静電型マイクロアクチュエータの弾性変形の解析

学生員 早 川 和 明 (愛知工業大学)

正 員 鳥 井 昭 宏 (愛知工業大学)

正 員 植 田 明 照 (愛知工業大学)

An Analysis of the Elastic Deformation of an Electrostatic Microactuator

Kazuaki Hayakawa, Student-member, Akihiro Torii, Member, Akiteru Ueda, Member (Aichi Institute of Technology)

A scratch drive actuator (SDA), which consisted of a bushing and a plate, was one example of an electrostatic microactuator. We analysed an elastic deformation of the SDA. The analytic method of an elastic deformation caused by the electrostatic force is described. The elastic energy and the electrostatic energy were used to calculate the elastic deformation of the SDA. The obtained results were used to explain a theoretical microstep of the SDA. The method we described is applied to analyse the elastic deformation of the electrostatic microactuators.

キーワード：精密変位、弾性変形、静電エネルギー、弾性エネルギー、エネルギー平衡

1. はじめに

マイクロアクチュエータの駆動源としては静電力が有利である。これは静電力が表面力であるためアクチュエータの微細化により単位体積あたりのエネルギー密度が増大することや、電圧駆動のためアクチュエータの制御が容易であること、マイクロマシーニングにより良好な絶縁薄膜や微小間隙が実現できることなどの理由による。

静電力を駆動源とした静電型マイクロアクチュエータの一つにScratch Drive Actuator(SDA)がある⁽¹⁾。SDAは周期的な電圧印加によりL字形プレートが弾性変形を繰り返し、インクリメンタルな変位を行う静電型マイクロアクチュエータである。SDAの簡単な構造は微小化を可能にし、微小領域で効果的な摩擦力を駆動力に変換することによって安定した精密変位を実現する。さらに利用目的に適した自由な大きさの設計やシステム化が可能であるため、SDAを用いた三次元マイクロマシーニングが報告されている⁽²⁾。また、三次元マイクロマシーニングを用いたSDAのメカニズムの定量的評価も行われている⁽³⁾。しかし、SDAの移動メカニズムや微小変位量の理論的な検討は行われていない。SDAの精密な微小変位を制御し、より広範囲への応用を可能にするためには、SDAの理論的な特性解析が不可欠である。

ところで、微小構造物の弾性変形をもとに微小な吸着力を求める方法がある⁽⁴⁾。この方法は、ポリシリコンのはりの弾性変形によるエネルギーと吸着力によるエネルギーからのはりの弾性変形を算出し、吸着力を求めている。対象とする構造物が単純な形状の場合、外力により生じる構造物

の変形は理論的に求められるため、この本法はマイクロアンチレバーやプレートの弾性変形を用いたマイクロアクチュエータの動作解析に適用可能である。

そこで本論文では、静電力により生じるプレートの弾性変形を解析的に求める方法を述べる。この方法は弾性変形のエネルギーと静電力によるエネルギーを用いてプレートの弾性変形を解析的に求める方法である。この方法をSDAのマイクロステップの動作解析に適用する。また、SDAの拡大モデルを用いて本手法の妥当性を確認する。

2. SDAの構造

図1にSDAの模式図を、表1に本論文で対象とするSDAの諸元を示す⁽¹⁾。SDAはブッシングとプレートからなるL字形プレートである。ポリシリコンのL字形プレートはマイクロマシーニングによって大きさ数十 μm 平方、高さ数 μm でシリコン基板の絶縁薄膜上に作られる。ブッシングとプレートの結合部にある支持はりはSDAを支持するとともに、電極の役割をする。SDAはプレートと基板の間に周期的な電圧を印加することによりブッシング方向へ移動する。表1中の物理定数はポリシリコンの値である^(5, 6)。これらの物理定数には一般的に $E = 2G(1 + \nu)$ の関係がある。

図2にSDAの移動メカニズムを示す。ここで、弾性変形するL字型プレートは(i)プレートとブッシングの間の角度は 90° が保持され、(ii)ブッシング部分の弾性変形は無視できると仮定する。図2(a)のプレートと基板の間に電圧を与えると、プレートは静電力によって絶縁薄膜に引きつけられる。このときプレートは一端をブッシングにより支持され

図1 SDAの模式図

Fig.1. Schematic diagram of SDA.

