電力系統の PSS の性能指標としての 制動トルク係数の妥当性に関する一考察

正員 片岡 良彦 (東京電力)

On Validity of Damping Torque Coefficient as Performance Index of Power System Damping Controller
Yoshihiko KATAOKA, Member (Tokyo Electric Power Co.)

Abstract: The concept of "frequency response of damping torque coefficient" as a performance index of power system damping controller is discussed. It is pointed out that the concept does not have sound theoretical basis. The frequency response may be an approximation to damping torque coefficient only on representative oscillatory frequency. All other points on the frequency response curve, however, don't have any meaningful information on damping of oscillation.

キーワード：電力系統，定態安定度，性能指標，制動トルク係数，PSS

Keywords: power system, steady state stability, performance index, damping torque coefficient, PSS

1. はじめに

電力系統の発電機の励磁制御系の構成要素のひとつに、PSS (power system stabilizer) がある。PSS は発電機の回転子同士の送電系統を介した動揺を抑制する責務を担う。

PSS の性能指標に制動トルク係数やその周波数応答が用いられることがある。本稿は制動トルク係数の周波数応答に着目し、その理論的基礎が曖昧であることを指摘するとともに、性能指標としての可能性と限界に言及する。

2. 制動トルク係数とその周波数応答の定義

<2.1> 電力系統の線形モデル

発電機の回転子の運動方程式は次式である。

$$M \frac{dn}{dt} = T_m - T_e - Dn \quad (1-1)$$

$$\frac{d\delta}{dt} = n_0 n \quad (1-2)$$

ここに n [1/s] は回転速度， T_m [pu] は機械トルク， T_e [pu] は電磁トルク， δ [rad] は回転子位置， M [s] は慣性定数， D [pu] は制動係数， n_0 [rad/s] は定格回転速度である。その他の部分すなわち、その発電機の PSS を含む電磁系と外部系統全ての線形モデルは、伝達関数 $G(s)$ で表すことができる。

$$\Delta T_e = G(s) \Delta \delta \quad (2)$$

ここに $\Delta T_e = T_e - T_{e0}$ ， $\Delta \delta = \delta - \delta_0$ である。添え字の 0 は定常値を示す。簡単のため周波数の定常偏差がなく位相角の定常値が存在するものとしている（一般性は失わない）。

電力系統は式(1)と(2)で表される。ブロック図を図 1 に示す。特性方程式は次式でありこの解が動揺モードを表す。

$$Ms^2 + Ds + G(s)n_0 = 0 \quad (3)$$

<2.2> 制動トルク係数の概念

主要振動モードだけに着目するならば、図 2 のような 2 次系で議論を行うことができる。図中の定数 K_D は制動トルク係数、同じく K_S は同期化トルク係数と呼ばれる。図 2 の二次系の特性方程式は次式である。

$$Ms^2 + K_D s + K_S n_0 = 0 \quad (4)$$

すなわち図 2 の系は力学系におけるバネ質点振動系と相似な形であり、 K_D の大きさはダンピングを表す。図 2 の系が図 1 の系の主要振動モード $\sigma_r \pm j\omega_r$ を再現するには、

$$K_D = -2M\sigma_r, \quad K_S = \frac{M(\sigma_r^2 + \omega_r^2)}{n_0} \quad (5)$$

であればよい。すなわち K_D が正で大きいほど安定である。

図 1 特定の発電機に着目した電力系統の線形モデル
Fig. 1 A linear model of power system

図 2 特定の振動モードに着目した電力系統の線形モデル
Fig. 2 A modal model of power system

<2.3> 制動トルク係数の周波数応答の概念

制動／同期化トルク係数の周波数応答は、 K_D と K_S を近似する便法である。図 2 においては $-\Delta T_e$ の Δn と同相の成分が動揺抑制に寄与している。周波数応答 $K_{D\omega}(\omega)$ と $K_{S\omega}(\omega)$ は、このような動揺位相の関係に基づいて定義される。

$$K_{D\omega}(\omega) = \text{Re}(F(j\omega)) \quad (6-1)$$

$$K_{S\omega}(\omega) = -\frac{\omega}{n_0} \text{Im}(F(j\omega)) \quad (6-2)$$

ここに $F(s) = D + G(s)n_0/s$ である。以下 $K_{D\omega}(\omega)$ について議論していく。 $K_{D\omega}(\omega)$ は次の性質を持つ。

- (1) 多項式計算で求めることができる（固有値計算不要）。
- (2) K_D の近似値 $K_{D\omega}(\omega_r)$ が得られる（ ω_r は動揺周波数）。
- (3) 幅広い動揺周波数に対し定義でき系統条件が変わり動揺周波数が変化した際の特性を示す可能性がある。

次節で性質(2)，(3)の妥当性を議論する。

3. 性能指標としての妥当性

<3.1> 導出の手続きにおける疑問点

$K_{D\omega}(\omega_r)$ により K_D を近似することは、式(4)に準ずる次式から求めた s により固有値を近似することと等価である。

$$Ms^2 + K_{D\omega}(\omega)s + K_{S\omega}(\omega)n_0 = 0 \quad (7)$$

式(7)は特性方程式(3)の一部の s のみ $j\omega$ に置き換えて得られる。この置き換えに理論的裏付けがあるのか疑問である。[5]でも $(K_{D\omega}(\omega_r))$ でなく K_D を推定する際の便宜上の周波数応答計算において、同様の問題意識から、純虚数($s=j\omega$)でなく s の実部を考慮することを検討している。

<3.2> 制動トルク係数周波数応答の符号と安定性の関係

安定な系でも $K_{D\omega}(\omega) < 0$ なる周波数帯が存在し得る。以前から $K_{D\omega}(\omega)$ の符号と安定性の関係は調べられてきた[7]。実は $K_{D\omega}(\omega)$ の符号は安定性に直接的には関係しない。

