拡張DPアルゴリズムに基づく 地域冷暖房システム最適計画手法の開発

正 員 馬 郡 英 樹 (東電設計)
非 会 員 栗 原 茂 (東電設計)
非 会 員 木 村 三 由 (東電設計)
正 員 横 山 隆 一 (東京都立大学)

Development of an optimization method for District Heating and Cooling energy supply system by extended DP algorithm

Hideki Magori, Member (Tokyo Electric Power Services Co. Ltd)
Shigeru Kurihara, Non-member (Tokyo Electric Power Services Co. Ltd)
Mitsuyoshi Kimura, Non-member (Tokyo Electric Power Services Co. Ltd)
Ryuichi Yokoyama, Member (Tokyo Metropolitan University)

District Heating and Cooling energy supply system (DHC), which was widely spread in Japan to prevent air pollution by emission gas from boilers, has been recognized as an important district facility for supplying thermal energy as well as for saving energy and others.

This paper explored an optimization method applicable to select heating and cooling equipment in planning and designing of DHC. The proposed optimization method makes use of an extended dynamic programming (ExDP) algorithm developed by the authors, which is based on a best-mix algorithm applied to the power systems. The ExDP optimizes a nonlinear objective function under multiple linear constraints as a combinatorial problem.

Preliminary study by "ordinary" DP method resulted in showing an inevitable explosion of combinations due to the NP-hard. To cope with this difficulty, a judgement criterion to relax the combinatorial explosion was introduced by the authors. Consequently, the ExDP enabled to search an exact solution for the problem almost in real time. This means the ExDP paved a way for the optimization of the DHC problem, which had been unsolvable.

キーワード: 組合せ最適化、整数計画法、動的計画法、地域冷暖房システム

1. はじめに

諸分野での規制緩和、自由化が世界的な潮流である今日、エネルギー供給システムのあり方にも変革をもたらしつつある⁽¹⁾。特に近年のエネルギー需要は、高度情報化に伴う電力需要増加などにより、日本では年率2%程度で増え続けていると言われている(1970~1996の統計資料による)。

このような中で、電力供給サイドではエネルギー供給の諸問題を解決するための一つの方法としてコージェネレーションを採用しており、この方式は今後の政策的な見地からみても普及拡大していくものと考えられる⁽²⁾。他方、熱供給のための地域冷暖房システム(DHC)は、暖房用ボイラーからの排気による大気汚染防止を目的として普及して以来、今日では、省エネルギー、地域防災などにも効果がある地域施設として社会的な地位を築いている。

以上の背景から、著者らは、地域冷暖房システムの計画・設計において必要となる熱源機器の選定を組合せ最適化問題として解く手法の研究を行った。本稿で提案する手法は、動的計画法(DP)による電力系統のベストミックス解法アルゴリズム⁽³⁾⁽⁴⁾⁽⁵⁾がもとになっており、これに加え、著者らにより新たに開発された拡張DPアルゴリズムが採用されている。

熱源機器の最適組合せ問題とは、熱源機器の必要台数を未知変数とし、冷温熱需要を同時に満足させながら非線形の目的関数を最適化する問題である。このような多制約条件下における非線形最適化問題の一般的厳密解法として、動的計画法、非線形計画法、分枝限定法などが挙げられるが、本論文では、問題の離散性およびアルゴリズムの簡潔性を重視して動的計画法を採用している。ただし、動的計画法は解法の原理からみて大規模な問題には不向きであり、

したがって手法の検討として、事前に問題の規模と動的計画法の適用性の検証がなされており、それによると従来のベストミックス用DPアルゴリズムではNP困難より生じる組合せ爆発が不可避であることが判明した。その対策として、著者らは、最適解とならない組合せを予め予測し状態空間を縮小することによって、組合せ爆発を緩和させることのできる拡張DPアルゴリズムを考案することができた。さらに同アルゴリズムを導入することにより、これまで有効な手法がなかった熱源機器の最適組合せ問題に効率的な解法を得ることができた。

なお、本論文では解析手法の説明を主眼とするので、提案した手法の実系統への適用結果ならびに熱源機器計画の詳細内容に関しては割愛する。

地域冷暖房用の熱源機器選定においては、まず要求される冷温熱需要量と選択の対象となる熱源機器の内訳が所与のデータとして与えられていなければならない。これらの入力条件をもとに熱源機器の選定を行うための方針と手順について以下に述べる。

