多層大地に埋設された棒状接地極の 電位分布・接地抵抗に関する理論的解析

学生員 三谷正志 (関東学院大学大学院工学研究科)
正員 高橋健彦 (関東学院大学)

Theoretical Analysis of Potential Distribution and Grounding Resistance
for the Rod Electrode Buried into the Multi-layered Earth

Masashi Mitani, Student member Takehiko Takahashi, Member
(Graduate School of Engineering, Kanto-gakuin University) (Kanto-gakuin University)

The theoretical analysis has already been performed for the cylindrical rod electrode that is driven vertically into the earth with its upper end at earth surface. However, there are almost no reports to describe the grounding resistance when the rod is buried into the multi-layered earth. It is important to understand how various buried depths of the electrode affect the potential distribution and the grounding resistance.

In this paper, the electric potential distribution in the underground and the voltage along the earth surface for the buried rod with buried depth l into the multi-layered earth are analyzed. Based on the results, the authors described a calculating method of the grounding resistance for the rod buried into the multi-layered earth.

The validity of those estimated values for the buried rod is verified with the numerical calculation.

キーワード：埋設接地、棒状電極、多層大地、電位分布、接地抵抗

1. まえがき

接地極には多種多様な形状および構成があり、状況に応じて選定されるが、棒状接地極は施工が容易で一般的に広く用いられている。小さい所要接地抵抗値を要求されるときにも、連結式の棒状電極またはポーリングによるいわゆる深埋設の棒状電極を用いて実現される場合がある。棒状接地極の接地抵抗計算式は Tagg⁽¹⁾ や Dwight⁽²⁾ の式などが公式的に用いられているが、これらの式は均質大地を想定して導出されたものであり、深く埋設された電極の場合、特に接地極周辺の異なった地層の影響を受けるので、一樣な大地抵抗率とみなした計算式により推定しても、精度的に不十分な場合が考えられる。

棒状電極に関して多層大地を考慮した解析としては、水平二層大地を Tagg⁽¹⁾、多層大地の解析は高橋ら⁽⁴⁾によって報告されているが、いずれも電極頭部が大地表面に露出するいわゆる打込み工法に対する解析である。電気設備技術基準に定められているように、接地設備を人が触れるおそれがある場所に施設するときは電極を大地中に埋設することが規定されており、したがって、多層大地に対する埋設工法時の電位分布および接地抵抗を推定できる算定式が必要となってくる。これらの解析をおこなったので報告する。

本論文では、打込み棒状電極に対する解析を拡張し、大地抵抗率の異なる水平多層大地に棒状接地極が埋設された場合の電極周辺の電位分布計算式を解析的に求めている。

接地抵抗については、これらの電位計算式から電極自身の電位に係わる平均電位が求まるので、平均電位法に則してその値を算定している。それぞれの計算式の導出過程を示し、数値シミュレーションによる電位分布および接地抵抗の結果を示すことにする。また、同様の条件の一考察として、埋設された棒状電極の存在する地層の平均的な値を見かけの大地抵抗率とした接地抵抗計算式⁽³⁾が報告されているので、これとの比較をおこなう。

2. 計算モデルの設定

〈2・1〉基本式 棒状電極の電位計算モデルとして、棒の中心軸に沿う点電流源の集合体と設定する。抵抗率 ρ をもつ均質な媒体中に、微小な点電流源 i_0 が存在するとき、その等電位面は電流源を中心とする同心球状となり、半径 r の球面上の電位 V_0 は、次式をみたす。

$$-\text{grad}V_0 = \frac{\rho i_0}{4\pi r^2} \quad \dots (1)$$

したがって、点電流源上に xz 直交座標の原点をとったとき、任意の点 (x, z) における、点電流源によって起因される電位 $V_0(x, z)$ は、次のようになる。

$$\begin{aligned} V_0(x, z) &= \frac{\rho i_0}{4\pi} \cdot \frac{1}{r} = \frac{\rho i_0}{4\pi} \frac{1}{\sqrt{x^2 + z^2}} \\ &= \frac{\rho i_0}{4\pi} \int_0^\infty e^{-\lambda|z|} J_0(\lambda x) d\lambda \quad \dots (2) \end{aligned}$$

ただし、 $J_0(x)$ は零次の第一種ベッセル関数である。

図1 埋設棒状電極の計算モデル
Fig.1. Theoretical model for the buried rod electrode

〈2・2〉 埋設された棒状電極 図1に示すように、長さ l 、半径 a の棒状電極が地表面から深さ t のところに埋設されており、この接地極に電流 I が流入する場合を想定する。棒状電極は、地表面に対し垂直に埋設されており、座標軸を、地表面に沿って x 軸、深さ方向を正として棒状電極の中心軸が一致するように z 軸をとっている。

