慣性センサの校正を再考する

(加速度はベクトルである)

正員 梅田 章* 非会員 尾上 賢**
 非会員 坂田 光児*** 非会員 福島 武博**
 非会員 嘉成 幸一*** 非会員 小林 敏之**

Revisit the Calibration of Inertia Sensors

Akira Umeda*, Member, Masaru Onoe**, Non-member, Kohji Sakata***, Non-member

Takehiro Fukushima**, Non-member, Kouichi Kanari***, Non-member, Toshiyuki Kobayashi**, Non-member

This report describes a novel technique for the calibration of accelerometers. The theory is based on acceleration as a vector quantity and the fact that the mathematical function of accelerometers is the projection of a real motion vector space to a signal vector space. The sensitivity should be therefore be defined as a matrix. The definition of the calibration shall be to derive all of the components in the sensitivity matrix. The transverse sensitivity value in the conventional definition can be derived using sensitivities in the sensitivity matrix. Cross sensitivity makes a large influence on the measurement error.

キーワード：加速度センサ，校正，ベクトル，感度マトリックス，マトリックス感度，レーザ干渉計，横感度，三次元振動台

Keywords : accelerometer, calibration, vector, sensitivity matrix, matrix sensitivity, laser interferometer, transverse sensitivity, three-dimensional vibration table

1. はじめに

今日、『半導体加速度センサは、MEMS 技術の成功例の一つである』は定説になっている。研究開発では五軸，六軸等とジャイロ機能まで組み込んだ加速度センサの試作が報告されている。今後多軸加速度センサの実用化がさらに進むとの見方が多い⁽¹⁾。一方，性能評価技術はどうであろうか？殆ど全ての多軸慣性センサの研究開発において，評価には単軸の振動台が使われ，かつ当然とみなされている。

本稿では，加速度センサの校正を原則に基づいて再考して得た理論及び実験結果について報告し，慣性センサ校正技術の正しい技術的枠組みについての提案としたい。

2. 序 論

図1に示す校正方法⁽²⁾⁻⁽⁴⁾は，現在広く受け容れられている方法で，計測の権威の出発点であるBIPM(国際度量衡局)国際比較でも用いられたが，加速度による校正とは言い難い。ISO2041⁽⁵⁾を持ち出すまでもなく，加速度計は加速度を計測するセンサであり，加速度はベクトルだからである。図1の方法では，運動方向を事前に加速度センサに与えているので，加速度の振幅値による校正に過ぎず，正確に言えば振動現象を加速度の単位で計測する際の校正となるだろう。加速度という物理量と単位の混同が起きており，さらに『工業的には加速度計測と振動計測はほぼ同じである』という初等物理を無視した暴論すら公に存在することに対しては，驚くばかりで言葉がない。本稿の出発点は、『加速度はベクトル量』である。

3. 校正のための理論

〈3・1〉 序論 加速度がベクトルである以上，模式的には図2が成立する。図2は，加速度センサの機能の数学的表現である。

図2から明らかであるが，ベクトル空間をベクトル空間に変換する割合を表すのが感度である以上，線形性を仮定する限りにおいて感度はマトリックでなければならない⁽⁸⁾。

* 産業技術総合研究所計測標準研究部門
 〒305-8563 茨城県つくば市梅園 1-1-1 筑波中央第三
 National Institute of Advanced Industrial Science and Technology
 Metrology Institute of Japan, Tsukuba Central 3, Umezono
 1-1-1 Tsukuba, Ibaraki 305-8563

** I MV株式会社
 〒530-0013 大阪市北区茶屋町 18-21 (豊崎ビル)
 IMV Corporation
 Toyosaki Building 18-21 Chyamachi Kitaku Ohsakaishi Ohsaka
 530-0013

*** 株式会社共和電業
 〒182-8520 東京都調布市調布ヶ丘 3-5-1
 Kyowa Electronic Instrument Co., Ltd.
 3-5-1 Chofugaoka Chofushi, Tokyo 182-8520

図1 現状で広く用いられている加速度センサの校正方法, (a) シングルエンド加速度計を振動台テーブルに取り付け、テーブルの運動を干渉計で計測する一次校正法, (b) ダブルエンド加速度計を振動台テーブルに取り付け、テーブルの運動を干渉計で計測する一次校正法, (c) ダブルエンドの加速度計を参照用加速度計として対象加速度センサを直列に結合して両者を比較する二次校正法

Fig. 1. Technique of accelerometer calibration, (a) Primary calibration for a single end accelerometer where a laser interferometer measures the table motion. (b) Primary calibration for a double end accelerometer. (c) Secondary calibration, so-called back-to-back technique, where the signal from the target accelerometer is compared with the output from the double end accelerometer as a reference.

図2 加速度計の数学的定義、実運動空間にある無限個の加速度ベクトルからなる集合（ベクトル空間）を、信号が表すベクトルの集合（信号ベクトル空間）に射影することが、加速度センサの数学的機能である

Fig. 2. Mathematical definition of accelerometers. The function of accelerometers is the projection of real motion vector space to the signal vector space. Real motion vector space is a set of the real acceleration to be measured by an accelerometer.

従って、校正とは感度を表すマトリックスの全ての要素を求めること、と定義されなければならない。以下においては感度を表すマトリックスについて、並進運動空間で考察する。表1は、軸数をパラメータとした正弦波加速度入力時の、入出力関係の記号を表す。

〈3・2〉 一軸加速度センサの感度 入力加速度が一軸

表1 入力加速度と出力加速度の記号と加速度センサの軸数の関係

Table 1. Symbols showing the relationship between the input acceleration and the output signals as a function of the axis number.