要求される冷温熱需要量より、1年間の冷熱と温熱の負荷持続曲線(以下、熱負荷持続曲線と略す)を作成する。この方法は電力系統の電源ベストミックス問題における負荷持続曲線の概念がもとになっており、熱負荷持続曲線を冷温熱供給量の算定用に利用することが目的である^{注1)}。

得られる。月間の熱需要データには、代表日による 24 時間の需要値と月間の持続時間が含まれているので、作成された年間・冷温熱負荷持続曲線は図 1 に示すように、それぞれ 288 個の離散値と 8760h の持続時間をもつ単調減少の階段関数となる^{注2)}。

注2) ここでは熱負荷持続曲線の一般的作成方法を記述したが、本論文では後述するように熱負荷の季節分割(夏季と夏季以外による2分割)を行っているため、実際に使用された熱負荷持続曲線は持続時間等において図1とは異なっている。

地域冷暖房用の熱源機器には、運転方法により冷熱専用型、温熱専用型、冷温熱切換型、熱回収型の4種別がある。冷熱専用型、温熱専用型はそれぞれ冷熱と温熱のみを供給するのに対して、冷温熱切換型はスイッチ切換により冷熱・温熱の一方のみを供給するように調節できる。また熱回収型は冷熱と温熱を同時に供給することができる。

(3) 熱源機器最適組合せ問題の記述

以上に述べた熱源機器の特徴と年間・冷温熱負荷持続曲線を考慮して、熱源機器選定の最適組合せ問題は次のように表現できる。

「目標単年度における年間・冷温熱負荷持続曲線および選択可能熱源機器が与えられた時、冷温熱供給制約を満たしつつ当該年度の総コスト(固定費と変動費の総和)を最小とする熱源機器のベストミックスを決定する」

この問題は非線形の組合せ問題であり、冷温熱2種類の負荷持続曲線および4種類の熱源機器の存在、特に冷温熱切換型と熱回収型の介在により、問題が複雑になる。

冷温熱2種類の熱負荷持続曲線を図1に示すように熱源機器の種別に応じた領域に分割し、最適解の解析は各領域

T. IEE Japan, Vol. 120-B, No. 10, 2000

を単位として個別に実行することとする。この領域分割による方法は、著者らの解析方針によるものである。なお各部分問題を整理すると、冷熱・温熱一方のみを取扱う専用型(冷熱専用型、温熱専用型)の問題と冷熱・温熱双方を取扱う兼用型(冷温熱切換型、熱回収型)の問題とに大別される。

(5) 最適化問題の定式化

前述した各部分問題ごとに、目的関数として総コスト、制約条件として熱供給量の充足式を設定する。この定式化に含まれる未知変数は対象機器の必要台数である。

総コストは固定費(機器価格、建設費等)と変動費(運転費)で評価するものとし、このうち変動費は変動費単価×年間熱発生量(機器出力に応じて熱負荷持続曲線を区間積分した面積)で算定する。なお変動費の季節変化を考慮するため、変動費単価と冷温熱負荷持続曲線を夏季と夏季以外とに区別している。

また、制約条件は機器出力和が熱分担容量以上となる不等式であり、その個数は専用型が1個、兼用型が2個である。ここで、機器出力は機器出力能力(所与)×機器台数であり、熱分担容量は前記部分問題への分割で得られる仮定値(理論値)である。定式化の詳細は第3章で述べる。

(6) 最適解析の実行

各部分問題に対し、拡張DPアルゴリズムによる動的計画法を適用して熱源機器の最適組合せを求める。最適解析の実行は熱負荷持続曲線の下側にある部分問題領域順に行い、その際、熱分担領域の整合性(熱分担容量の仮定値と解析値との差)を考慮する。

3. 熱源機器の最適組合せ決定手法

<3.1> 問題の定式化 ある目標年における冷温熱負荷持続曲線および熱源機器の種別と機器内訳が与えられている時、当該年度に発生するコスト(固定費と変動費の総和)を最小とする機器組合せを決定する問題は、機器種別ごとに次のように定式化される。なお以降では、冷熱・温熱の識別用として上添字 c, w を与え、その一方を示す代表記号として上添字 h を使用する。

[専用型] … 冷熱専用型、温熱専用型

$$\text{目的関数: } \sum_{j=1}^n \{ f_j x_j + v_j^h A_j^h (y_j^h, y_{j-1}^h) \}$$

$$\text{制約条件: } \sum_{j=1}^n p_j^h x_j \geq q^h \quad (h=c \text{ or } w) \\ l_j \leq x_j \leq u_j \quad (j=1 \sim n)$$