棒状電極を点電流源の集合体とみなしているの、この電極による地中の任意の点 (x, z) における電位は、電極を構成している各点電流源の電位を電極全体に渡って重畳することによって求められる。

大地が場所によらず抵抗率 ρ の均質大地であるとした場合は、電極から流出する電流密度はその深さ位置によらず均等であることが仮定でき、よってその電流密度の大きさは I/l となる。均質大地中の埋設棒状電極による任意の位置の電位 $V(x, z)$ は、地表面の存在による影響を考慮しながら、深さ z' の位置にある点電流源による電位((2)式)を深さ方向に電極長 l に沿って積分することによって求めることができ、次式で表現される。

$$V(x, z) = \frac{I\rho}{4\pi l} \int_t^{t+l} \int_0^\infty \left\{ e^{-\lambda|z-z'|} + e^{-\lambda(z+z')} \right\} J_0(\lambda x) d\lambda dz' \quad \dots (3)$$

一方、棒状電極の接地抵抗算定には平均電位法を用いると、精度よい結果が得られる⁽⁵⁾。よって、電極表面の平均電位を流入電流で除した値を接地抵抗値として採用する。

電極表面の平均電位は、(3)式において、式中の x が電極の半径 a のところで、深さ方向に電極の上端から下端まで積分し、その値を電極長 l で割ることによって求められる。したがって、この均質大地を想定したときの接地抵抗 R は、次のように整理される。

$$R = \frac{1}{I} \cdot \frac{1}{l} \cdot \int_t^{t+l} V(a, z) dz \quad \dots (4)$$

$$= \frac{\rho}{4\pi l} \cdot \frac{1}{l} \cdot \int_t^{t+l} \int_0^\infty \int_0^\infty \left\{ e^{-\lambda|z-z'|} + e^{-\lambda(z+z')} \right\} J_0(\lambda a) d\lambda dz' dz$$

3. 水平二層大地モデル

〈3・1〉 電位算定式 埋設された棒状電極に係わる多層大地の検討をおこなうにあたり、層境界の存在による解析手順の明確化およびここから得られた算定式の計算結果を確認するため、はじめに典型的な条件である二層大地モデルの埋設問題について取り扱う。

図2(a)に示すように、上層の大地抵抗率が ρ_1 、下層が ρ_2 で、層境界が深さ h_1 にある水平二層大地を設定する。

図中に示すように、上層に存在する電流源 i_1 による、第1層に発生する電位を V_{11} 、第2層の電位を V_{12} とすると、それぞれの電位は、層境界の存在による修正電位が加えられ、一般に以下のように表される。

$$V_{11} = \frac{\rho_1 i_1}{4\pi} \int_0^\infty \left\{ e^{-\lambda|z-z'|} + \phi_{11}(\lambda) e^{-\lambda(z-z')} + \varphi_{11}(\lambda) e^{+\lambda(z-z')} \right\} J_0(\lambda x) d\lambda$$

$$V_{12} = \frac{\rho_1 i_1}{4\pi} \int_0^\infty \left\{ \phi_{12}(\lambda) e^{-\lambda(z-z')} + \varphi_{12}(\lambda) e^{+\lambda(z-z')} \right\} J_0(\lambda x) d\lambda \quad \dots (5a)$$

同様に、下層にある電流源 i_2 による第1層の電位を V_{21} 、第2層の電位を V_{22} とすると、

$$V_{21} = \frac{\rho_2 i_2}{4\pi} \int_0^\infty \left\{ \phi_{21}(\lambda) e^{-\lambda(z-z')} + \varphi_{21}(\lambda) e^{+\lambda(z-z')} \right\} J_0(\lambda x) d\lambda \quad \dots (5b)$$

$$V_{22} = \frac{\rho_2 i_2}{4\pi} \int_0^\infty \left\{ e^{-\lambda|z-z'|} + \phi_{22}(\lambda) e^{-\lambda(z-z')} + \varphi_{22}(\lambda) e^{+\lambda(z-z')} \right\} J_0(\lambda x) d\lambda$$

となる。

これらの式の未知関数 $\phi_{11}, \varphi_{11}, \phi_{12}, \varphi_{12}$ および $\phi_{21}, \varphi_{21}, \phi_{22}, \varphi_{22}$ は次に示す境界条件によって決定される。

- (i) 地表面を貫通する電流は存在しない
- (ii) 地層の境界面においては電位が等しい
- (iii) 地層の境界面においては電流は連続する
- (iv) 無限下限では電位は零となる