Input acceleration	Axis	Output acceleration
$(a_{ix1}, a_{iy1}, a_{iz1}) \exp(j\omega t)$	1	$V_{ox1} \exp(j\omega t)$
	2	$(V_{ox1}, V_{oy1}) \exp(j\omega t)$
	3	$(V_{ox1}, V_{oy1}, V_{oz1}) \exp(j\omega t)$
$(a_{ix2}, a_{iy2}, a_{iz2}) \exp(j\omega t)$	1	$V_{ox2} \exp(j\omega t)$
	2	$(V_{ox2}, V_{oy2}) \exp(j\omega t)$
	3	$(V_{ox2}, V_{oy2}, V_{oz2}) \exp(j\omega t)$
$(a_{ix3}, a_{iy3}, a_{iz3}) \exp(j\omega t)$	1	$V_{ox3} \exp(j\omega t)$
	2	$(V_{ox3}, V_{oy3}) \exp(j\omega t)$
	3	$(V_{ox3}, V_{oy3}, V_{oz3}) \exp(j\omega t)$

加速度センサの感度軸上にあるとは限らないという一般性を考慮すると、入力加速度と出力信号の関係は、(1)式で表される。係数行列が感度マトリックスである。

$$V_{ox}(t) = \begin{pmatrix} S_{xx} & S_{xy} & S_{xz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{ix}(t) \\ a_{iy}(t) \\ a_{iz}(t) \end{pmatrix} \dots\dots\dots (1)$$

第1の添え字は出力軸を表し、第二の添え字は入力成分の入力軸を表す。即ち、 S_{xx} はX軸入力X軸出力の感度であり、 S_{xy} はY軸入力X軸出力であり、 S_{xz} はZ軸入力X軸出力である。 S_{xx} は主軸感度に対して、残りの2個の感度は横感度である。

(1)式に表1の関係を代入して、感度マトリックスの成分に関する連立一次方程式として整理すると、次式が得られる。

$$\begin{pmatrix} a_{ix1} & a_{iy1} & a_{iz1} \\ a_{ix2} & a_{iy2} & a_{iz2} \\ a_{ix3} & a_{iy3} & a_{iz3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_{xx} \\ S_{xy} \\ S_{xz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{ox} \\ V_{oy} \\ V_{oz} \end{pmatrix} \dots\dots\dots (2)$$

(2)式が解けるための条件は、係数行列の行列式がゼロにならないことであるが、これは入力加速度ベクトルが線型独立であれば満足される。

〈3・3〉 二軸加速度センサの感度 加速度センサが二軸加速度センサである場合、入力加速度が感度軸で決まる平面上にあるとは限らない。この場合入出力関係は、(3)式で表される。

$$\begin{pmatrix} V_{ox}(t) \\ V_{oy}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{xx} & S_{xy} & S_{xz} \\ S_{yx} & S_{yy} & S_{yz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{ix} \\ a_{iy} \\ a_{iz} \end{pmatrix} \dots\dots\dots (3)$$

(3)式において下付添え字の意味は、一軸加速度センサの場合と同じである。 S_{xx} 、 S_{yy} は主軸感度であるのに対し、残りは横感度である。

(3)式に表1の二軸加速度センサの関係を代入して、感度マトリックスの成分に関する連立一次方程式として整理すると、(4.1), (4.2), (4.3), (4.4)式が得られる。

$$\mathbf{A}_2 \mathbf{S}_2 = \mathbf{V}_2 \dots\dots\dots(4.1)$$

$$\mathbf{A}_2 = \begin{pmatrix} a_{ix1} & a_{iy1} & a_{iz1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{ix1} & a_{iy1} & a_{iz1} \\ a_{ix2} & a_{iy2} & a_{iz2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{ix2} & a_{iy2} & a_{iz2} \\ a_{ix3} & a_{iy3} & a_{iz3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{ix3} & a_{iy3} & a_{iz3} \end{pmatrix} \dots\dots\dots(4.2)$$

$$\mathbf{V}_2 = (V_{ox1} \ V_{oy1} \ V_{ox2} \ V_{oy2} \ V_{ox3} \ V_{oy3})^T \dots\dots\dots(4.3)$$

$$\mathbf{S}_2 = (S_{xx} \ S_{xy} \ S_{xz} \ S_{yx} \ S_{yy} \ S_{yz})^T \dots\dots\dots(4.4)$$

$$\det \mathbf{A}_2 = \begin{vmatrix} a_{ix1} & a_{iy1} & a_{iz1} & 0 & 0 & 0 \\ a_{ix2} & a_{iy2} & a_{iz2} & 0 & 0 & 0 \\ a_{ix3} & a_{iy3} & a_{iz3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{ix1} & a_{iy1} & a_{iz1} \\ 0 & 0 & 0 & a_{ix2} & a_{iy2} & a_{iz2} \\ 0 & 0 & 0 & a_{ix3} & a_{iy3} & a_{iz3} \end{vmatrix} \dots\dots\dots(5)$$

(4.1)式で表される方程式の行列式は、式(5)が表すように入力加速度ベクトルが線型独立であれば、絶対にゼロにはならないので、かならず方程式は解ける、即ちかならず校正は出来るのである。

〈3・4〉 三軸加速度センサの感度 入出力関係は、(6)式で表される。

$$\begin{pmatrix} V_{ox}(t) \\ V_{oy}(t) \\ V_{oz}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{xx} & S_{xy} & S_{xz} \\ S_{yx} & S_{yy} & S_{yz} \\ S_{zx} & S_{zy} & S_{zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{ix}(t) \\ a_{iy}(t) \\ a_{iz}(t) \end{pmatrix} \dots\dots\dots(6)$$