表1 SDAの諸元

Table 1. Dimensions of SDA specifications.

ポリシリコンの縦弾性係数 (ヤング率)	E	170	GPa
ポリシリコンの横弾性係数 (剛性率)	G	70	GPa
ポリシリコンのポアソン比	ν	0.22	
プレートの全長	L	80	μm
プレートの幅	w	80	μm
プレートの厚み	t	1.4	μm
ブッシングの高さ	h	1.0	μm
絶縁薄膜の厚さ	d	0.3	μm
絶縁薄膜の誘電率	ε	$3.7\varepsilon_0$	F/m
はりの長さ	a	80	μm
印加電圧	V	100	V

ているため他端より変形する(図2(b))。ブッシングがプレートの変形により図中の左側方向に押し出され、プレートは弾性変形し、図2(c)の形状になる。このときのプレートには、変形による弾性エネルギーと電圧印加による静電エネルギーが蓄えられている。電圧が0になると、プレートは弾性力によって元の形へと戻り、ブッシング先端と絶縁薄膜との摩擦によりブッシング前面方向に変位する(図2(d))。図2(e)で示される Δx がSDAの1ステップあたりの変位量である。SDAは周期的な電圧印加により図2の動作を繰り返して移動する。

SDAの1ステップあたりの変位量 Δx は図2(c)に示すプレートが弾性変形したときのブッシングによって確保されるため、弾性変形したプレートの形状を解析することにより Δx が算出できる。図2(c)の状態では図1のSDAに、(i)プレートの弾性変形のエネルギー、(ii)プレートと基板の間の静電エネルギー、(iii)ブッシングと基板の間の静電エネルギー、(iv)はりの弾性変形のエネルギー、(v)はりと基板の間の静電エネルギーが蓄えられている。

図2 SDAの移動メカニズム

Fig.2. Mechanism of SDA.

3. プレートの弾性変形とSDAのステップ変位

図3に弾性変形したプレートの模式図を示す。プレートのたわみ部分の長さを ℓ とした。図3より弾性変形したプレートのたわみ部分 $0 \leq x \leq \ell$ のたわみ曲線を求める。プレートのたわみ部分 $0 \leq x \leq \ell$ と基板の間に働く静電引力は、プレートの接触部分 $\ell \leq x \leq L$ と基板の間に働く静電引力と比較して無視できる程度に小さいと仮定する。このときのたわみ曲線は、各 x 軸断面における曲げモーメント M_x を用いて

$$EI_z \frac{d^2 y}{dx^2} = -M_x \quad \dots \dots \dots (1)$$

と表される。ここで、 I_z はプレートの断面二次モーメントである。仮定より、プレートの弾性変形は長さ ℓ の一端固定の片持ちはり自由端 $x=0$ に集中荷重 R を受けて変位 h を生じた場合と等価である(図4)。よって、位置 x における曲げモーメントは

$$M_x = -Rx \quad \dots \dots \dots (2)$$

となる。境界条件式は

$$y|_{x=0} = h, \quad y|_{x=\ell} = 0, \quad \left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=\ell} = 0 \quad \dots \dots \dots (3)$$

である。式(1)(2)(3)を用いると、

図3 弾性変形したプレートの模式図

Fig.3. Schematic diagram of the deflected plate.