[兼用型] … 冷温熱切換型、熱回収型

$$\text{目的関数: } \sum_{j=1}^n \{ f_j x_j + v_j^c A_j^c (y_j^c, y_{j-1}^c) + v_j^w A_j^w (y_j^w, y_{j-1}^w) \}$$

$$\text{制約条件: } \sum_{j=1}^n p_j^c x_j \geq q^c \quad (\text{冷熱}) \\ \sum_{j=1}^n p_j^w x_j \geq q^w \quad (\text{温熱}) \\ l_j \leq x_j \leq u_j \quad (j=1 \sim n)$$

ここで、

$$A_j^h (y_j^h, y_{j-1}^h) = \int_D LDC_1^h(l) dl + \lambda_j^h \int_D LDC_2^h(l) dl \\ D = [y_{j-1}^h, y_j^h] \quad (j=1 \sim n) \\ y_j^h = \sum_{k=1}^j p_k^h x_k \quad (j=1 \sim n), \quad y_0^h = \text{積分開始位置(初期値0)}$$

以上で使用した記号の定義を表1、図1に示す。

表1 記号の定義
Table 1. Notations

h	: 熱区分 (冷熱 c , 温熱 w)
n	: 熱源機器の種類数 (当該機器種別)
x_j	: 機器 j の選定台数
y_j^h	: 機器 1 から j までの出力和 [MJ/h]
l_j, u_j	: 機器 j の台数範囲 (下限, 上限)
f_j	: 機器 j の固定費単価 [円]
v_j^h	: 機器 j の変動費単価 (夏季以外) [円/MJ]
λ_j^h	: 機器 j の変動費単価比 (夏季/夏季以外)
A_j^h	: 機器 j の熱発生量 [MJ]
p_j^h	: 機器 j の出力能力 [MJ/h]
q^h	: 当該機器種別の熱分担容量 [MJ/h]
LDC_1^h	: 熱負荷持続曲線 (夏季以外)
LDC_2^h	: 熱負荷持続曲線 (夏季)

この定式化は熱源機器 j の必要台数 x_j を未知変数とする離散的最適化問題であることを示しており、各 x_j に関して、制約条件は変数分離性また目的関数は演算上の分離性を有している。したがって本問題は、機器並びを段(stage)とする有限多段階決定過程に基づく動的計画法の適用が可能である。すなわち動的計画法による本問題の解法アルゴリズムは、「機器台数の上下限条件によって生じる段の状態集合(state)を最適性原理にしたがって出発段から最終段まで組合せていき、最終段の状態集合から最適解を探索する」と表現できる。

しかしながら、このアルゴリズムには段の状態数が段を追うごとに指数乗的に増大する可能性があり、特に制約条件が複雑になると、その可能性は高くなる傾向にある。したがって、本問題に動的計画法を適用するには最大状態数の推定が必要であり、そのために次節に示すモデル化による数値実験と適用性の検証を行った。

<3.2> 問題のモデル化 前節で示した本問題の定式化に対して、符号制約の解除、制約条件数の一般化(多次元化)および目的関数の変数分離化を与えた次の解析モデルを用意し、動的計画法による解法の検討を行った。

$$\text{目的関数: } \sum_{j=1}^n g_j(x_j) \Rightarrow \text{最大化} \\ \text{制約条件: } \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i \quad (i=1 \sim m) \\ l_j \leq x_j \leq u_j \quad (j=1 \sim n)$$

ここで、

x_j ($\in \mathbf{Z}$: 整数集合) は未知変数,
 n, m は未知変数と制約条件式の個数 (≥ 1),
 l_j, u_j ($\in \mathbf{Z}$) は x_j の上下限 (既知),
 a_{ij}, b_i ($\in \mathbf{R}$: 実数集合) は既知のパラメータ,
 g_j は所与の評価関数で、連続・非連続かつ線形・
 非線形を問わない任意関数とする。

ただし、目的関数の最小化問題または制約条件の不
 等号の向きが異なる問題に対しては、それぞれ -1
 を乗じて上記形式に統一するものとする。

この解析モデルに対し動的計画法の最適性原理を適用す
 ると、その解法アルゴリズムとして次に示す段の展開式が
 得られる。ここで、段 k ($k=1 \sim n$) の状態集合の要素(状態
 値)として、下記の制約条件値 y_{ik} ($i=1 \sim m$) と目的関数値 z_k
 を採用した。これらの状態値は離散変数 x_j ($j=1 \sim k$) の組合
 せの関数である。

$$\begin{cases} \text{制約条件値 } y_{ik} = \sum_{j=1}^k a_{ij} x_j & (i=1 \sim m) \\ \text{目的関数値 } z_k = \sum_{j=1}^k g_j(x_j) \end{cases}$$