(6)式において下付添え字の意味は、一軸加速度センサの場合と同じである。 S_{xx} , S_{yy} , S_{zz} は主軸感度であるのに対して、残りは横感度である。(6)式に表1の三軸加速度センサの関係を代入して、感度マトリックスの成分に関する連立一次方程式として整理すると、(7.1),(7.2),(7.3),(7.4)式が得られる。

$$\mathbf{A}_3 \mathbf{S}_3 = \mathbf{V}_3 \dots\dots\dots(7.1)$$

$$\mathbf{V}_3 = (V_{ox1}, V_{oy1}, V_{oz1}, V_{ox2}, V_{oy2}, V_{oz2}, V_{ox3}, V_{oy3}, V_{oz3})^T \dots\dots\dots(7.2)$$

$$\mathbf{S}_3 = (S_{xx}, S_{xy}, S_{xz}, S_{yx}, S_{yy}, S_{yz}, S_{zx}, S_{zy}, S_{zz})^T \dots\dots\dots(7.3)$$

$$\mathbf{A}_3 = \begin{pmatrix} a_{ix1} & a_{iy1} & a_{iz1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{ix1} & a_{iy1} & a_{iz1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{ix1} & a_{iy1} & a_{iz1} \\ a_{ix2} & a_{iy2} & a_{iz2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{ix2} & a_{iy2} & a_{iz2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{ix2} & a_{iy2} & a_{iz2} \\ a_{ix3} & a_{iy3} & a_{iz3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{ix3} & a_{iy3} & a_{iz3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{ix3} & a_{iy3} & a_{iz3} \end{pmatrix} \dots\dots\dots(7.4)$$

問題は、二軸の場合と同様に方程式(7.1)が解けるかどうかである。行列式は、行を入れ替えることで式(8.1)、式(8.2)、式

(8.3)のように書き換えることができるので、入力加速度ベクトルが線型独立であれば、絶対にゼロにはならないから、必ず方程式は解ける、即ちかならず校正は出来るのである。したがって、線型独立な加速度ベクトルを、振動台が発生できるのかどうかという問題になる。線型独立なベクトルの最大個数は、ベクトル空間の次元に他ならない。その意味で、この校正を行うためには、振動発生機がN軸運動発生機であつてもだめで、N次元でなければならないということになる。

$$\det \mathbf{A}_3 = \begin{vmatrix} \mathbf{A}_1 & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{A}_1 \end{vmatrix} \dots\dots\dots(8.1)$$

$$\mathbf{0} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \dots\dots\dots(8.2)$$

$$\mathbf{A}_1 = \begin{pmatrix} a_{ix1} & a_{iy1} & a_{iz1} \\ a_{ix2} & a_{iy2} & a_{iz2} \\ a_{ix3} & a_{iy3} & a_{iz3} \end{pmatrix} \dots\dots\dots(8.3)$$

N次元ということは、N個のアクチュエータ方向の単位運動ベクトルを、 $\mathbf{e}_1, \dots, \mathbf{e}_N$ とすると、運動発生機が生成する任意の運動ベクトル $\mathbf{X}$ が次式のように線型結合で表されることを意味する。

$$\mathbf{X} = \sum_{i=1}^N c_i \mathbf{e}_i \dots\dots\dots(9)$$

実際の振動台の大半は一軸振動台であるが、中には三次元振動台とか、三軸振動台と名乗っている機械もある。しかし(9)式が示すように、線型結合を自由に設定出来ないにもかかわらずN次元振動台と称する機械や、出来るにもかかわらず、N軸振動台と称する機械も見られる。この点に関しては、用語と概念の整理が必要である。

一軸振動台でも加速度センサの姿勢を変えれば良いとの考えもあるが、重力加速度に対する影響を考慮出来ないこと、慣性空間に対する条件が変わること、一軸振動台によって実現される運動の直線性には問題が残ること等の理由により、厳密性には欠けることを指摘しておきたい。

〈3・5〉 三軸以上の場合 〈3・2〉～〈3・4〉までの理論では、並進運動空間と限定したが、実際にはその必要はない。並進運動と回転運動をどのように選択しても、事情は変わらない。線型独立な運動ベクトルを選んで加振すれば、感度の方程式が必ず解けることは証明できる。従って実運動空間の最大の次元が6であるので、連立一次方程式の係数行列は最大で、 36×36 になる。むしろ問題なのは、加速度センサの感度軸の数のみならず、その評価を行った運動空間の次元と、環境パラメータが明確かどうかである。一軸の加速度センサであっても、3次元並進運動空間で感度を求めたのか、6次元(並進+回転)の運動空間で感度を求めたのかで、利用価値は大いに異なる。実際、3次元並進運動空間で感度が定義されていれば、3個集めて直交座標

おりである。

収録システム：

収録コンピュータ：PC9821Nf(NEC)

AD 変換ユニット：ADN-1400（カノーパス）

（14 bit, サンプルング周波数 5kHz）

図 4 実験で求めた X 軸関連のマトリックス感度成分（上： S_{xx} 、中： S_{xy} 、下： S_{xz} ）

Fig. 4. Components of the matrix sensitivity in terms of X-axis, Top S_{xx} , Middle S_{xy} , Bottom S_{xz} .

5. 実験結果

図 4(Top), (Middle), (Bottom) は、表 4 に示す 3 種類の加速度を印加し各周波数毎にマトリックス感度の全成分に関する連立一次方程式を解いて得た X 軸に関する感度の結果を示している。勿論、(6)式に示した感度の全ての成分は求めたが、非対角項のなかで、対象の成分が等しい値になった訳ではない。動的横感度は静的な横感度と比較して、オーダーとして大きな相違を示さなかった。静的横感度の値が、座標系を意識して取られたデータではないことに注意する必要があるが、ほぼ一定しとみなして補正回路を付けるだけで、精度が上がることは期待できるだろう。いずれにしても、横感度を周波数の関数として示すことが出来た。現状では、加速度をベクトルとみなし、加速度計の感度をマトリックスとして、かつ横感度をマトリックスの要素とし、周波数の関数として導ける国家標準機関は、現状では我が国だけである。

S_{xy} は、300Hz においてピーク値を示している。後に理論解析を行った結果、3 次元共振の場合、不釣り合いによるセンサー起歪部のねじり振動が影響していることが明らかとなった。