すなわち、

$$(i) \ z=0 \text{ では } \frac{\partial V_{11}}{\partial z} = 0, \ \frac{\partial V_{21}}{\partial z} = 0$$

$$(ii) \ z=h_1 \text{ では } V_{11} = V_{12}, \ V_{21} = V_{22}$$

$$(iii) \ \frac{1}{\rho_1} \frac{\partial V_{11}}{\partial z} = \frac{1}{\rho_2} \frac{\partial V_{12}}{\partial z}, \ \frac{1}{\rho_1} \frac{\partial V_{21}}{\partial z} = \frac{1}{\rho_2} \frac{\partial V_{22}}{\partial z}$$

$$(iv) \ z=+\infty \text{ では } V_{12} = 0, \ V_{22} = 0 \quad \dots (6)$$

(6)式の条件によって、(5a)および(5b)式を解くと、未知関数は以下のように求められる。

$$\phi_{11} = \frac{e^{-2\lambda z'} + k_1 e^{-2\lambda h_1}}{1 - k_1 e^{-2\lambda h_1}} \quad \phi_{21} = \frac{(1 - k_1) e^{-2\lambda z'}}{1 - k_1 e^{-2\lambda h_1}}$$

$$\varphi_{11} = \frac{k_1 e^{-2\lambda h_1} (1 + e^{-2\lambda z'})}{1 - k_1 e^{-2\lambda h_1}} \quad \varphi_{21} = \frac{1 - k_1}{1 - k_1 e^{-2\lambda h_1}}$$

$$\phi_{12} = \frac{(1 + k_1)(1 + e^{-2\lambda z'})}{1 - k_1 e^{-2\lambda h_1}} \quad \phi_{22} = \frac{(1 - k_1) e^{2\lambda h_1} e^{-2\lambda z'}}{1 - k_1 e^{-2\lambda h_1}}$$

$$\varphi_{12} = 0 \quad \varphi_{22} = 0 \quad \dots (7)$$

ここで用いている k_1 は、第1層と第2層との地層の境界面における反射率を示している。一般に第 i 層と第 $i+1$ 層との地層の境界面における反射率 k_i は大地抵抗率 ρ_i 、 ρ_{i+1} を用いて次式で表される値をもつ。

$$k_i = \frac{\rho_{i+1} - \rho_i}{\rho_{i+1} + \rho_i}$$

以上で求めた電位 V_{11} , V_{12} および V_{21} , V_{22} は点電流源に対するものであり, これを棒状電極に適用するには式中の z' を電極長全体に渡って積分をすることによって二層大地の任意の位置における電位を求めることができる。電極が埋設されていることを考慮すると, 電極の埋設位置, つまり電極長さ l , 埋設深さ t , 層境界深さ h_1 の大小関係により, 電位の算定式は以下の3つに区分される。(図3)

1) 電極が上層にのみ存在する場合

埋設深さが浅く, 電極全体が上層に存在する場合は, 上層の点電流源による電位 V_{11} , V_{12} の積分によって求まり, それぞれ第1層の任意の点の電位を V_1 , 第2層の電位を V_2 とすると, これらは次式となる。

$$V_1(x, z) = \int_t^{t+l} V_{11} dz' \quad V_2(x, z) = \int_t^{t+l} V_{12} dz' \quad \cdots (8)$$

電流密度の大きさ i_1 は電極全体がひとつの層内にあるため, その位置によらず均等であるという条件を適用することで, $i_1 = I/l$ となり, これと(5a)および(7)式を(8)式に代入し整理すると, 以下のようになる。

$$V_1(x, z) = \frac{I \rho_1}{4\pi d} \int_t^{t+l} F_{11}(x, z) dz'$$

$$V_2(x, z) = \frac{I \rho_1}{4\pi d} (1 + k_1) \int_t^{t+l} F_{12}(x, z) dz'$$

ただし,

$$F_{11}(x, z) = \int_0^\infty \left[e^{-\lambda|z-z'|} + e^{-\lambda(z+z')} + \sum_{s=1}^\infty k_1^s \left\{ e^{-\lambda(2sh_1+z-z')} + e^{-\lambda(2sh_1+z+z')} + e^{-\lambda(2sh_1-z-z')} + e^{-\lambda(2sh_1-z+z')} \right\} \right] J_0(\lambda x) d\lambda$$

$$F_{12}(x, z) = \int_0^\infty \sum_{s=1}^\infty k_1^s \left\{ e^{-\lambda(2sh_1+z-z')} + e^{-\lambda(2sh_1+z+z')} \right\} J_0(\lambda x) d\lambda \quad \cdots (8a)$$

(8a)式の第1式と均質大地の場合の(3)式を比較すると, 式

図2 多層大地モデル

Fig.2. Multi-layered earth model

1) $l+t \leq h_1$ 2) $h_1 \leq t$ 3) $h_1 \leq l+t, t \leq h_1$

図3 二層大地における棒状電極の埋設位置

Fig.3. Position of buried rod (2 layered earth)