段による状態値の展開式

$k=n$ の場合

$$\begin{aligned} y_{in} &= \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = y_{i,n-1} + a_{in} x_n \quad (i=1 \sim m) \\ z_n(b_1, b_2, \dots, b_m) \\ &= \max \{ g_1(x_1) + g_2(x_2) + \dots + g_n(x_n) \} \\ &\quad (D_n, l_j \leq x_j \leq u_j, j=1 \sim n, D_n = (y_{in} \leq b_i, i=1 \sim m)) \\ &= \max \{ \max \{ g_1(x_1) + g_2(x_2) + \dots + g_{n-1}(x_{n-1}) \} \\ &\quad (D_n, l_n \leq x_n \leq u_n) + g_n(x_n) \} \\ &\quad (y_{i,n-1} \leq b_i - a_{in} x_n, i=1 \sim m, l_j \leq x_j \leq u_j, j=1 \sim n-1) \\ &= \max \{ z_{n-1}(b_1 - a_{1n} x_n, b_2 - a_{2n} x_n, \dots, b_m - a_{mn} x_n) \\ &\quad (D_n, l_n \leq x_n \leq u_n) + g_n(x_n) \} \end{aligned}$$

…… $k \leq n-1$ についても同様。

ただし $y_{i0}=0$ ($i=1 \sim m$), $z_0=0$ とする。

上記展開式は、各段の状態集合をその前段の状態集合よ
 り決定する方法を示しているが、「状態集合の決定過程にお
 いて、 m 個の制約条件値がすべて同じ要素があれば目的関
 数値が最大となる要素のみを選択する」ことを意味してい
 る。したがって、段の状態集合のサイズ(状態数)は制約条
 件式から決定されることになり、その係数 a_{ij} に任意の実数
 値を許す前提のもとでは、状態数が指数乗的に増大する可
 能性をもつのは明らかである。この点は後述する数値実験
 の結果でも明らかになっている。

したがって解法を効率化する必要があり、その一手法と
 して次に示す拡張DPアルゴリズムの考案を行った。

<3.3> 拡張DPアルゴリズム 拡張DPアルゴリズム
 は、前節で示したDPの一般的解法に状態集合の縮小化を
 ねらう戦略を取り入れたものであり、組合せ爆発を緩和さ
 せることを主眼としている。

その基本的考え方は、「最終段を除く各段の全状態値に対
 し最適解になる可能性を予測し、最適解にいたらないと判
 定された状態値を各段の状態集合から取り除く」ことにあ
 る。削除可能な状態値の予測方法は、次の判定基準によっ
 て示される(証明は付録に掲載)。これは、参考文献(7)の
 改良DPアルゴリズムを多次元に拡張し、さらに一般化し
 たものである。

●判定基準

段 k ($k < n$) において状態値が2組 $(y_{ik}^l, z_k^l), (y_{ik}^u, z_k^u)$

($i=1 \sim m$) 存在するとき、

$y_{ik}^l \geq y_{ik}^u$ ($i=1 \sim m$) かつ $z_k^l \leq z_k^u$ であれば、
 (y_{ik}^l, z_k^l) は広義の意味で最適解にはならない。
 広義とは、 (y_{ik}^l, z_k^l) に対応する最終段の目的関数値
 の最大が、最適解の目的関数値に等しい場合も含む
 という意味である。

この判定基準は、前述したDPの最適性原理(同一制約条
 件値に対して目的関数値が最大のものを選択する)の自然な
 拡張になっていることを表現しているため、このままでDP
 アルゴリズムとして代替できる。したがって拡張DPアル
 ゴリズムの定式化として必要なものは、この判定基準と
 段の状態集合を決定するのに必要な次の基本演算式である。

すべての状態集合は、この基本演算と判定基準による判
 定処理を出発段より最終段まで繰り返すことにより得られ、
 最適解は最終段の状態集合の中から目的関数値が最大とな
 る状態値を探索することにより得られる。