図4 集中荷重を受ける片持ちはりの弾性変形

Fig.4. Schematic diagram of the SDA plate deflected by the concentrated load.

$$y = \frac{R}{2EI_z}(x^3 - 3\ell^2x + 2\ell^3) \quad (4)$$

 が求められる。 $y|_{x=0} = h$ の境界条件より

$$\frac{R}{EI_z} = \frac{3h}{\ell^3} \quad (5)$$

 が得られ、プレートのたわみ曲線 y および $x=0$ における接線と x 軸とのなす角 θ が

$$y = \frac{h}{2\ell^3}(x^3 - 3\ell^2x + 2\ell^3), \quad (6)$$

$$\theta = \left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=0} = -\frac{3h}{2\ell} \quad (7)$$

と求められる。

 弾性変形したプレートのたわみ部分 $0 \leq x \leq \ell$ にはたわみエネルギーが蓄えられ、

$$U_d = \frac{EI_z}{2} \int_0^\ell \left(\frac{d^2y}{dx^2} \right)^2 dx, \quad (8)$$

$$I_z = \frac{wt^3}{12} \quad (9)$$

 で与えられる。式(6)(8)(9)よりプレートのたわみエネルギー U_d が

$$U_d = \frac{Ewt^3h^2}{8\ell^3} \quad (10)$$

と求められる。

 プレートと基板の接触部分に蓄えられる静電エネルギー U_s は、次章で示すように、たわみ部分の静電容量を無視できるため、

$$U_s = -\frac{CV^2}{2} \quad (11)$$

 である。ここで、 C は静電容量であり、 V は印加電圧である。静電エネルギー U_s は電源からのエネルギー供給との差し引きを考慮すると、負の値となる。静電容量 C は

$$C = \varepsilon \frac{w(L-\ell)}{d} \quad (12)$$

 である。式(11)(12)より静電エネルギー U_s が

$$U_s = -\frac{\varepsilon w(L-\ell)V^2}{2d} \quad (13)$$

と求められる。

 プレートに蓄えられる全エネルギー U_T は

$$U_T = U_d + U_s \quad (14)$$

 であり、印加電圧 V が与えられたときのプレートの形状は、 $dU_T/d\ell=0$ を満足する。したがってプレートのたわみ部分の長さ ℓ が式(10)(13)(14)より

$$\ell = \left(\frac{3Edt^3h^2}{4\varepsilon V^2} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (15)$$

と求められる。

 図3に電圧 V の印加によりプレートの $\ell \leq x \leq L$ が基板に吸着しているSDAを示す。電圧印加によりプレートとプッシングの間の角度(90度)が保持されると仮定すると、SDAの理論的な変位量 Δx は式(7)(15)より近似的に

$$\Delta x \approx h|\theta| = \left(\frac{27\varepsilon h^6}{4Edt^3} \right)^{\frac{1}{3}} \sqrt{V} \quad (16)$$

と与えられる。

4. 計算結果と考察

 図5に表1の値と式(10)(13)(14)より得られる U_d 、 U_s 、 U_T を示す。 U_T は唯一の極値を持つことがわかる。図5と式(14)より U_T の極値を与える ℓ は $\ell=24\mu\text{m}$ と求められる。図6に表1の値と式(16)より求めたSDAの理論的な変位量 Δx を示す。プッシングの高さ h をパラメータとした。図6よりSDAの変位量 Δx は印加電圧 V の平方根に比例することがわかる。この結果は、文献(1)に示される平均的なSDAの変位量(実測値)を良く説明している。

 プレートのたわみ部分の静電エネルギー U_{s1} を検討する。図3のプレートの弾性変形を $x=0$ における接線を用いて2つに分割する。接線は x 軸と $x=\frac{2}{3}\ell$ で交わるので、 $0 \leq x \leq \frac{2}{3}\ell$ をたわみ部分、 $\frac{2}{3}\ell \leq x \leq L$ を接触部分と直線近似する。プレートのたわみ部分は、 θ で傾くプレート接線と基板からなる2枚の電極板間に厚み d の絶縁物を挿入したコンデンサとみなせる。たわみ部分の単位長さあたりの静電容量 $C_1(x)$ は

$$C_1(x) = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon w}{\varepsilon g(x) + \varepsilon_0 d} \quad (17)$$