6. 討 論

〈6・1〉 マトリックス感度における横感度と、ISO5347 Part11 による横感度の関係 ここまでで、マトリックス感度が求まることを示した。そこで、従来の考え方との整合性について考察する。半導体加速度センサの試作論文では、横感度を考慮しないことが多い。多軸の加速度センサ＋ジャイロ機能の慣性センサのマトリックス感度では、横感度の方が主軸感度よりも数が多いことは重要である。

表 4 実験に用いた 3 組の加振ベクトル

Table 4. Three set of acceleration vector used for the calibration experiment.

f Hz	Vector1			Vector2		
	X	Y	Z	X	Y	Z
50	9.6	0.20	0.25	0.35	9.8	0.25
100	9.8	0.15	0.45	0.30	10.0	0.10
200	9.7	0.15	0.70	0.30	10.0	0.10
300	8.8	0.15	2.1	0.25	9.9	0.35
350	8.6	0.20	1.0	0.35	9.1	0.10
400	8.2	0.15	1.9	0.30	9.0	0.10
450	7.0	0.15	2.4	0.30	8.2	0.20
500	6.3	0.10	3.4	0.15	7.3	0.30
f Hz	Vector3					
	X	Y	Z			
50	0.10	0.10	9.5			
100	0.10	0.15	9.4			
200	0.10	0.15	9.4			
300	0.10	0.20	8.7			
350	0.20	0.20	8.1			
400	0.30	0.25	7.3			
450	0.10	0.25	6.4			
500	0.15	0.25	5.6			

ISO5347Part11⁽⁹⁾は、試験手順として「Vibrate the pick up at the reference amplitude and frequency in its sensing axis to determine its sensitivity. Determine the maximum and minimum values for transverse sensitivity by vibrating perpendicularly to the main axis of the pick-up. Then check the transverse response at different frequencies by frequency sweeping. The directions and magnitude of the maximum and minimum transverse responses shall be reported at the reference frequency.」と述べている。

この内容と、マトリックス感度の内容とを比較する。ISO 5347 Part11 が定義する横感度を、X軸、Y軸、Z軸方向の加速度を検出する加速度センサについて ε_x 、 ε_y 、 ε_z 、主軸感度を S_x 、 S_y 、 S_z とすると、図5より以下の式が成立する。

$$V_{ox} = S_x(a_{ix} + \varepsilon_x \sqrt{a_{iy}^2 + a_{iz}^2}) \quad (10)$$

$$V_{oy} = S_y(a_{iy} + \varepsilon_y \sqrt{a_{ix}^2 + a_{iz}^2}) \quad (11)$$

$$V_{oz} = S_z(a_{iz} + \varepsilon_z \sqrt{a_{ix}^2 + a_{iy}^2}) \quad (12)$$

一方、マトリックス感度における横感度寄与分は、(6)式から計算出来る。ISO 流の横感度との関係を知る必要があり、以下の式が成立する。

$$\begin{aligned} S_{xy}a_{iy} + S_{xz}a_{iz} &= S_{xy}\sqrt{a_{iy}^2 + a_{iz}^2} \cos \beta + S_{xz}\sqrt{a_{iy}^2 + a_{iz}^2} \sin \beta \\ &= \sqrt{S_{xy}^2 + S_{xz}^2} \sqrt{a_{iy}^2 + a_{iz}^2} \sin(\beta + \beta_m) \quad (13) \\ \cos \beta_m &= \frac{S_{xz}}{\sqrt{S_{xy}^2 + S_{xz}^2}}, \quad \sin \beta_m = \frac{S_{xy}}{\sqrt{S_{xy}^2 + S_{xz}^2}} \end{aligned}$$

(13)式と(10)式を比較すると、以下の(14)式が成立する。

$$\varepsilon_x = \frac{\sqrt{S_{xy}^2 + S_{xz}^2}}{S_{xx}} \sin(\beta + \beta_m) \quad (14)$$

(14)式の導出では、マトリックス感度で考えても従来手法で考えも、主軸感度の値は同じであることを用いている。ISO 5347 Part11 流の横感度は、マトリックス感度の横感度成分から計算出来ることになり、図4の結果を考えれば、周波数の関数になる。同様の計算は、Y軸、Z軸にも成立する。このことを考えれば、加速度センサのケーシングに評価を行った運動空間の座標系を明記する必要があることも明白になる。同時に、ISO 5347 Part11 に明確に記述されているように、同時に(14)式からも明確のように、従来の考え方の横感度は方向に依存する値であって、加速度センサの固有のパラメータではない。固有と言う言い方は、圧電型加速度計の場合には許されると思う。圧電物質は、圧電特性そのものがマトリックスで表されるからである。マトリックス感度の考え方では、座標系を決めれば、その枠組みでの値として自然に決定される。(14)式から、マトリックス感度(6)式の横感度がすべて等しいと仮定すると、(1,1,1)方向の加速度に対しては、マトリックス横感度の $2^{0.5}$ 倍が、ISO

図5 Top: 圧電加速度計もしくは一軸の検出デバイスを直交座標でくみ上げた場合, Bottom: 加速度の座標軸成分への分解

Fig. 5. Top: Three accelerometers assembled in orthogonal way, Bottom: Acceleration components.