第 k 段 ($k=1 \sim n$) の基本演算式

制約条件値:

$$y_{ik} = \sum_{j=1}^k a_{ij} x_j = y_{i,k-1} + a_{ik} x_k \quad (i=1 \sim m)$$

目的関数値:

$$z_k = \sum_{j=1}^k g_j(x_j) = z_{k-1} + g_k(x_k)$$

ここで $l_k \leq x_k \leq u_k$
 $y_{ik}^l \leq y_{ik} \leq y_{ik}^u$ ($i=1 \sim m$) とする。

y_{ik}^l, y_{ik}^u は制約条件値 y_{ik} の上下限であり、すべての制
 約条件式と各変数の上下限より次のように設定できる。

$$y_{ik}^l = \max \left(\sum_{j=1}^k l_{ij}^a, L_i - \sum_{j=k+1}^n u_{ij}^a \right) \quad (i=1 \sim m)$$

$$y_{ik}^u = \min \left(\sum_{j=1}^k u_{ij}^a, U_i - \sum_{j=k+1}^n l_{ij}^a \right) \quad (i=1 \sim m)$$

ここで、

$$l_{ij}^a = a_{ij} l_j, \quad u_{ij}^a = a_{ij} u_j \quad (a_{ij} \geq 0.0 \text{ の時})$$

$$l_{ij}^a = a_{ij} u_j, \quad u_{ij}^a = a_{ij} l_j \quad (a_{ij} \leq 0.0 \text{ の時})$$

L_i, U_i は制約条件式 i の上下限であり、

解析モデルの場合には $L_i = -\infty, U_i = b_i$ である。

また l_k, u_k は変数 x_k の所与の上下限であり、その値が明
 らかでない場合は仮定値を与える必要がある。この上下限を
 利用すると、変数 x_k の実上下限として次式を適用できる。

実下限値: $l_k^i = \max \{ l_k, \max_{(i=1-m)} (l_k^i) \}$

実上限値: $u_k^i = \min \{ u_k, \min_{(i=1-m)} (u_k^i) \}$

ここで、 l_k^i, u_k^i は制約条件式 i による変数 x_k の実上下限であり、以下のように示される。

$$l_k^i = [(y_{ik}^i - y_{i,k-1}^i) / a_{ik}]_+ \quad (\text{切り上げ})$$

$$u_k^i = [(y_{ik}^i - y_{i,k-1}^i) / a_{ik}]_- \quad (\text{切り捨て})$$

ただし $a_{ik}=0$ の時は $l_k^i=-\infty, u_k^i=\infty$ とする。

<3.4> 拡張DPアルゴリズムの検証 以上に示した拡張DPアルゴリズムを利用して、次に示す多次元ナップサック問題の数値解析実験を行った。多次元ナップサック問題は袋詰め問題として有名なものであり、解析モデルにおいて目的関数に線形の評価関数を使用したものである。

$$\text{目的関数 } z = \sum_{j=1}^n c_j x_j \Rightarrow \text{最大化}$$

$$\text{制約条件 } y_i = \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i \quad (i=1-m)$$

ここで $x_j \geq 0, a_{ij}, b_i, c_j > 0.0 \quad (j=1-n, i=1-m)$

一例として、表2に示す2次元ナップサック問題の解析結果について述べる。すなわち、この問題は10個の変数を持ち、その下限値、上限値を0,10と仮定しているので 11^{10} の組合せがある。ただし、前述した各変数 x_j の実上限値 u_j (表2)を考慮すると、組合せ数は約3.1億と算定できる。

これに対し動的計画法で解いた場合には、DPの一般解法と拡張DPアルゴリズムによる解法で、それぞれ

最終段の状態数は62828,1653となった。したがって、一般解法が組合せ爆発を起こす傾向にあり、拡張DPアルゴリズムによりその抑制効果が働いたことが明らかである。

表2 2次元ナップサック問題のデータ

Table 2. Data for a 2D knapsack problem

$n=10, b_1=2000.0, b_2=18.0$

j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
c_j	9.51	8.44	7.22	6.37	5.07	4.13	3.47	2.51	1.69	0.94
a_{1j}	427.	409.	370.	307.	261.	201.	159.	123.	82.	53.
a_{2j}	4.87	3.31	1.43	1.39	1.81	2.09	2.62	3.45	0.99	0.81
u_j	3	4	5	6	7	8	6	5	10	10

