (Tokyo Institute of Technology), Hiromichi Kobayashi, Member (Japan Science and Technology Corporation(JST)), Yoshihiro Okuno, Member, Shigeharu Kabasima, Member (Tokyo Institute of Technology)

Fluid flow and performance of a nonequilibrium disk MHD generator with subsonic flow are examined with time-dependent r-z two dimensional numerical simulations. It is found that the development of boundary layer is enhanced with the increase in the load resistance, which is also observed in a supersonic generator. The development of boundary layer affects not only the generator performance but also thermal input to the generator in contrast with a supersonic generator. These facts leads to considerable departure from the performance predicted by quasi-one dimensional simulation, and suggests that the two-dimensional design of generator channel with the consideration of the development of boundary layer should be required to realize a high performance subsonic generator.

キーワード：非平衡 MHD 発電、ディスク形発電機、亜音速二次元流れ、境界層、動作特性

1. ま え が き

次世代大容量高効率発電の1つとして期待されている非平衡 MHD 発電に関する研究においては、これまで超音速発電機を対象として数多くの実験が行われ、高いエンタルピー抽出率や断熱効率が実証されるとともに更なる高性能化に対する指針が示されている⁽¹⁾⁽²⁾。亜音速発電機では、高磁束密度が要求される⁽³⁾が、緻密な設計を必要とする超音速ノズルや超音速、遷音速ディフューザーを必要とせず、超音速発電機に比べて流体力学にかなりの制約が緩和されると考えられるので、それらを総合的に考慮した場合、亜音速発電機は超音速発電機を超える性能を持つ可能性がある。

著者らはこれまで準一次元計算によって基礎的な動作特性について調べ、高性能な亜音速発電機の実現可能性について検討してきた。まず、定常準一次元計算によって発電電流路形状の設計を行い⁽³⁾、高磁束密度の下では超音速発電機に匹敵する性能を持ち得ることを明らかにした。次に非定常計算によって、入口静圧と入口静温、出口静圧を固定する境界条件のもとでの動作特性を調べ、負荷抵抗の変化

に伴って熱入力に変化することなど⁽⁴⁾を明らかにした。このような熱入力の変化は、超音速発電機では見られない亜音速発電機の特徴の一つである。さらに、システムを運用する上で重要となる部分運転時の発電性能を調べた⁽⁵⁾。部分負荷運転では、入口全温と入口出口全圧比を固定し、熱入力(質量流量)を変化させることを想定した。その結果、熱入力を定格値の25%まで下げても効率低下しないことなどが明らかになった。しかし、既に超音速発電機に関するシミュレーションによって指摘されているように、電離不安定性や境界層の発達・剥離などの発電性能への影響については、それぞれ r- θ および r-z 二次元計算により調べる必要がある。

そこで、本論文では境界層の発達などの流体力学的な現象が発電性能にどのような影響を及ぼすのかを調べるため、亜音速発電機を対象として θ 方向の一様性を仮定した非定常 r-z 二次元数値シミュレーションを行い、流れの様子を明らかにするとともに電圧-電流特性や発電機内の諸量の分布などを、準一次元計算で得られた結果との比較を交え、検討することを目的とした。ただし、 θ 方向の一様性を仮定しているので、諸量が θ 方向に非一様となるような条件に

おいては性能評価が不確かになる。

2. 基礎方程式と計算条件

〈2・1〉 基礎方程式と計算手法 本研究では非平衡プラズマを記述する方程式として流体近似による2温度モデルのMHD方程式⁽⁶⁾を用い、これにMaxwell方程式と状態方程式を併せて解いた。以下に、ここで用いた電子系及び重粒子系の方程式を示す。なお、変数などの記号は一般に使用されているものを用いた⁽⁶⁾。