5347 part11 流で定義される横感度になる。即ち (15)式を仮定すれば、(1,1,1)方向では(16)式が成立するので、(17)式が成立するのである。

$$S_{xy} = \varepsilon_M S_{xx}, \quad S_{xz} = \varepsilon_M S_{xx} \quad (15)$$

$$\beta = 45^\circ, \quad \beta = 45^\circ \quad (16)$$

$$\varepsilon_x = \sqrt{2} \varepsilon_M \quad (17)$$

(14)式から、 β をパラメータにして横感度を円グラフに表すと8の字型になることがわかるが、定性的には現実と一致することが判っている。また、ISO 5347 Part11 は最大値と最小値との間をどのように補間すればよいのかを述べていないが、(14)式によれば正弦カーブで補間すれば良いことも判る。

〈6・2〉 誤差の検討 ここでは、横感度を考慮する場合としない場合の計測誤差について検討したい。図1に示す校正の考え方は、ISO16063-11⁽³⁾に記述されており、4桁、5桁の精度で各国の標準研究所の校正精度が一致するとの結論が、報告されている⁽⁴⁾。しかし、横感度については報告がない。そもそも、現場での加速度計測の精度を保証せんとするトレーサビリティの大目的に、図1の方法は合致するかどうかは、大問題であろう。その議論のためには誤差を考える必要がある。図5に示すように加速度計を組み合わせた場合に特性が揃っていて、X軸、Y軸、Z軸の横感度がすべて ε に等しいと考えることは不自然ではないので、

(10)式, (11)式, (12)式を用いると以下の数式が成立する。

$$\text{Error} = \frac{\sqrt{\left(\frac{V_{ox}}{S_x}\right)^2 + \left(\frac{V_{oy}}{S_y}\right)^2 + \left(\frac{V_{oz}}{S_z}\right)^2}}{\sqrt{a_{ix}^2 + a_{iy}^2 + a_{iz}^2}} - 1 \quad \dots\dots\dots (18.1)$$

$$= \sqrt{1 + 2\varepsilon^2 + f} - 1$$

$$f = 2\varepsilon \frac{a_{ix}\sqrt{A} + a_{iy}\sqrt{B} + a_{iz}\sqrt{C}}{a_{ix}^2 + a_{iy}^2 + a_{iz}^2} \quad \dots\dots\dots (18.2)$$

$$A = \sqrt{a_{iy}^2 + a_{iz}^2}, B = \sqrt{a_{iz}^2 + a_{ix}^2}, C = \sqrt{a_{ix}^2 + a_{iy}^2} \quad \dots\dots\dots (18.3)$$

(18.1), (18.2), (18.3)式において加速度の各成分が相互に等しい場合には, (19)式が成立する。

$$\text{Error} = \sqrt{2} \cdot \varepsilon \quad \dots\dots\dots (19)$$

(19)式から, 仮に圧電加速度センサなどで通常許容される値として横感度を 3%であると仮定しても, (1,1,1)方向の加速度の計測誤差は, 4.2%になることが判る。(19)式において ε の係数は1より大きい数値であるから, 方向が未知の場合には, 横感度の値は全体の誤差の指標にはならない。

次に, マトリックス感度で横感度を考慮する場合としないうちの誤差について考える。横感度を無視する加速度計測は, 以下のように定式化される。(20.1)式の第一項目が, 横感度を考慮していないことを示す。

$$\begin{pmatrix} S_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & S_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & S_{zz} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} S_{xx} & S_{xy} & S_{xz} \\ S_{yx} & S_{yy} & S_{yz} \\ S_{zx} & S_{zy} & S_{zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{ix} \\ a_{iy} \\ a_{iz} \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots (20.1)$$

このときの誤差は以下の式(20.2)~(20.5)で表される。

$$\text{Error} = \frac{\sqrt{M_1^2 + M_2^2 + M_3^2} - \sqrt{a_{ix}^2 + a_{iy}^2 + a_{iz}^2}}{\sqrt{a_{ix}^2 + a_{iy}^2 + a_{iz}^2}} \quad \dots\dots\dots (20.2)$$

$$M_1 = \left(a_{ix} + \frac{S_{xy}}{S_{xx}} a_{iy} + \frac{S_{xz}}{S_{xx}} a_{iz} \right) \quad \dots\dots\dots (20.3)$$

$$M_2 = \left(\frac{S_{yx}}{S_{yy}} a_{ix} + a_{iy} + \frac{S_{yz}}{S_{yy}} a_{iz} \right) \quad \dots\dots\dots (20.4)$$

$$M_3 = \left(\frac{S_{zx}}{S_{zz}} a_{ix} + \frac{S_{zy}}{S_{zz}} a_{iy} + a_{iz} \right) \quad \dots\dots\dots (20.5)$$

ここで, 以下に示すような入力加速度の方向余弦(p, q, r)を考慮すると, 誤差は式(21.1)~(21.4)のように書ける。

$$\text{Error} = \sqrt{(M_1')^2 + (M_2')^2 + (M_3')^2} - 1 \quad \dots\dots\dots (21.1)$$

$$M_1' = \left(p + \frac{S_{xy}}{S_{xx}} q + \frac{S_{xz}}{S_{xx}} r \right) \quad \dots\dots\dots (21.2)$$

$$M_2' = \left(\frac{S_{yx}}{S_{yy}} p + q + \frac{S_{yz}}{S_{yy}} r \right) \quad \dots\dots\dots (21.3)$$

$$M_3' = \left(\frac{S_{zx}}{S_{zz}} p + \frac{S_{zy}}{S_{zz}} q + r \right) \quad \dots\dots\dots (21.4)$$

(21.1)~(21.4)からわかるように横感度を考慮しない場合の誤差は, 横感度と方向余弦の関数となるのに対して, 横感度が考慮できるマトリックス感度では, 感度マトリックスの逆マトリックスを書けることが計測であるから, 理論上線形領域では誤差は発生しないことになる。つまり, 図1に示す校正が施された加速度センサもしくはMEMS技術で作られた加速度検出部を複数個多軸に組んでも, 原理的にはベクトルとしての加速度は計測できない。高い精度は不必要という主張もあろうが, そもそも考え方が違うので誤差を論じるのは不適當である。軸数を増やして回転検出機能を持つ場合には, 横感度の影響はますます大きくなる。六軸慣性センサの 6×6 の感度マトリックスは30個の横感度を持つから, それらの影響を無視して計測が成立するとは, 到底考えられない。