次に、拡張DPアルゴリズムによる抑制効果の特徴を示すために、次の例題で状態集合の視覚化を行った。

$$\text{目的関数 } z = 9x_1 + 14x_2 + 11x_3 + 13x_4 + 5x_5 + 7x_6 + 8x_7 \Rightarrow \text{最大化}$$

$$\text{制約条件}_1 \quad y_1 = 3x_1 + 6x_2 + 4x_3 + 7x_4 + 2x_5 + 5x_6 + 1x_7 \leq 20$$

$$\text{制約条件}_2 \quad y_2 = 1x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 2x_4 + 4x_5 + 1x_6 + 6x_7 \leq 16$$

$$0 \leq x_j \leq 2 \quad (j=1-7)$$

この例題も2次元ナップサック問題であり、状態集合の要素として制約条件値と目的関数値を考えると、最終段の状態集合は (y_1, y_2, z) で与えられる3次元状態空間の点群として表わされる。これらの点群を2つの平面 y_1-z, y_2-z に射影した様子を図2,3に示す。

図2,3で区分けされた領域の意味は下記枠内に示すとおりであり、これより、拡張DPアルゴリズムの判定基準により状態集合から取り除かれた点群(領域A)が図の右下部に集中していることがわかる。

領域A: 拡張DPアルゴリズムの判定基準により最適解にならないと予測された領域
領域B₁: 制約条件₁による状態空間外の領域
領域B₂: 制約条件₂による状態空間外の領域

図2 最終段の状態空間 (y_1-z 平面)
Fig.2. states of the last stage (y_1-z plane)

図3 最終段の状態空間 (y_2-z 平面)
Fig.3. states of the last stage (y_2-z plane)

4. 熱源機器の最適組合せ解析

以上に示した解析モデルでの検討結果を踏まえ、熱源機器の最適組合せ解析に拡張DPアルゴリズムによる動的計画法を適用した解析コードの開発を行い、実系統の設計例との比較による実証を行った。この実証シミュレーションで用いた問題の規模は、最大組合せ数で約 10^{17} であった。その結果として設計例よりも効率的な機器組合せが実時間で得られたが、本論文では解析手法の説明を主眼とするので、詳細は省く。

熱源機器の最適組合せ問題を実際に解くにあたり、解の絞り込みのための工夫を行っている。すなわち、問題領域の非有界性を避けるため制約条件式の下限とともに上限も設けたことであり、この設定により解析実行時間の大幅な向上が得られた。設定内容は、表1に示した記号定義にしたがって、以下のように制約条件のみについてする。なお、次の制約式上限 $\hat{q}^h$ は推定値ではなく理論値であり、解の絞り込みの目的のみに使用されている。

$$\text{制約条件: } \hat{q}^h > \sum_{j=1}^n p_j^h x_j \geq q^h \quad (h=c \text{ or } w)$$

ここで、

$$[\text{専用型}] \quad \hat{q}^h = q^h + \max_{(j=1 \sim n)} (p_j^h) \quad (h=c \text{ or } w)$$

$$[\text{兼用型}] \quad \hat{q}^c = \max(\hat{r}^c, \hat{r}^w / \theta^w)$$

$$\hat{q}^w = \max(\hat{r}^w, \hat{r}^c / \theta^c)$$

$$\hat{r}^h = q^h + \max_{(j=1 \sim n)} (p_j^h) \quad (h=c \text{ or } w)$$

$$\theta^c = \min_{(j=1 \sim n)} (p_j^c / p_j^w)$$

$$\theta^w = \min_{(j=1 \sim n)} (p_j^w / p_j^c)$$

以上の点を考慮して開発した解析コードのうち、拡張DPアルゴリズムによる動的計画法の適用部分を図4にフロー図として示す。

5. まとめ

本論文では、著者らが開発した地域冷暖房システム最適計画手法の理論的根拠となる拡張DPアルゴリズムの詳細を述べた。具体的には、熱源機器の最適組合せ問題の定式化を与えるとともに、その解法である拡張DPアルゴリズムによる動的計画法について解析モデルを利用して説明した。また、著者らにより考案された拡張DPアルゴリズムが、組合せ爆発を緩和させる手法として有効であることを例題を用いて検証し、かつ実系統でのシミュレーションにより実証した。

提案手法の特徴を整理すると以下のとおりである。

- (1) 年間の冷温熱負荷持続曲線を使用しているので、評価単年度に対する経済性を最適化することができる。
- (2) 熱源機器の種別に応じて最適化を行っているため、各熱源機器の効率的利用を十分に配慮可能である。また、熱源機器の種別ごとに求められた最適解は常