(1) 電子系方程式

(i) 電離式

$$\frac{\partial n_i^+}{\partial t} + \nabla \cdot (n_i^+ \vec{u}) = \dot{n}_i^+ = k_{fi} n_e n_i - k_r n_e^2 n_i^+ \quad (1)$$

$$n_e = \sum_i n_i^+, \quad (i = \text{Seed, Noble Gas})$$

(ii) 一般化されたオームの式

$$\vec{j} + \frac{\beta}{|\vec{B}|} \vec{j} \times \vec{B} = \sigma (\vec{E} + \vec{u} \times \vec{B}) \dots\dots\dots (2)$$

(iii) エネルギーの式

$$\frac{|\vec{j}|^2}{\sigma} = 3n_e k(T_e - T_g) \sum_h \frac{m_e}{m_h} \nu_{eh} + \sum_i \dot{n}_i^+ \left(\frac{3}{2} k T_e + \epsilon_i \right) \dots\dots\dots (3)$$

$$(h = \text{Seed, Noble Gas, Ion})$$

(2) 重粒子系方程式

(i) 連続の式

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u}) = 0 \dots\dots\dots (4)$$

(ii) 運動量の式

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \vec{u}) + \nabla \cdot (\rho \vec{u} \vec{u}) = -\nabla p + \nabla \cdot \tau_{ij} + \vec{j} \times \vec{B} \quad (5)$$

(iii) エネルギーの式

$$\rho \left[\frac{\partial (c_v T_g)}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla (c_v T_g) \right] = \frac{|\vec{j}|^2}{\sigma} + \nabla \cdot (k \nabla T_g) + \Phi - p \nabla \cdot \vec{u} \dots (6)$$

式(1)の k_{fi} 、 k_{ri} は、それぞれ*i*粒子の三体再結合速度係数と電離速度係数である(*i*粒子とはシードおよび希ガス原子である)。三体再結合速度係数は、Hinnovらの式(7)を用いた⁽⁷⁾。また電離速度係数は、サハの平衡定数と三体再結合速度係数の積により求められる。

$$k_r = 1.09 \times 10^{-20} T_e^{-9/2} \dots\dots\dots (7)$$

式(5)の τ_{ij} は粘性応力テンソル、式(6)の Φ は散逸関数を表す⁽⁸⁾。粘性係数 μ および熱伝導率 k は、それぞれ分子粘

表1 発電機の運転条件

Table 1. Working conditions of subsonic disk generator.

作動気体	He - K
熱入力	20.00 [MW]
シード率	2.0×10^{-5}
負荷抵抗	7.0 ~ 30.0 [Ω]
入ロスワール比	0.0
磁束密度	10.0 [T]
入口全温	2000 [K]
入口全圧	2.0 [atm]
出口静圧	0.415 [MPa]

性係数 μ_m と乱流粘性係数 μ_T の和、分子熱伝導率 k_m と乱流熱伝導率 k_T の和として表した。 μ_m, k_m はSutherlandの式を、 μ_T, k_T は乱流モデルのBaldwin-Lomaxモデル⁽⁹⁾を用いて求めた。式(1)、(4)~(6)をr-z座標系から ξ - ζ 物体適合座標系へ変換し、これらの方程式を一般座標系に拡張したCIP法⁽¹⁰⁾を用いて解いた。また、式(2)とMaxwell方程式から導かれる楕円型方程式を有限差分法で離散化し、共役勾配法の一つであるBi-CGSTAB法⁽¹¹⁾を用いて解いた。また、非線形代数方程式である式(3)は二分法を用いて解いた。