横感度/主軸感度が全て等しく ε とすると, 誤差は以下の式になる。

$$\text{Error} = \sqrt{(1 + 2\varepsilon^2) + 2\varepsilon(2 + \varepsilon)(pq + qr + rp)} - 1 \quad \dots\dots\dots (22)$$

この式から, 横感度/主軸感度が全て等しく ε の場合には, $p=q=r$ の時に, 即ち(1, 1, 1)方向で誤差は最大となる。式(22)のルートの中の第二項は入力加速度の方向に依存し, いずれかの軸に平行であれば, ゼロになる。一方第一項は, 方向には依存しない。図1に示す方法で校正された3個の加速度センサまたは検出部を直交座標系で組み立てた加速度センサへの入力加速度が感度軸のいずれかに平行である場合には, 式(23)に示す誤差が生じる。

$$\sqrt{1 + 2\varepsilon^2} - 1 \approx \varepsilon^2 \neq 0 \quad \dots\dots\dots (23)$$

数値的には無視できる量ではあろうが, 単独で感度軸が入力加速度の方向と一致していれば誤差は理論上0であるこ

図6 入力加速度の方向余弦の定義

Fig. 6. Definition of direction cosine of the acceleration.

とを考えると、図 1 に示す技術で校正された加速度センサを三軸に組むこと自身に無理があることを式(23)は意味している。横感度は微小だからという言い訳が無理であることは、(1,1,1)方向の誤差で明らかであるし、五軸、六軸となるとこの点が不明確なままでは、センサとしては成立しないであろう。

主軸感度をすべて等しく S とし、横感度/主軸感度を全て等しく ε とすると、三軸加速度センサの感度マトリックスの行列式は、以下のようになる。

$$\begin{vmatrix} S & \varepsilon S & \varepsilon S \\ \varepsilon S & S & \varepsilon S \\ \varepsilon S & \varepsilon S & S \end{vmatrix} = S^3(\varepsilon-1)^2(2\varepsilon+1) \dots\dots\dots (24)$$

通常横感度が小さいことが性能の良い加速度センサを意味するが、式(24)から感度マトリックスが逆マトリックスを持つための横感度に関する条件は、厳しくないことがわかる。すなわち、横感度を出来るだけ小さくする検出部機械構造に依存する設計ではなしに、感度マトリックスの逆マトリックス演算が容易になるような、かつ性能評価と回路の調整の高効率化を最初から念頭にいった慣性センサの設計も考えられるのではないかと考えられる。すなわち、両者の中間に最適な設計があるのではないかと考えられる。

7. 結 論

- (1) 加速度センサ/加速度計の感度は、マトリックスで表されるべきであり、本稿で示したように、実現可能である。すなわち、校正とは、マトリックスの全ての成分を明らかにすることである。
- (2) 多軸慣性センサ（ジャイロ+加速度計）の場合でも、事情は同じで、厳密には感度はマトリックスで表されるべきであり、正しい運動発生機を用いることにより可能である。一軸振動台で多軸慣性センサの性能を評価することが殆ど不可能に近いことは、本稿で示した理論からは明らかであろう。
- (3) 三次元励振は、一次元励振では判らない三次元構造の複雑な動特性を明確に出来ることが実験的に立証された。
- (4) MEMS 分野での研究開発における慣性センサでは、どこまでの性能があるのかについては、十分説得力ある結果は未だ得られていないと考えられる。大袈裟に言って、計測機器/センサを生産しているのか、誤差を生産しているのか判らないのが実情ではないか。実際、並進加速度検出に回転角速度がどう影響するかを実験的にもとめること（スカーリング効果）や、回転角速度や角加速度に並進加速度がどのように影響するかを実験的にもとめようとする、多次元多軸同時加振でマトリックス感度を求めることにならざるをえないだろう。
- (5) MEMS 開発において、加工技術、電子回路、計測・評価技術が 3 本柱であるとするならば、MEMS 開発開始当初と比較して、計測の重要性は飛躍的に重要

になったこと、最終製品の価値を上げるには、三本柱のどこに特徴があっても良いこと、を指摘したい。シリコンを削る技術もさることながら、それ以外の技術の重要性も同時に高まったと筆者は考えている。

- (6) ISO8041 Human response to vibration – Measuring instrumentation – が主張するところの『振動校正したトランスデューサで加速度を計測すること』は、原理的に無理である。従来の校正技術では、加速度をベクトルとして計測することが無理であることを、本論で示した。
- (7) ICPRIE のように高価な加工装置に投資することが常識化しているとするならば、機械的な評価装置の開発は今後の課題になると考えられる。逆にいうと、市場が大きく、高価な加工装置が受け入れられている分野では、高級な計測評価技術が受け入れられる可能性も高い。
- (8) 感度をマトリックスで表現していない場合には、加速度計とか加速度センサとは呼ばないことによって、『工業的には加速度と振動は同じである』と言うような混乱を起す暴論を防止する必要がある。従来は横感度を決めることが出来なかったから、加速度を初等物理の教えの通りに計測する枠組みはなかったのである。
- (9) Primary calibration は不確かさ 0.5%, Secondary calibration は、不確かさ 3 % などという表現が、商品としての加速度計単体に用いられるが、3 個の加速度計を直交座標で組み立てた加速度計に対しても、単独の加速度計とは別に、このような区別が必要であろう。
- (10) 感度軸と運動方向を一致させて行われる現状の校正手法の不確かさ（精度）が GUM⁽¹⁰⁾に基づいて検討され精度保証の基礎データとなっているが、運動方向が先験的に与えられていない場合の加速度計測の精度を保証している訳ではないことに、注意する必要がある。
- (11) 加速度の絶対値を正確に計測しようとする、感度をマトリックスとして表すほうが絶対的に合理的である。横感度は α % 以下であるという表示と α が小さく無視できることに基づいて、3 個の加速度計を直交座標系で組み立てて加速度と見立てた測定を行っても、絶対値の誤差が α % より大きくなることは、現校正方法の基本的な矛盾かつ問題点である。また、このような表記は横感度が加速度計に固有の一定なパラメータであるかの如くの印象を与えるが、それが違うことも明らかで、方向の指定が欠かせないことは、非常に重要である。
- (12) マトリック感度における横感度は、従来からの横感度の定義と矛盾しない。ISO-5347 part11 の記述は、ベクトルとしての記述を意図的に避けた表現と言えるし、主軸感度方向の励振とそれに垂直な方向の励