図4 拡張DPアルゴリズムによる解析フロー
Fig.4. Flow-chart of optimal analysis by ExDP

に全体問題としての位置づけが保持されているので、無駄なく全体問題の最適解を求めることができる。

- (3) 提案された拡張DPアルゴリズムは、削除可能な状態値を予め予測し状態空間を縮小することにより、組合せ爆発の緩和を行っている。
- (4) 検討された解析モデルは一般的な表現形式で定式化されているので、拡張DPアルゴリズムは熱源機器の最適化問題に限らず他の問題にも適用可能である。今後の課題として、より大規模な問題への応用が考えられる。

(平成12年2月23日受付)

参考文献

- (1) 横山隆一・岡田健司：「諸外国の電力市場における規制緩和の現状」電学論B, 119, 2~5, (1999-1)

- (2) 佐藤正明:「コージェネレーションとエネルギー」電気設備学会誌, 93~97, (平成 10-2)
- (3) 田辺隆也・安田恵一郎・横山隆一・大河原邦夫・諸住哲:「電源計画支援システムの開発: その 1-システム構成と適用例」電気設備学会誌, 782~787, (平成 2-10)
- (4) 安田恵一郎・田辺隆也・S.K. パフマン・横山隆一:「電源計画支援システムの開発: その 2-最適化手法」電気設備学会誌, 788~795, (平成 2-10)
- (5) 安田恵一郎・西谷健一・長谷川淳:「電力貯蔵システムを含む各種電源のベストミックスならびに最適導入手順の決定」電学論 B 分冊 108 巻 12 号 pp. 569~576 (昭和 63-12)
- (6) 大河原邦夫, 野崎保, 横山隆一, 諸住哲:「負荷成長と信頼性・経済性を考慮した電源開発計画検討システム」電気学会電力技術研究会 PE-88-47(昭和 63-7)
- (7) 今野浩, 鈴木久敏:「整数計画法と組合せ最適化」日科技連(1991)
- (8) A.B. Borison, et al: "An Efficient Approach to the Optimal Static Generation Mix Problem", IEEE Trans. Vol.PAS-103, No.3, pp.576-580 (1984).
- (9) K. Yasuda, K. Nishiyama, J. Hasegawa and R. Yokoyama: "Optimal Generation Expansion Planning with Electric Energy Storage Systems", Proc. of the IECON '88 14th Annual Conference of IEEE Industrial Electronics Society, pp.550-555 (1988).
- (10) H.T. Yang and S.L. Chen: "Incorporating a Multi-Criteria Decision Procedure into the Combined Dynamic Programming/Production Simulation Algorithm for Generation Expansion Planning", IEEE Transactions on Power Systems. Vol.4, No.1, pp.165-175 (1989).
- (11) H. Magori, S. Kurihara, Z. Yicheng and R. Yokoyama: "Development of an Extended DP Optimization Method Applied to a District Heating and Cooling Energy Supply System", Proc. of IEEE Power Engineering Society, January 2000.

付録 拡張DPアルゴリズムの判定基準の証明

(記号については本文 3. 2 を参照)

次に示す多制約条件付き最適化問題を与えられているものとする。

$$\text{目的関数: } F(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{j=1}^n g_j(x_j) \Rightarrow \text{最大化}$$

$$\text{制約条件: } \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i \quad (i=1 \sim m) \quad a_{ij}, b_i \in \mathbf{R} \quad (i=1 \sim m, j=1 \sim n) \\ l_j \leq x_j \leq u_j \quad (j=1 \sim n) \quad x_j, l_j, u_j \in \mathbf{Z} \quad (j=1 \sim n)$$

この問題の最適値(最適解の目的関数値) z^* は次式で表わされる。

$$z^* = \max_{(D)} \left\{ \sum_{j=1}^n g_j(x_j) \right\}$$

$$D = \{ (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbf{Z}^n \mid l_j \leq x_j \leq u_j, j=1 \sim n, \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i, i=1 \sim m \}$$

ここで第 k 段 ($k < n$) の 2 つの組合せ $(x_1^k, x_2^k, \dots, x_k^k)$, $(x_1^k, x_2^k, \dots, x_k^k)$ を考えると、これに対応する状態値は次のように示される。

$$\text{目的関数値 } z_k^1 = \sum_{j=1}^k g_j(x_j^1) \quad \text{制約条件値 } y_{ik}^1 = \sum_{j=1}^k a_{ij} x_j^1 \quad (i=1 \sim m) \\ z_k^2 = \sum_{j=1}^k g_j(x_j^2) \quad y_{ik}^2 = \sum_{j=1}^k a_{ij} x_j^2 \quad (i=1 \sim m)$$