〈2・2〉 対象とする発電機と計算条件

本研究で対象とする亜音速ディスク形発電機の運転条件および形状をそれぞれ表1、図1に示す。本研究では、境界層の厚さが発電機高さに比べて薄く、主流部がはっきり存在するような発電機で、しかも現在の計算機の能力において十分な解析が可能な大きさの発電機を念頭において、表1に示すように、その熱入力を20MWとした。発電回路形状は、電子温度が発電機内の全域で5000 K、エンタルピー抽出率が約30%となるように定常準一次元MHD方程式⁽¹²⁾を解くことにより求めた。計算に用いた格子点数は(r,z)=(123,41)で、 $\Delta r = 2\text{mm}$ として計算を行った。z方向の格子については、境界層をより定量的に扱うために壁面への格子の引き付けを行い、壁面からの第一格子幅を $\Delta z = 0.5\text{mm}$ 以下にした。なお、CFL条件から $\Delta t = 0.05\mu\text{sec}$ とした。ここでは、準一次元計算により得られた発電機入口(r=112.3mm)、出口半径位置(r=314.3mm)に対して、アノードはより上流側に、カソードはより下流側にそれぞれ2mmの幅をもって設置されているものとした。計算領域は、重粒子系諸量に関してはノズル入口(r=72.3mm)からカソード下流端(r=316.3mm)まで、電子系諸量に関してはアノード上流端からカソード下流端までとした。本計算ではアノードを設置している半径位置において電子温度を5000Kと仮定し、荷電粒子密度はその温度でのサハ平衡値で与えた。またノズル内ではローレンツ力は作用しないものとした。

〈2・3〉 境界条件

(1) 入口境界 入口境界条件に関しては、全圧、全温を表1に示す値に固定し、境界の内側の点から速度によるリーマン不変量を補間することで、半径方向流速、静圧、静温を求めた。ただし、円周方向流速

図 1 発電機形状

Fig. 1. Shape of generator.

はゼロとした。

(2) 壁面境界 壁面条件は重粒子系諸量に関して nonslip 条件を与え、電子系に関しては壁面方向に 0 次外挿した。

(3) 出口境界 出口境界条件は特性曲線法によって与え⁽⁴⁾⁽¹³⁾、静圧を表 1 に示す値に固定し、静温、半径方向流速、円周方向流速、荷電粒子密度に関しては特性方程式によって外挿した値を用いた。

また、電位 ϕ に関する楕円型方程式の境界条件は、アノード上で電位 $\phi = 0$ 、カソード上で電位 $\phi = V$ (V は発電機で誘起されるホール電圧)、絶縁壁上で壁に電流が流入しない条件 (壁と垂直方向に等電位) で計算した。

3. 結果と考察

非定常 r - z 二次元計算および非定常準一次元計算によって得られた電圧-電流特性を図 2 に、負荷抵抗に対するエンタルピー抽出率と断熱効率を図 3 に、負荷抵抗に対する熱入力を図 4 にそれぞれ示す。ただし、図 2 と図 3 に示した準一次元計算結果において、負荷抵抗が 9Ω より低くなると流れが非定常になり、各値はある程度の変動の幅をもつ結果が得られたが、特に図 3 において不明瞭になるので平均値のみを示して変動幅の図示を省略した。ここではまず本論文の主題である r - z 二次元計算の結果について説明し、後に準一次元計算との比較について述べる。

r - z 二次元計算では全圧が z 方向に分布を持つので、断熱効率を算出するときに用いる出口全圧の評価方法が問題になるが、本研究では質量流量で重みをつけて平均した出口全圧⁽¹⁴⁾を用いることにした。図 2 から、ほぼ直線状の電圧-電流特性になっていることがわかる。また図 3 からわかるように、 9Ω が最適負荷抵抗で、そのとき断熱効率は 70% 程度、エンタルピー抽出率は 25% 程度になっている。エンタルピー抽出率が負荷抵抗の変化に対してあまり変化しないのは、負荷抵抗を変化させると発電出力が変化するが、そのとき図 4 からわかるように熱入力も同時に変化するためである。このように負荷抵抗の変化に応じて熱入力

図 2 電圧-電流特性

Fig. 2. Voltage-current characteristics.

図 3 負荷抵抗に対するエンタルピー抽出率 (E.E.) および断熱効率 (I.E.)

Fig. 3. Enthalpy extraction ratio and isentropic efficiency against load resistance.

図 4 負荷抵抗に対する熱入力

Fig. 4. Thermal input against load resistance.