中の Σ 項が大地抵抗率の異なる下層が存在することによる修正項であることがわかる。 Σ 項全体に係る係数は反射率 k_1 の s 乗であり, 総和の第 s 番目の項は, 層境界で s 回反射して計測点 (x, z) に到達する影像の電位成分を示している⁽¹⁾。

2) 電極が下層にのみ存在する場合

電極が深く埋設され, 下層にのみ存在する場合には, 電位分布計算式は, 下層にある点電流源の積分によって求まり, 前項と同様に整理すると次のように示される。

$$V_1(x, z) = \int_t^{t+l} V_{21} dz' = \frac{I \rho_2}{4\pi d} (1 - k_1) \int_t^{t+l} F_{21}(x, z) dz'$$

$$V_2(x, z) = \int_t^{t+l} V_{22} dz' = \frac{I \rho_2}{4\pi d} \int_t^{t+l} F_{22}(x, z) dz'$$

ただし,

$$F_{21}(x, z) = \int_0^\infty \sum_{s=0}^\infty k_1^s \left\{ e^{-\lambda(2sh_1+z+z')} + e^{-\lambda(2sh_1-z-z')} \right\} J_0(\lambda x) d\lambda$$

$$F_{22}(x, z) = \int_0^\infty \left\{ e^{-\lambda|z-z'|} - k_1 e^{-\lambda(-2h_1+z+z')} + (1 - k_1^2) \sum_{s=0}^\infty k_1^s e^{-\lambda(2sh_1+z+z')} \right\} J_0(\lambda x) d\lambda \quad \cdots (9a)$$

3) 電極が二層を貫通する場合

電極が層境界を貫通し二層に渡る場所に位置するときは, 上層, 下層それぞれにある電流源を考慮することで, 各層の電位は以下のように表現される。

$$V_1(x, z) = \int_t^{h_1} V_{11} dz' + \int_{h_1}^{t+l} V_{21} dz'$$

$$V_2(x, z) = \int_t^{h_1} V_{12} dz' + \int_{h_1}^{t+l} V_{22} dz' \quad \cdots (10)$$

これまで, 電極がひとつの層内に収まっているときには, 電極表面から大地へ流出する電流は電極全体にわたり均等であるとしてきたが, 大地が複数層で成り立ち電極が層構造を貫通する場合は, 大地抵抗率が地層によって異なるため上述の仮定が成立しなくなる。そこでこのような場合の電流密度の扱いとして, 各々の層内での電流密度は均等で, これらの電流密度の大きさが各層の抵抗率に逆比例すると設定すると, 二層貫通のときの, 各層の大地抵抗率と電流密度の関係および電極に流入する電流の関係は以下のよ

うな式で示される。

$$\rho_1 i_1 = \rho_2 i_2 \quad i_1(h_1 - t) + i_2(l + t - h_1) = I$$

これらを解くと、電流密度 i_1, i_2 に関する以下の関係式を得る。

$$\rho_1 i_1 = \rho_2 i_2 = \frac{I}{\frac{h_1 - t}{\rho_1} + \frac{l + t - h_1}{\rho_2}}$$

これらの式および(5)および(7)式を(10)式に代入し整理すると、棒状電極が二層を貫通する場合の各層の電位 V_1 および電位 V_2 は、次式のようにになる。

$$V_1(x, z) = \frac{I}{4\pi \left(\frac{h_1 - t}{\rho_1} + \frac{l + t - h_1}{\rho_2} \right)} \left\{ \int_t^{h_1} F_{11} dz' + (1 - k_1) \cdot \int_{h_1}^{l+t} F_{21} dz' \right\}$$

$$V_2(x, z) = \frac{I}{4\pi \left(\frac{h_1 - t}{\rho_1} + \frac{l + t - h_1}{\rho_2} \right)} \left\{ (1 + k_1) \cdot \int_t^{h_1} F_{12} dz' + \int_{h_1}^{l+t} F_{22} dz' \right\} \quad \dots (10a)$$

ただし、 $F_{11}, F_{12}, F_{21}, F_{22}$ は(8a), (9a)式による

(10a)式に $t = 0, z = 0$ を代入すると、埋設深さが0、つまり打込み電極による地表面での電位を求めることができ、これは既に検討されている打込み工法における電位分布式(1)・(4)と一致していることが確認される。

〈3・2〉 二層大地における接地抵抗 打込み工法における棒状電極の接地抵抗算定式は、地表面上の電極表面での電位を電流で割った値をとっている⁽⁴⁾。本稿の解析対象モデルとして、電極が地中に埋設され、かつ多層問題を取り扱っているため、電極表面電位は深さ位置によって異なる。したがってこの場合の接地抵抗の算定式として、均質大地の場合と同様に、平均電位法に則り電極表面の平均電位を流入電流で除した値を採用する。それぞれの層における電極表面電位は前節の各式に $x=a$ とすることで求めることができ、したがって接地抵抗 R は次式のようにになる。