証明：良く知られたNyquistの安定判別法[3, p.141]を「証明されている確実なもの」として引用する。それは開loop一巡伝達関数(図1の系では $F(s)/(Ms)$)の周波数応答軌跡による方法である。周波数応答軌跡は $s=j\omega$ とおき ω を0から無限大まで変化させて得られる。さて符号だけに着目すれば、あらゆる $0 < \omega < \infty$ に対し次式が成り立つ。

$$\begin{aligned} \text{sign}(K_{D\omega}(\omega)) &= \text{sign}(\text{Re}(F(j\omega))) = \text{sign}(\text{Im}(jF(j\omega))) \\ &= \text{sign}\left(\text{Im}\left(j \frac{F(j\omega)}{jM\omega}\right)\right) = -\text{sign}\left(\text{Im}\left(\frac{F(j\omega)}{jM\omega}\right)\right) \end{aligned} \quad (8)$$

すなわち一巡伝達関数周波数応答虚部の符号は制動トルク係数周波数応答の符号と直結している。Nyquist法によれば、 ω 増に対し周波数応答軌跡が複素平面上で $(-1,0)$ 点を左側に見るならば安定、さもなければ不安定である(必要十分条件)。すなわち明らかに、一巡伝達関数周波数応答虚部の符号による安定判別はできない。よって $K_{D\omega}(\omega)$ の符号は安定性と直接的には関係しない。(証明終)

<3.3> 主要振動周波数以外での $K_{D\omega}(\omega)$ の値の解釈

$K_{D\omega}(\omega)$ 曲線の主要動揺周波数以外の部分からは有意義な情報は得られない。なぜなら $K_{D\omega}(\omega)$ は外部系統の情報を含んでいるため、動揺周波数の変化の前提となる $F(s)$ の変化に伴い、周波数応答曲線そのものが変化してしまう。例として回転速度入力型PSSを持つ発電機の無限大母線への接続リアクタンスを0.2刻みで変化させ求めた制動トルク係数の周波数応答を図3に示す。外部リアクタンスの変化で、周波数応答曲線自体が大きく変化することがわかる。

<3.4> 性能指標としての可能性と限界

<3.2>、<3.3>の結果から、 $K_{D\omega}(\omega)$ に<2.3>節の性質(3)を期待することには無理があることがわかる。

性質(2)は例えば次に述べる2点の意味では妥当である。

- (1) $K_{D\omega}(\omega_r)$ が大きいならば開loop伝達関数の周波数応答軌跡が複素平面の第三象限で下側に膨らむので、 $(-1,0)$ 点と離れ、より安定であることが期待できる。
- (2) 個々のケースについては数値的に確認できる[4,7]。他に式(7)による固有値近似の精度から $K_{D\omega}(\omega_r)$ の妥当性を裏付ける方法もあるが、ここではこれ以上は議論しない。

なお弱制動であるほど近似精度は高く安定限界で $K_{D\omega}(\omega_r)$ は K_D に一致する[1]。しかし関数 $\text{Re}(\cdot)$ が正則関数ではない(Cauchy-Riemannの条件[2, p.22]を満たさない)ことを考えれば、尺度としての妥当性(いわば定規の目盛りと定規をあてる向き)に疑問が残ることは否定できない。

$K_{D\omega}(\omega_r)$ をPSS性能指標に用いるならば、以上述べたような限界を念頭におく必要があろう。

なお周波数応答ベースでの $(-1,0)$ 点とのへだたりの尺度としては位相余裕、ゲイン余裕が一般的である。他にも複素関数の等角写像性[2, p.28]を考慮した固有値推定法[3, p.144]、望ましい固有値存在域の境界に沿った特性方程式スキューンによる安定度判別法[3, p.124]など、 $K_{D\omega}(\omega)$ に置き換わり得る理論的に健全な評価法は複数存在する。

図3 制動トルク係数の周波数応答の計算例

Fig. 3 Frequency responses of damping torque coefficient

4. 終わりに

制動トルク係数の周波数応答 $K_{D\omega}(\omega)$ の、PSSの性能指標としての妥当性を調べた。Nyquistの安定判別法を引用した証明等を通じて次のことを明らかにした。

$K_{D\omega}(\omega_r)$ (ω_r は主要振動周波数)は制動トルク係数 K_D の近似値にはなり得るものの、 ω_r 以外の周波数帯における $K_{D\omega}(\omega)$ の値は特に有意義な情報を持たないと考えられる。
(平成13年11月22日受付)

文 献

- [1] 片岡：「PSS設計のための発電機励磁系の評価方法に関する一考察」，電気学会電技研資，PE(PSE)-97-125 (1997)。
- [2] 犬井，石津：複素関数論，東京大学出版会 (1988)。
- [3] 高橋：自動制御理論改訂版，岩波全書 199 (1962)。
- [4] 片岡：「電力系統の微小擾乱に対する各発電機固有の動揺抑制効果の評価方法に関する検討」，平成11年B部大会，194 (1999)。
- [5] W. K. Marshall, W. J. Smolinski, "Dynamic stability determination by synchronizing and damping torque analysis", IEEE Trans. PAS, PAS 92, July/August 1973, pp. 1239-1246.
- [6] F. P. DeMello, C. Concordia, "Concepts of Synchronous Machine Stability as Affected by Excitation Control", IEEE Trans. PAS, Vol. PAS 88, No. 4, April 1969, 316-329.
- [7] 原：「多機系ダンピング解析の物理的意味について」，平成5年電学全，1137 (1993)。