が変化するの、先に述べたように流れがチョークしない亜音速 MHD 発電機の特徴である⁽⁴⁾。一方、負荷抵抗の変化に対して断熱効率は比較的大きく変化する。これは後述するように、低負荷側では非定常な放電が生じて流れは非定常になって効率が低下すること、高負荷側ではジュール損失が大きくなって効率が低下することによる。

次に、発電機内の諸量の分布について検討する。ここで

図5 負荷抵抗 (a) 7Ω 、(b) 9Ω 、(c) 30Ω における諸量のマッハ数および電子温度の分布 (左: r - z 平面、右: 主流)

Fig. 5. Distributions of Mach number and electron temperature at (a) 7Ω , (b) 9Ω , (c) 30Ω . (left: r - z plane, right: main flow)

は、最適負荷抵抗である 9Ω 、低負荷抵抗の 7Ω 、高負荷抵抗の 30Ω の各場合について議論する。図 5(a)~(c) に、各負荷抵抗におけるマッハ数および電子温度分布を示す。ここで、左側は r - z 平面での分布を示し、右側は主流の半径方向分布（実線）、各半径位置で z 方向に算術平均した半径方向分布（破線）、準一次元計算での半径方向分布（一点鎖線）を示している。なお、二次元分布をより明瞭にするため、等高線も併せて示した。また、図 6 に半径 250mm におけるマッハ数の z 方向分布を示す。図 5(a)~(c) のマッハ数 r - z 平面分布および図 6 から、超音速発電機と同様に⁽⁸⁾ 負荷抵抗が高くなるほど境界層が厚くなることがわかる。図 5(a) から、 7Ω では出口付近で主流は超音速になり、境界層は剥離してその領域は急に厚くなっていることがわかる。これは、対象とした発電機が出口付近で急拡大する断面積をもつことによるものと考えられる。この剥離は最適負荷抵抗 9Ω のときでも出口付近で生じており、断熱効率の低下の原因の一つになっているものと考えられる。一方、 30Ω の場合は発電機内全域で亜音速になっており、流れが遅いので出口で剥離することなく境界層は厚いものの緩やかに発達している。一方、電子温度の r - z 平面分布から、電子温度はほぼ z 方向に一樣になっており、超音速発電機と同様に⁽⁸⁾ 一次元的であることがわかる。アノードでは電子温度を 5000K に固定しているが、 7Ω および 9Ω の場合、アノード下流端直後では電子温度が 4000K 程度まで低くなっている。放電は負荷抵抗 9Ω では安定であるが、 7Ω 以下になるとジュール加熱が不足して非定常な挙動を示す。そのとき生じた低い電子温度（ 3000K 程度）の波は図 5(a) に示すように下流に向かって断続的に流れていき、発電性能は低下する（図 3 参照）。また、 7Ω と 9Ω の場合はカソードの手前に電子温度が低い領域（最も低い領域で 2000K 程度）が定常的に存在する。これは、図には示していないが、それぞれ半径 280mm 、 300mm 付近でファラデー電流密度 j_θ が負値から正値に変化し、その間は j_θ の絶対値が小さくなってジュール加熱が減少することによる。 30Ω の場合は発電機入口においても電子温度は高く、発電回路全域で j_θ が負値になっているので、カソード手前での低い電子温度領域は存在しない。

最後に r - z 二次元計算と準一次元計算の結果を比較する。ただし、ここで示した準一次元計算では境界層排除厚さは考慮していない。これは、準一次元計算を行う場合、境界層排除厚さを考慮する方がより望ましいが、ディスク内の MHD 流れにおける境界層排除厚さを正確に与えるためには、少なくとも 2 次元の境界層方程式を解く必要がある⁽¹⁵⁾ ことによる。図 2 からわかるように、 r - z 二次元計算は準一次元計算に比べて得られる発電出力が低い。また図 5 の右図から、 7Ω および 9Ω のとき、準一次元計算では発電回路内で超音速、出口付近で衝撃波を介して亜音速になっているのに対し、 r - z 二次元計算では出口近傍の主流部を除いて亜音速が維持されていることがわかる。これらは、図 4 からわかるように、準一次元計算に比べて r - z 二次元計算

図 6 半径 250mm におけるマッハ数の z 方向分布

Fig. 6. Distribution of Mach number at $r = 250\text{mm}$, along z -direction.