1) 電極が上層にのみ存在する場合

$$R = \frac{1}{I} \cdot \frac{1}{l} \int_t^{l+t} V_1(a, z) dz = \frac{\rho_1}{4\pi l} \cdot \frac{1}{l} \int_t^{l+t} \int_t^{h_1} F_{11}(a, z) dz' dz \quad \dots (11)$$

2) 電極が下層にのみ存在する場合

$$R = \frac{1}{I} \cdot \frac{1}{l} \int_t^{l+t} V_2(a, z) dz = \frac{\rho_2}{4\pi l} \cdot \frac{1}{l} \int_t^{l+t} \int_{h_1}^{l+t} F_{22}(a, z) dz' dz \quad \dots (12)$$

3) 電極が二層を貫通する場合

$$R = \frac{1}{I} \cdot \frac{1}{l} \left\{ \int_t^{h_1} V_1(a, z) dz + \int_{h_1}^{l+t} V_2(a, z) dz \right\} \quad \dots (13)$$

$$= \frac{1}{4\pi \left(\frac{h_1 - t}{\rho_1} + \frac{l + t - h_1}{\rho_2} \right)} \cdot \frac{1}{l} \times \left\{ \int_t^{h_1} \int_t^{h_1} F_{11}(a, z) dz' dz \right.$$

$$+ (1 - k_1) \int_{h_1}^{l+t} \int_{h_1}^{l+t} F_{21}(a, z) dz' dz$$

$$\left. + (1 + k_1) \int_{h_1}^{l+t} \int_t^{h_1} F_{12}(a, z) dz' dz + \int_{h_1}^{l+t} \int_{h_1}^{l+t} F_{22}(a, z) dz' dz \right\}$$

4. 水平N層大地モデル

〈4・1〉 電位算定式 前章で述べた二層大地モデルを拡張して、水平N層の場合の検討をおこなう。図2(b)に示すように、第n層の大地抵抗率を ρ_n 、層の厚さを h_n 、各層境界までの深さを H_n とする。 h_n と H_n の間には $H_n = \sum_{j=1}^n h_j$ の関係がある。

接地極は第L層からM層に存在するとして、各層に点電流源 $i_L, i_{L+1}, i_{L+2}, \dots, i_m, \dots, i_M$ を設定する。各層の点電流源 i_m により第1層～第N層に発生する電位をそれぞれ以下のように表わすこととする。

i_L による電位 : $V_{L1}, V_{L2}, \dots, V_{LN}, \dots, V_{LN}$

:

i_m による電位 : $V_{m1}, V_{m2}, \dots, V_{mn}, \dots, V_{mN}$

:

i_M による電位 : $V_{M1}, V_{M2}, \dots, V_{MN}, \dots, V_{MN}$

第m層に存在する点電流源 i_m に起因する第n層での電位 V_{mn} は以下のようにになる。

$$V_{mn} = \frac{\rho_m i_m}{4\pi} F_{mn}(x, z) \quad \dots (14)$$

ここで $F_{mn}(x, z) = \int_0^\infty \{ \phi_{mn}(\lambda) e^{-\lambda(z-z')} + \varphi_{mn}(\lambda) e^{+\lambda(z-z')} \} J_0(\lambda x) d\lambda$

ただし、 $m = n$ の場合、

$$F_{mn}(x, z) = \int_0^\infty \{ e^{-\lambda(z-z')} + \phi_{mn}(\lambda) e^{-\lambda(z-z')} + \varphi_{mn}(\lambda) e^{+\lambda(z-z')} \} J_0(\lambda x) d\lambda$$

未知関数 $\phi_{mn}(\lambda), \varphi_{mn}(\lambda)$ は、二層の場合と同様に各地層境界での境界条件を与えることによって求められる。N層大地モデルの場合、電流源毎に2N個の未知関数が存在するが、それぞれ2N個の境界条件が与えられるため、それぞれの未知関数は2N次元の方程式を解くことで決定される。

未知関数を求めたひとつの解として、五層大地のときの各未知関数を表1に示す。

N層大地モデルのとき、棒状電極の上端および下端は層境界に一致させている。これはそれ以外の場合においても電極の上下端位置に仮想の層境界を設け、この上下の層の大地抵抗率が等しい、つまり反射率を0とする条件で計算をすることができるからであり、これらの条件を代入することにより、仮想境界の有無に関わらずそれぞれの算定式は同様になることが確認される。