- 振を同時に行うのか否かの記述は、不明確である。
- (13) 軸の数で加速度計を分類すると同時に、周波数特性評価を求めた空間の次元、すなわち印加した加速度をどのように考えるかを区別する必要がある。同じ三軸加速度センサでも、三次元なのか、6次元なのかで計測の精度には大きな違いが出る。回転による誤差補正を必要としているような三軸加速度計であれば、三軸—6次元であり、並進加速度のみを入力加速度として考慮して特性を求めたのであれば、三軸—3次元ということになる。マトリックス感度を念頭におく限り、このような表記法が必要になる。
- (14) 横感度を求めるためには、感度をマトリックスで定義し、同時加振の振動台を使う必要がある。ISO-5347 Part11 に従っても横感度の数値は決まらない。方向1で最大値を取り、方向2で最小値になると報告せよと述べるのみで、方向1、方向2以外の方向から横の運動が加わった時の横感度の値をどのように導くのかを、ISO 5347 Part11 は何も述べていないからである。この点は、ISO 諸規格⁽²⁾⁽³⁾⁽⁶⁾⁽⁷⁾及びBIPM 国際比較⁽⁴⁾の決定的な弱点である。(15)式が示すようにマトリックス感度による横感度が定義されていれば、座標系に従うことで方向が決まり、その方向からの横感度は自然に決まってしまう。横感度は加速度振幅の計測に大きな影響を与えるので、マトリックス感度を考えないと、加速度の計測は成り立たないと言っても言い過ぎではない。
- (15) マトリックス感度は一見複雑に思えるが、ISO5347 Part11 が述べる、一軸加速度計の感度軸に垂直なあらゆる方向から振動を印加して出力を計測するという非現実的手法と比較すると、明快かつ容易である。
- (16) マトリックス感度では、全成分を周波数の関数として定義できるが、実用上は重要な部分のみとし、その他の成分は、定数におくということも許されるだろう。
- (17) 一軸加速度計と、一軸—3次元加速度センサの相違点は、1個の主軸感度と2個の横感度が定義されるばかりでなく、一軸—3次元の加速度計は3個直交座標系で組み立てれば三軸—3次元の加速度計になることである。
- (18) 人体振動諸規格 ISO-2631 シリーズ規格のように加速度成分を求めなければならない計測や、HIC (Head Injury Criteria) のように高い精度が必要な分野では、マトリックス感度が定義された加速度計が求められると思われる。
- (19) ベクトルとしての校正を実現するためには、多軸同時加振の多次元振動台が不可欠である。敢えて言えば、慣性センサが計測の対象とする実運動空間が、校正に用いる運動発生機が創成する運動空間によってどの程度シミュレートされているか、が本質的な問題だからである。軸をあわせた振動校正のセンサを加速度計と呼び、三軸に構成してベクトルを計るというのは、原則から見れば基本を無視した便宜主義といえるだろう。
- (20) 振動台が生成する運動空間の次元と振動台の軸数を区別する考え方が必要である。運動空間から見れば、振動台の軸とは、座標系あるいは基底ベクトルに相当する。空間になるかどうかは、基底の線形結合に相当する運動を発生することが出来るかどうかである。出来る場合には、次元を考えることが出来る。多方向の同時加振が出来る多軸振動台とは言っても、最初から運動方向が設定されていてユーザが変更できない場合と、軸方向の運動を基底ベクトルとみなすことができ、その線型結合として目標の運動を自由に設定できる場合を区別する必要がある。例えば三軸振動台であれば、前者は三軸振動台であるのに対して、後者は三軸三次元振動台である。すなわち、試験装置としての運動発生機に関する用語として、軸数と次元を明確に使い分けられるようにする必要がある。
- (21) 実験に用いた運動発生機の制御用加速度センサの感度は、残念ながらマトリックスでは定義されていない。制御パラメータを操作して効果が出なくなった時の運転は、必ずしも目標値とは一致しなかった。横感度の影響があるものと推定している。クロストーク制御のためにテーブル面の運動を検出する加速度センサの感度をマトリックスで定義しなかったのは盲点であった。逆に、そのような加速度センサを用いれば、性能の向上が期待される。
- (22) ISO の振動・衝撃関連の諸規格では、加速度の計測と振動の計測の切り分けが不十分であり、今後の大きな課題と思われる。
- (23) 未知の現象における運動の計測では、マトリックス感度が定義された加速度計を使わざるを得ない。
- (24) 地震計のように方向が時間とともに変動する振動の計測では、使用する加速度センサにマトリックス感度が定義されなければならない。
- (25) 次元が考慮された加速度計では、ケーシング表面に感度の定義で用いた座標系が明示されなければならない。
- (26) 通常加速度計の構造設計では、横感度の最小化が目標となろうが、最初から補正を考えるとすると、設計の考え方が変わる可能性がある。
- (27) 日本工業規格には、可能な限り早急にこの考え方が取り入れられるべきである。即ち、加速度計／加速度センサに関する規格と振動計あるいは衝撃センサにかかわる工業規格の二本立てにしないと、誤解は継続するだろう。どの加速度センサも感度はマトリックスでされ、各要素が周波数の関数として定義されなければならないと主張することにも無理があるので、応用に応じた感度の分類と名称があつて良いだ