 で与えられる。ここで、 $g(x)$ はプレートの接線を表す関数である。たわみ部分の静電容量 C_1 は

$$C_1 = \int_0^{\frac{2}{3}\ell} C(x) dx = \frac{\varepsilon_0 w}{\theta} \ln \left(\frac{\varepsilon_0 d + \varepsilon h}{\varepsilon_0 d} \right) \quad (18)$$

図5 弾性変形するプレートのエネルギー曲線
Fig.5. Energy curves of the deflected SDA plate.

図6 SDAの理論変位量
Fig.6. Theoretical incremental displacement of the SDA.

と求められる。したがって、プレートのたわみ部分に蓄えられる静電エネルギー U_{s1} が式(11)より

$$U_{s1} = -\frac{\varepsilon_0 w \ell V^2}{3h} \ln \left(\frac{\varepsilon_0 d + \varepsilon h}{\varepsilon_0 d} \right) \quad (19)$$

と求められる。

ブッシングと基板間の静電エネルギー U_{s0} を検討する。図3のプレートの弾性変形より、ブッシング部分は $\frac{\pi}{2} - \theta$ だけ傾いたブッシングと基板の電極板間に厚み d の絶縁膜を挿入したコンデンサとみなせる。単位長さあたりの静電容量 $C_0(x)$ は

$$C_0(x) = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon w}{\varepsilon b(x) + \varepsilon d} \quad (20)$$

図7 プレートに蓄えられる静電エネルギー
Fig.7. Electrostatic energy stored in the SDA plate.

で与えられる。ここで、 $b(x)$ はブッシングの直線式である。ブッシング部分の静電容量 C_0 は

$$C_0 = \int_{-\Delta x}^0 C(x) dx = \varepsilon_0 w \theta \ln \left(\frac{\varepsilon_0 d + \varepsilon h}{\varepsilon_0 d} \right) \quad (21)$$

と求められる。したがって、ブッシングと基板間に蓄えられる静電エネルギー U_{s0} が式(11)より

$$U_{s0} = -\frac{3\varepsilon_0 w h V^2}{4\ell} \ln \left(\frac{\varepsilon_0 d + \varepsilon h}{\varepsilon_0 d} \right) \quad (22)$$

と求められる。図7に式(13)(19)(22)を用いて計算した静電エネルギー U_s , U_{s1} , U_{s0} を示す。ただし、印加電圧は $V = 100V$ とした。このときのプレートは、たわみ部分が図5における U_T の極値 $\ell = 24\mu m$ 程度になるまで基板に付着する。図7においてプレートの弾性変形を表す $\ell = 24\mu m$ 付近のたわみ部分の静電エネルギー U_{s1} は接触部分の静電エネルギー U_s に比べ無視できる程度に小さい。ブッシングに蓄えられる静電エネルギー U_{s0} はわずかであるため無視できる。この結果、プレートに蓄えられる静電エネルギーは U_s のみを考慮すれば良いことがわかる。

電圧印加によりプレートに働く静電引力の大きさ F_s を検討する。ブッシングを取り去ったプレートを仮想する。電圧印加によりプレートは弾性変形を生じず、基板と平行な状態で基板に引きつけられる。絶縁膜の誘電率 ε を空気中の誘電率 ε_0 と等しいとすると、 F_s は

$$F_s = \left| \frac{dU_s}{dr} \right| = \frac{\varepsilon_0 S V^2}{2r^2} \quad (23)$$

で与えられる。ここで、 r はプレートと基板の距離 $y + d$ であり、 S はプレートの面積 $w \times L$ である。式(23)を用いて対向する電極板間に働く力の大きさを求めた結果を図8に示す。図8(a)は $80\mu m \times 80\mu m$ の大きさの電極板に $40V$ から $100V$ までの電圧を印加したときの力の大きさを示し、図8(b)に

(a) Forces acting between two plates.
(80μm×80μm)

(b) Forces acting between two plates.
(100V)

図8 プレートに働く静電引力
Fig.8. Electrostatic forces working the plate.