したがって、この 2 組の状態値に対する最終段の目的関数値の最大は、それぞれ次のように表わされる。

$$z^1 = \max_{(D_k^1)} \left\{ \sum_{j=1}^k g_j(x_j^1) + \sum_{j=k+1}^n g_j(x_j) \right\} = z_k^1 + \max_{(D_k^1)} \left\{ \sum_{j=k+1}^n g_j(x_j) \right\}$$

$$z^2 = \max_{(D_k^2)} \left\{ \sum_{j=1}^k g_j(x_j^2) + \sum_{j=k+1}^n g_j(x_j) \right\} = z_k^2 + \max_{(D_k^2)} \left\{ \sum_{j=k+1}^n g_j(x_j) \right\}$$

$$D_k^1 = \{ (x_{k+1}, \dots, x_n) \in \mathbf{Z}^{n-k} \mid l_j \leq x_j \leq u_j, j=k+1 \sim n, \sum_{j=k+1}^n a_{ij} x_j \leq b_i - y_{ik}^1, i=1 \sim m \}$$

$$D_k^2 = \{ (x_{k+1}, \dots, x_n) \in \mathbf{Z}^{n-k} \mid l_j \leq x_j \leq u_j, j=k+1 \sim n, \sum_{j=k+1}^n a_{ij} x_j \leq b_i - y_{ik}^2, i=1 \sim m \}$$

以上の準備が済んだところで、

$$b_i - y_{ik}^1 \leq b_i - y_{ik}^2 \quad \text{すなわち } y_{ik}^1 \geq y_{ik}^2 \quad (i=1 \sim m) \quad \text{と仮定すると}$$

$$D_k^1 \subseteq D_k^2 \quad \text{となり、さらに } z_k^1 \leq z_k^2 \quad \text{と仮定すれば、}$$

$$z^1 = z_k^1 + \max_{(D_k^1)} \left\{ \sum_{j=k+1}^n g_j(x_j) \right\} \leq z_k^2 + \max_{(D_k^2)} \left\{ \sum_{j=k+1}^n g_j(x_j) \right\} = z^2 \quad \text{となる。}$$

従って $z^1 \leq z^2 \leq z^*$ が成立するので z^1 は広義の意味で最適値ではない。

よって、次の判定基準が証明された。

「段 k ($k < n$) において状態値が 2 組 (y_{ik}^1, z_k^1) , (y_{ik}^2, z_k^2) ($i=1 \sim m$) 存在する時、 $y_{ik}^1 \geq y_{ik}^2$ ($i=1 \sim m$) かつ $z_k^1 \leq z_k^2$ であれば、 (y_{ik}^1, z_k^1) は広義の意味で最適解にはならない。広義とは、 (y_{ik}^1, z_k^1) に対応する最終段の目的関数値の最大が最適解の目的関数値に等しい場合も含むという意味である。」

馬郡 英樹

(正員) 1949 年 11 月 20 日生まれ。1975 年 3 月京都大学理学部数学科卒業。同年以降ソフトウェア関連事業に従事後、1990 年 2 月東電設計(株)へ移籍。現在、同社情報システム部次長。主として、数理計画法、OR 等による工学的諸問題の解法の研究と実践に従事。

栗原 茂

(非会員) 1950 年 10 月 1 日生まれ。1977 年 3 月関東学院大学大学院修士課程修了。1977 年 4 月東電設計(株)に入社。以降、同社建築本部で HVAC, DHC 等の設計業務に従事。現在、同本部建築設備部次長。工学博士。電気設備学会、空気調和衛生工学会、日本建築学会会員。

木村 三由

(非会員) 1943 年 11 月 1 日生まれ。1969 年 3 月東京理科大学理学部数学科卒業。1969 年 4 月東電設計(株)に入社。以降、同社建築本部で振動解析用ソフトウェアの開発と構造解析業務に従事。1998 年 10 月、同社情報システム部に移籍、社内情報システムの構築業務を担当。

横山 隆一

(正員) 1944 年 8 月 25 日生まれ。1973 年 3 月早稲田大学理工学研究科博士課程修了。1974 年 4 月(株)三菱総合研究所入社。1978 年 9 月東京都立大学工学部助教授、1989 年 4 月同教授となり現在に至る。工学博士。電力システムの計画、運用、制御およびシミュレーション解析に関する教育研究に従事。IEEE、IASTED、CIGRE 会員。