では熱入力、すなわち（ここでは入口全温を固定しているので）質量流量が小さいことに起因する。これは、準一次元計算に比べて境界層の存在によって実効的な断面積が小さくなり、流路が狭くなったことによるものと考えられる。また図 5 から、特に全域で亜音速となる 30Ω の場合、 r - z 二次元計算では主流部は加速しているのに対して、準一次元計算では減速している。これは、 r - z 二次元計算では下流に行くにしたがって境界層が厚くなり、実効的な断面積が減少するので、主流は加速する傾向をもつことによる。ただし、下流に行くほど境界層の割合が増えるので、各半径位置で z 方向に対して平均した分布と準一次元計算結果は近いものになっている。また図 5 に示したように、このような流体系諸量の違いに伴って電子温度にも r - z 二次元計算と準一次元計算で違いが現れる。また r - z 二次元計算は準一次元計算に比べて、最適負荷抵抗でエンタルピー抽出率は約 5%、断熱効率は約 10% 低くなった。これは、熱入力が低下したことに加え、出口付近で境界層が剥離したことが原因と考えられる。このことは、亜音速 MHD 発電機においては、境界層による実効的な断面積の変化だけでなくそれに伴って熱入力も変化するので、発電機的设计に関して定常準一次元計算によるものでは不十分であり、境界層を考慮した設計が必要であることを示している。

4. む す び

非定常 r - z 二次元数値シミュレーションにより、亜音速ディスク形非平衡 MHD 発電機の r - z 平面内での諸量の分布を明らかにし、様々な負荷抵抗値に対する発電性能を検討した。その結果、次のことが明らかになった。

(1) 亜音速発電機では従来の準一次元計算でも明らかにされているように、負荷抵抗の変化により熱入力も変化する（熱入力を固定すると入口全圧が変化する）が、 r - z 二次元計算で境界層を考慮すると単にその影響だけで性能が変化するだけでなく熱入力も変化するので、得られる性能の一次元計算結果からのずれは比較的大きく、高性能な発電機を得るためには境界層を考慮した設計が必要である。

(2) 本研究で対象とした発電機では、最適負荷抵抗において放電は安定しているが出口近傍で境界層の剥離が生じ、低負荷抵抗になると剥離に加えて非定常な放電構造が生じる。一方、高負荷抵抗では超音速発電機と同様に境界層は厚くなるが、剥離は生じず、安定な放電が維持される。

本研究により、高効率な超音速非平衡 MHD 発電機を設計するためには境界層を考慮した設計計算⁽¹⁶⁾を必要とすること、また低負荷抵抗時に生じた非定常な放電を議論するために、 $r-\theta$ 二次元もしくは 3 次元計算を必要とすることが示唆された。なお、超音速発電機の優位性を明確にするためには、ディフューザ部を含む超音速発電機との性能比較が必要である。いずれも今後の課題である。

(平成 10 年 11 月 5 日受付, 同 11 年 3 月 18 日再受付)