40μm平方から100μm平方の大きさの電極に100Vの電圧を印加したときの力の大きさを示す。絶縁薄膜の厚さは大きく見積もって1μm程度であること⁽¹⁾、絶縁膜の誘電率は一般に ϵ_0 の数倍であることを考慮すると、プレートに働く静電力は絶縁薄膜との接触部分に集中していると結論づけられ、たわみ部分に働く静電力を考慮しなくても良いことが明らかになった。

SDAの支持はりに蓄えられるねじり弾性エネルギー U_t を検討する。SDAのプレートとプッシングの結合部には2本の支持はりが設けられている(図1)。支持はりの形状を直径

図9 プレートおよび支持はりの弾性エネルギー
Fig.9. Elastic energy stored in the SDA plate and the SDA beams.

t 、長さ a の一端固定の円柱と仮定する。自由端にねじりモーメント T を与えた場合、自由端に生じるねじり角 θ を用いて

$$T = \frac{G\pi t^4 \theta}{32a} \quad (24)$$

が得られる⁽⁷⁾。自由端のたわみ角 θ は式(7)により与えられるため、支持はりのねじり弾性エネルギー U_t は

$$U_t = \frac{1}{2} T \theta \times 2 = \frac{9G\pi t^4 h^2}{128a\ell^2} \quad (25)$$

と求められる。式(25)は2本の支持はりを考慮して2倍である。図9に計算によって求められるプレートのたわみ部分の弾性エネルギー U_d と支持はりのねじり弾性エネルギー U_t を示す。プレートの変形は電圧印加によって ℓ が大きい状態から小さい状態へ移るため、先に求めた $\ell=24\mu\text{m}$ 付近での U_t は U_d に比べて無視できることがわかる。

支持はりと基板間の静電エネルギー U_{sa} を検討する。支持はりを基板よりプッシングの高さ $h=1\mu\text{m}$ の距離をもつ平面電極板とみなす。支持はりと基板からなるコンデンサの電極板の面積 $t \times a$ から、 U_{sa} は式(11)より

$$U_{sa} = -\frac{\epsilon_0 \epsilon a t V^2}{2(\epsilon_0 d + \epsilon h)} \quad (26)$$

と求められる。図10に横軸を印加電圧 V として、式(13)(15)(26)を用いて計算したプレートの静電エネルギー U_s と支持はりの静電エネルギー U_{sa} を示す。マイクロアクチュエータの駆動には100Vから200V程度が用いられることから、支持はりに蓄えられる静電エネルギーは無視できることがわかる。

したがって、図7、9、10より、プレートの弾性変形を決定するたわみ部分の長さ ℓ が式(10)のプレートの弾性エネルギーと式(13)の接触部分の静電エネルギーの平衡条件のみによって算出できることがわかる。

図10 プレートおよび支持はりの静電エネルギー
Fig.10. Electrostatic energy stored in the SDA plate and the SDA beams.

5. 拡大モデルによる検証

SDAの理論的たわみ曲線 y の妥当性を検討する。表1に示すマイクロアクチュエータの大きさの1000倍程度の拡大モデルを製作し、実験を行った。拡大モデルの本体にはアルミニウム板を、基板には厚さ $50\mu\text{m}$ の絶縁フィルムを張り付けた鉄製の実験台を用いた。本体の大きさはプレートの長さ 160mm 、プレートの幅 80mm 、プレートの厚み 0.5mm 、プッシングの高さ 0.5mm である。製作にはフライス盤加工を用い、プレートの厚みが 0.5mm 、プッシングの高さが 0.5mm となるよう厚さ 1mm のアルミニウム板からプッシング部分を残して削り落とした。ここで、実験台に貼付した絶縁フィルム(ポリエチレン)の誘電率はマイクロアクチュエータで絶縁膜として用いられる窒化膜(Si_3N_4)の誘電率 $\epsilon = 3.7\epsilon_0$ に等しいものを用いた。