ろう。基準加速度センサの感度は、マトリックスでなければならぬまい。

- (28) 加速度の振幅値を基礎とする諸規格^{(11)~(18)}においては、加速度計測の基礎を何にするのか、再考が必要ではないかと考えられる。具体的には、罰則を伴う計量法に従えば、現状では自動車の衝突は正面衝突しかありえず、従って、衝突が正面で起きない場合には、正面からぶつかるように制御系が機能しなければ、トレーサビリティにはのらないのであるが、この事態は奇妙という他はあるまい。すなわち、計量法における振動加速度の原器の見直しが必要である。

(平成 16 年 6 月 1 日受付, 平成 16 年 9 月 30 日再受付)

文 献

- (1) 財団法人日本産業技術振興協会発行 加速度計測標準の現状と問題点および我が国産業界のニーズに関する研究調査報告書(平成 15 年 3 月)
- (2) ISO 5347 シリーズ規格: Methods for the calibration of vibration and shock pick-ups
- (3) ISO16063 シリーズ規格: Methods for the calibration of vibration and shock transducers
- (4) Hans-Jürgen von Martens et al : Final Report on Key Comparison CCAUV.V-K1 : PTB 1-22 Braunschweig (October 2002)
- (5) ISO 2041 Vibration and shock vocabulary
- (6) ISO 8041:1990 Human response to vibration – Measuring instrumentation
- (7) DIS ISO-8041:2003 Human response to vibration – Measuring instrumentation
- (8) 斎藤正彦: 東京大学出版会 線形代数入門
- (9) ISO-5347 part 11, ISO-5347 Methods for the calibration of vibration and shock pick-ups, part 11 testing of transverse vibration sensitivity
- (10) BIPM, IEC, IFCC, ISO, IUPAC, IUPAP, and OIML GUM Guide to the Uncertainty expression in measurement
- (11) FMVSS 202 : Federal Motor Vehicle Safety Standard 202, Head Restraints
- (12) FMVSS 203 : Federal Motor Vehicle Safety Standard 203, Impact Protection for the Driver from the Steering Control System
- (13) ISO 2631-1 : Mechanical vibration and shock – Evaluation of human exposure to whole-body vibration – Part 1: General requirements
- (14) ISO 2631-2 : Mechanical vibration and shock – Evaluation of human exposure to whole-body vibration – Part 2: Continuous and shock-induced vibrations in buildings (1 to 80 Hz)
- (15) ISO 2631-4 : Mechanical vibration and shock – Evaluation of human exposure to whole-body vibration – Part 4 Effects of vibration, replaced acceleration and rotational motion on passengers and crew comfort of fixed guideway transport system
- (16) ISO 2631-5 : Mechanical vibration and shock – Evaluation of human exposure to whole-body vibration – Part 5 Method for evaluation of vibration containing multiple shocks
- (17) ISO5349-1 : 2001 Mechanical vibration – Guide lines for the measurement and the assessment of human exposure to hand-transmitted vibration Part 1 General guidance
- (18) ISO5349-2 : 2001 Mechanical vibration – Guide lines for the measurement and the assessment of human exposure to hand-transmitted vibration Part 1 Practical guidance for measurement at the workplace
- (19) A. Umeda, K. Sakata, K. Kanari, T. Kobayashi, T. Fukushima, and M. Onoe : Calibration of three-axis accelerometers as a three-dimensional accelerometer using a three-axis vibration generator and laser interferometers, Book of abstracts HARMST2003, 15 June 2003 Monterey California U.S.A.
- (20) A. Umeda, M. Onoe, K. Sakata, T. Fukushima, K. Kanari, H. Iioka, and T. Kobayashi : Calibration of three-axis accelerometers using a three-dimensional vibration generator and three laser interferometers, Sensors and Actuators A Physical (in print)

梅 田 章

(正員) 1948 年 5 月 6 日生。1971 年 6 月東京大学工学部機械工学科卒業。1976 年同大学大学院工学系研究科博士課程修了, 工学博士。東京大学工学部を経て 1978 年工業技術院計量研究所計測標準研究部門主任研究員。日本機械学会会員。大型プロジェクト『マイクロマシン技術』に従事。専門分野は動的機械量の計測技術。ISO, IEC, JIS 規格作成プロジェクトに参加。

尾 上 賢

(非会員) 1935 年 11 月 24 日生。1959 年 3 月茨城大学工学部電気工学科卒業。(株)明石製作所入社、1980 年米国 ISI 社取締役、1987 年(株)明石製作所取締役、1990 年 IMV(株)専務取締役、この間振動試験装置の研究、設計、販売に従事、現同社監査役。現在興味があること: 多次元振動試験機の制御。

坂 田 光 児

(非会員) 1951 年 7 月 30 日生。1977 年 3 月東京都立大学工学系研究科機械工学専修修士課程修了, 1979 年 5 月同博士課程中退。同月(株)東芝入社。原子力発電所の耐震設計関連業務に従事。1987 年 2 月(株)共和電業入社。主に振動計測関連業務に従事。

福 島 武 博

(非会員) 1951 年 4 月 8 日生。1973 年 3 月大阪府立工業高等専門学校卒業。同年 4 月(株)国際機械振動研究所(現, IMV(株))入社。主に振動試験装置の設計・開発関連業務に従事。

嘉 成 幸 一

(非会員) 1970 年 5 月 26 日生。1995 年 3 月東海大学大学院工学系研究科土木工学専攻修士課程修了。同年 4 月(株)共和電業入社。主に土木計測関連業務に従事。

小 林 敏 之

(非会員) 1972 年 5 月 24 日生。2000 年 3 月大阪府立大学大学院工学研究科卒業。同年 4 月 IMV(株)入社。開発部員, デジタル振動制御器の開発に従事。