以上に示した電位 V_{mn} は点電流源に対するものである。これを棒状電極に適用するには、二層大地の場合と同様に深さ z' 方向に電極長に沿って積分することで任意の点の電位を求めることができる。水平N層大地における棒状電極のつくる第n層での電位 V_n は一般に次式のように表される。

$$V_n(x, z) = \int_t^{H_L} V_{Ln} dz' + \int_{H_L}^{H_{L+1}} V_{L+1,n} dz' + \dots$$

$$+ \int_{H_{M-2}}^{H_{M-1}} V_{M-1,n} dz' + \int_{H_{M-1}}^{l+t} V_{Mn} dz'$$

$$= \sum_{j=L}^M \int_{H_{j-1}}^{H_j} V_{jn} dz' \quad \dots (15)$$

Table 1. Values of the functions $\phi(\lambda), \varphi(\lambda)$ (N=5)

$$\begin{aligned}
D_2^* &= 1 - k_1 e^{i2M_1} \\
D_3^* &= 1 - k_1 e^{i2M_1} - k_2 e^{i2M_1} + k_1 k_2 e^{i22M_1} \\
D_4^* &= 1 - k_1 e^{i2M_1} - k_2 e^{i2M_1} - k_1 e^{i2M_1} \\
&\quad + k_1 k_2 e^{i22M_1} + k_1 k_2 e^{i24(M_1 - H_1)} + k_1 k_2 k_3 e^{i24(M_1 - H_1 + H_1)} \\
D_5^* &= A_5^* - B_5^* \\
A_5^* &= 1 + k_1 k_2 e^{i22M_1} + k_1 k_2 e^{i24(M_1 - H_1)} + k_1 k_2 k_3 e^{i24(M_1 - H_1)} \\
&\quad + k_1 k_2 k_3 e^{i22M_1} + k_1 k_2 e^{i24(M_1 - H_1)} + k_1 k_2 e^{i24(M_1 - H_1 + H_1)} + k_1 k_2 k_3 e^{i24(M_1 - H_1 + H_1 + H_1)} \\
B_5^* &= k_1 e^{i2M_1} + k_2 e^{i2M_1} + k_3 e^{i2M_1} + k_1 k_2 e^{i22M_1} \\
&\quad + k_1 k_2 k_3 e^{i24(M_1 - H_1 + H_1)} + k_1 k_2 k_3 e^{i24(M_1 - H_1 + H_1)} + k_1 k_2 k_3 e^{i24(M_1 - H_1 + H_1 + H_1)} + k_1 k_2 k_3 e^{i24(M_1 - H_1 + H_1 + H_1)} \\
\alpha_1^* &= 1 + k_1 k_2 e^{i22M_1} + k_1 k_2 e^{i24(M_1 - H_1)} + k_1 k_2 e^{i22M_1} \\
\beta_3^* &= k_1 e^{i2M_1} + k_2 e^{i2M_1} + k_3 e^{i2M_1} + k_1 k_2 k_3 e^{i24(M_1 - H_1 + H_1)}
\end{aligned}$$

<4・2> N層大地での接地抵抗 接地抵抗についても二層の場合の考え方を拡張し、平均電位法によって算定する。N層大地に埋設された棒状電極による接地抵抗 R は、(17)式によって与えられる第 n 層での電位 V_n の式を用い、次式のように表される。

$$\rho_L i_L = \rho_{L+1} i_{L+1} = \dots = \rho_m i_m = \dots = \rho_M i_M$$

$$\rho_L h_L + \rho_{L+1} h_{L+1} + \dots + \rho_m h_m + \dots + \rho_M h_M = I$$
$$\rho_m i_m = \frac{I}{\sum_{i=1}^M \frac{h_i}{\rho_i}} \quad \dots (16)$$
$$V_n(x, z) = \frac{I}{\sum_{j=1}^M \frac{h_j}{\rho_j}} \cdot \sum_{j=1}^M \int_{H_{j-1}}^{H_j} F_{jn}(x, z) dz, \quad \dots \quad (17)$$

$$R = \frac{1}{I} \cdot \frac{1}{l} \left\{ \int_{H_L}^{H_{L+1}} V_L(a, z) dz + \int_{H_L}^{H_{L+1}} V_{L+1}(a, z) dz + \dots \right. \\ \left. + \int_{H_{M-2}}^{H_{M-1}} V_{M-1}(a, z) dz + \int_{H_{M-1}}^{H_M} V_M(a, z) dz \right\} \\ = \frac{1}{\sum_{i=1}^M \frac{h_i}{\rho_i}} \cdot \frac{1}{l} \cdot \sum_{n=L}^M \sum_{H_{n-1}}^{H_n} \left[\sum_{j=n}^M \int_{H_{j-1}}^{H_j} F_{jn}(a, z) dz' \right] dz \quad \dots \quad (18)$$