文 献

- (1) S.Kabashima and H.Yamasaki: "Recent progress in closed cycles nonequilibrium MHD power generation", *Proc. of 12th int. conf. on MHD electrical power generation*, 1, 1~15 (1996)
- (2) Y.Okuno, et al.: "Closed cycle MHD power generation experiments with FUJI-1 blow-down facility", *Proc. of 12th int. conf. on MHD electrical power generation*, 1, 155~164 (1996)
- (3) 奥野喜裕・他: 「超音速ディスク型非平衡 MHD 発電機の実現可能性」, 電学論 B, 110, 603~608 (平 2-7)
- (4) 小林宏充・他: 「超音速ディスク形 CCMHD 発電機の電圧-電流特性」, 電学論 B, 118, 302~307 (平 10-3)
- (5) 名原啓博・他: 「超音速ディスク形 CCMHD 発電機の部分負荷運転特性」, 電学論 B, 118 1041~1046 (平 10-9)
- (6) M.Mitchner and C.H.Kruger: *Partially Ionized Gases*, 192, John Wiley and Sons, New York (1973)
- (7) Hinnov E. and Hirschberg J., "Electron-Ion Recombination in Dense Plasmas", *Physical Review*, Vol.125 No.3, pp.795-801, (1962)
- (8) T.Suekane, et al., "The effects of boundary layer phenomena on the performance of disk CCMHD generator", *IEEE Trans. on Plasma Sci.*, 23, 1, 97~102 (1995)
- (9) B.Baldwin and H.Lomax: "Thin-Layer Approximation and Algebraic Model for Separated Turbulent Flows", *AIAA Paper*, AIAA-78-257 (1978)
- (10) T.Yabe and T.Aoki: "A universal solver for hyperbolic equations by cubic-polynomial interpolation I. One-dimensional solver", *Comput. Phys. Commun.*, 66, 219~232 (1991)
- (11) H.A.Van der Vorst, "Bi-CGSTAB: A fast and smoothly converging variant of Bi-CG for the solution of nonsymmetric liner systems", *SIAM J. Sci. Stat Comp.*, 13, No.2, 631~644 (1992)
- (12) Y.Okuno, et al.: "Comparative studies of the performance of closed cycle disk MHD generator using argon, helium and argon-helium mixture", *Energy Convers. Mgmt*, 24, 3, 345~353 (1985)
- (13) C.Hirsch: "Numerical Computation of Internal and External Flows", 2, Chap.19, John Wiley and Sons, New York (1988)
- (14) 前田哲彦・他: 「ディフューザ形状と背圧のディスク形 MHD 発電機性能に与える影響」, 電学論 B, 119 (平

11-1)

- (15) H.Matsubara, et al.: "Design of helium-driven MHD disk generators with high performance", *Energy Convers. Mgmt*, 30, 1, 55~67 (1990)
- (16) 乾義尚・他: 「超音速非平衡ディスク形 MHD 発電機の境界層を考慮した 2 次元設計計算」, 電学論 B, 118 767~774 (平 10-7/8)

名 原 啓 博 (学生員) 昭和 50 年 7 月 5 日生。平成 10 年 3 月東京工業大学機械宇宙学科卒業。同年 4 月より同大学大学院総合理工学研究科創造エネルギー専攻修士課程進学、現在に至る。

小 林 宏 充 (正員) 昭和 46 年 3 月 11 日生。平成 6 年 3 月東京工業大学応用物理学卒業。8 年 3 月同大学大学院総合理工学研究科エネルギー科学専攻修士課程修了。10 年 3 月同大学院総合理工学研究科創造エネルギー専攻博士課程修了。同年 4 月科学技術振興事業団研究員、現在に至る。

奥 野 喜 裕 (正員) 昭和 34 年 5 月 4 日生。昭和 57 年 3 月九州工業大学電気工学科卒業。昭和 62 年 3 月東京工業大学大学院総合理工学研究科エネルギー科学専攻博士課程修了。同年 6 月長崎大学助手、63 年 4 月佐賀大学講師、平成元年 4 月同助教授、6 年 4 月東京工業大学大学院総合理工学研究科エネルギー科学専攻助教授、現在に至る。主として電磁流体力学、プラズマ工学に関する研究に従事。

梶 島 成 治 (正員) 昭和 14 年 7 月 30 日生。昭和 39 年 3 月九州大学大学院修士課程修了。同年 4 月東京工業大学理学部助手、55 年 2 月同大学院総合理工学研究科エネルギー科学専攻助教授、63 年 4 月同教授、現在に至る。主として、非平衡 MHD 発電、プラズマ物理に関する研究に従事。