図4 二層大地に埋設された棒状電極による地中電位分布と地表面電位

Fig.4. Underground potential distribution and earth surface potential due to the rod electrode buried into 2-layered earth

図5 二層大地における棒状電極の埋設深さと接地抵抗の関係：大地抵抗率 上層： ρ_1 下層： ρ_2 ：層境界深さ： h_1

Fig.5. Earth resistance for the rod buried into 2-layered earth

5. 数値例による算定式の検討，考察

前章までに求めた算定式を用いて，いくつかの数値例により多層大地における埋設された棒状電極の電位分布ならびに接地抵抗の特性の検討をおこなう。

〈5・1〉 二層大地の電位分布，接地抵抗 層境界が存在することによる電位分布の変化の様相を確認するために，まず二層大地に埋設された棒状電極の地中 xz 平面での等電

位曲線および地表面での電位分布の計算をおこなう。供試電極の長さ $l = 1.5 [\text{m}]$ ，半径 $a = 0.007 [\text{m}]$ とし，棒状電極の埋設位置の違いによる数値シミュレーション結果を図4に示す。

電極近傍の等電位面は電極を焦点とする回転楕円体，遠方では半球状の様相を示しており，これらは一般的な見解と合致する。地表面では全反射であるので，地表面と等電位線が垂直に交わることが確認される。また，層境界では

表2 大地パラメータ (五層大地)

Table 2. Earth parameters for 5-layered earth

地 層		第1層	第2層	第3層	第4層	第5層
A	地層の厚さ (m)	0.8	0.3	0.3	0.3	—
	大地抵抗率 (Ωm)	100	1000	100	1000	100
B	地層の厚さ (m)	0.8	0.3	0.3	0.3	—
	大地抵抗率 (Ωm)	100	10000	100	10000	100
C	地層の厚さ (m)	0.8	0.3	0.3	0.3	—
	大地抵抗率 (Ωm)	1000	100	1000	100	1000
D	地層の厚さ (m)	0.5	0.5	0.5	0.5	—
	大地抵抗率 (Ωm)	1000	100	200	100	500

表3 五層大地における接地抵抗

Table 3. Grounding resistance in 5-layered earth

地層	接地抵抗計算値 (Ω)	
	本稿算定式 (18) 式	馬淵・高木の式 ⁽³⁾
A	85.0	89.2
B	95.0	94.5
C	156.3	124.1
D	87.3	68.5

$t = 0.5 [\text{m}]$, $l = 1.5 [\text{m}]$, $a = 0.007 [\text{m}]$ のとき

大地パラメータ A のとき
 $t = 0.5 [\text{m}]$, $l = 1.5 [\text{m}]$, $a = 0.007 [\text{m}]$, $I = 1 [\text{A}]$

図6 五層大地に埋設された棒状電極による電位分布

Fig.6. Potential due to the rod buried into 5-layered earth

電位の大きさは連続しているが、等電位線は屈曲していることがわかる。

接地抵抗については、同形状の電極が埋設深さを変えたときに現われる接地抵抗計算値の変化の様子を図5に示す。

電極が層境界を移行するときに大きな接地抵抗の変化があり変曲点が存在することが確認される。図5(a)は表層が高い大地抵抗率である場合の二層大地を示しているが、接地電極が埋設されることで、その高抵抗率の層を回避するこ

とになり、接地抵抗の低減が図られていることが把握できる。逆に図5(b)では、埋設することにより下層に存在する高抵抗率の大地の影響を受け接地抵抗値が上がっている。

層境界が存在することによる接地抵抗への影響をみるために、図5にはそれぞれ上下層いずれかの抵抗率で均質な大地とした場合の接地抵抗計算値も合わせて示してある。例えば下層が高抵抗率である図5(b)において、埋設深さが $t = 0.5 [\text{m}]$ より小さい場合、電極は上層の土壤にのみ接触している状態であるが、大地全体が上層の抵抗率 ρ_1 で均質であるとした場合の曲線に比べ、二層大地の場合は下層の影響を受け、接地抵抗計算値は高めにでている。逆に深さが $t = 2 [\text{m}]$ より大きい場合は電極は下層の土壤にのみ接触している状態となるが、下層の抵抗率 ρ_2 をもつ均質大地であるとしたときより、二層の場合の接地抵抗は低い値をとることが確認される。このように、不均質大地に埋設された電極のもつ接地抵抗は電極の位置する層の大地抵抗率に大きく依存するが、直接接していない他の地層の影響も受けていることがわかる。

〈5・2〉 五層大地の電位分布、接地抵抗 多層大地の数値計算例として、五層大地の場合を示す。

多層大地の特質はそれぞれの地層の厚さと各層の大地抵抗率によって示され、これを大地パラメータとし表2で与えられるいくつかの地層状況での数値計算をおこなう。

表2の大地パラメータ A をもつ多層大地に深さ $t = 0.5 [\text{m}]$ 埋設されたときの電位分布を図6に示す。電極近傍では等電位面は電極を囲む回転楕円体に近いかたちとなっているが、反射率の大きい層境界が存在するために、境界上で電位分布に変曲がおこっている。この例の場合、大地抵抗率が高い第2層ならびに第4層での電位の変化が大きく、大地抵抗率を小さくとした第3層では深さ方向の違いによる電位の変化は大きくないことが把握できる。

一方、接地抵抗については、表2に示すそれぞれの大地パラメータをもつ多層大地に、同形状の棒状電極が同じ深

さで埋設されたときの、今回の算定式を用いた計算値を表3に示す。

この計算値の検討のために、馬淵・高木氏による多層大地に埋設された棒状電極の接地抵抗算定の一手法と比較をおこなってみる⁽³⁾。この手法は、電極の存在する各地層の厚さおよび大地抵抗率から等価な抵抗率 ρ_0 を設定し、この抵抗率をもつ均質大地としてみなして計算するものである。埋設深さに対する考慮はDwightの式を拡張し、等価大地抵抗率 ρ_0 は以下の式から求めている。

$$\rho_0 = \frac{I}{\sum_{i=L}^M \frac{h_i}{\rho_i}}$$

この式を用いて算出した接地抵抗値も表3に併記する。

今回導出した接地抵抗算定式による計算値と馬淵・高木氏の式による値とを比較すると、大地パラメータの状況によっては、ほぼ等しい推定ができる可能性のあることがわかる。しかし、後者の式では電極が存在しない層の大地抵抗率の影響を考慮することができないため、例えば、大地パラメータがCやDのときのように、電極が存在する層とそれ以外の層との大地抵抗率の間に大きな差異がある場合に、今回の式との推定値に違いが生じている。

この結果を考察するにあたり、(18)式において大地が均質であることの想定を与えてみる。つまり、すべての反射率を0とすれば、層毎に異なっていた式中の関数 F が層によらず同一式となり、式を整理することで、馬淵・高木両氏による等価抵抗率の考え方と一致することが確認できる。したがって、本稿で導出した式は、各層境界の存在の影響を考慮した、より精度の高い接地抵抗算定式であると考えている。

6. あとがき

本論文では、水平多層大地に埋設された棒状電極による電位分布および接地抵抗の算定式を得るための導出過程を主に述べ、いくつかの数値例による検討をおこない、多層問題に対する棒状電極の様相を把握することができた。導出過程を明確化することによって、以下の成果を得た。

(1) 多層大地に対する、埋設深さを考慮した電位分布および接地抵抗の算定式が得られた。これらの式は、埋設された、つまり埋設深さ $t > 0$ のときだけでなく、打込みの場合も含めた $t \geq 0$ に適用できる汎用的な推定式である。

(2) 得られた電位算定式は地中全体の計算ができ、数値シミュレーションによって、埋設された接地極による電位の様相が可視化され、多層大地での層境界の存在による電位分布特性を把握する際の手助けとなった。

(3) 導出した接地抵抗算定式は、従来検討されていた等価大地抵抗率の考え方を拡張し、各層境界の存在を考慮した、より精度の高い推定式である。

(平成12年7月3日受付、平成12年10月18日再受付)

文 献

- (1) G.F. Tagg : "Earth Resistances", George Newnes Ltd. (1964), pp.90-102, pp.161-172
- (2) H.B.Dwight : "Calculation of Resistances to Ground", Electrical Engineering, No.12, 1936, pp.1319-1328
- (3) 馬淵定行, 高木子平 : 「棒状接地極の接地抵抗値の算定について」 電力技術研究所所報, 第6巻, 第1号, 昭和31年, pp.40-46
- (4) 高橋健彦, 川瀬太郎 : 「多層大地における棒状電極の接地抵抗の解析」 電気学会論文誌B, 第108-B巻, 第5号, 昭和63年, pp.229-235
- (5) 三谷正志, 高橋健彦 : 「埋設された棒状接地極の電位分布・接地抵抗計算式に関する一考察」 電気設備学会誌, Vol.20 No.6, 平成12年, pp.470-476

三谷 正志

(学生員) 1964年1月25日生まれ。1988年3月電気通信大学大学院電気通信学研究科修了。同年4月大成建設(株)入社。現在、関東学院大学大学院工学研究科博士課程在学中。電気設備学会准会員、電気学会学生会員。

高橋 健彦

(正員) 1947年生まれ。関東学院大学工学部建築設備工学科教授、大学院博士後期課程電気工学専攻指導教授兼任、工学博士(東京大学)、電気設備学会理事。電気安全(感電、火災、雷)、電磁環境、接地の研究に従事。