絶縁膜の誘電率を検討する。一般に絶縁物の誘電率は空気の誘電率の数倍であるため、本研究で対象とするマイクロアクチュエータの定性的な弾性変形には影響を与えない。絶縁物の誘電率が $2.0\epsilon_0$ から $10\epsilon_0$ まで変化するときのプレートのたわみ曲線を式(6)(15)を用いて求めた結果を図11に示す。この結果、誘電率の違いによりたわみ量の差はあるがプレートの弾性変形は定性的には同じであり、定量的にも大差のないことがわかる。

実験は拡大モデルに 0V から 300V の直流電圧を印加した場合のSDAプレートの静的変形量を測定した。測定には非接触変位計(オプトメトリック OM-10、(株)サンテクノ)を使用した。図12にSDAプレートのたわみ曲線の理論値と測定値を示す。理論値は印加電圧 V をパラメータとして式(6)(15)より得られる。測定値はSDAプレートの長さ方向 20mm ごとにプレートのたわみ量を測定し、測定値の二次近似によるたわみ曲線である。図12より印加電圧の大きさに対する

図11 誘電率の違いによるプレートのたわみ曲線
Fig.11. Plate deformation as a function of the permittivity.

図12 SDAの拡大モデルのプレートのたわみ曲線
Fig.12. Elastic deformation of the large scale SDA.

図13 プレートのたわみ曲線
Fig.13. Elastic deformation of the plate.

プレートの弾性変形に定性的な一致が確認できる。しかし、測定されたたわみ量は理論値に比べて小さい。この原因はプッシング部分の摩擦がプレートの変形を減少させるモーメントを発生させているためと考えられる。そこで、プッシングのないプレートのみの弾性変形を測定した。これはプッシングと絶縁薄膜の間の摩擦の影響を取り除き、静電力によるプレートの弾性変形を検討する目的である。図13に式(6)より得られる理論値と測定値を示す。図13の理論値と実験値はよく一致しており、式(6)(15)で示したたわみ曲線が妥当であることを示している。

6. まとめ

本論文は、簡単な構造のマイクロアクチュエータを対象に、静電力による弾性変形を解析的に求める方法を述べた。静電力によるエネルギーと弾性力によるエネルギーの平衡条件より、マイクロアクチュエータの弾性変形を解析的に求めることが可能となった。この方法は、静電力によるマイクロアクチュエータの弾性変形を求める簡単な方法として、マイクロアクチュエータへの応用が期待される。

また、本方法を用いて静電型マイクロアクチュエータの一例であるSDAの動作の理論解析を行った。SDAプレートの弾性変形とSDAの微小変位量を理論的に求めた。その結果、SDAの微小変位量が印加電圧の平方根に比例することを理論的に明らかにした。さらにSDAの理論的たわみ曲線の妥当性を拡大モデルにより検証した。理論的たわみ曲線が拡大モデルの測定値とよく一致することを確認した。本研究は、SDAのプレートの弾性変形を理論的に解析したことにより、SDAの最適設計や精密制御に役立つことが期待される。

(平成9年6月23日受付、同年10月20日再受付)

文 献

- (1) Terunobu Akiyama and Katsufusa Shono, "Controlled Stepwise Motion in Polysilicon Microstructures", J. of Microelectromechanical Systems, 2, 106-110, 1993.
- (2) Terunobu Akiyama, Dominique Colland, and Hiroyuki Fujita, "Scratch Drive Actuator with Mechanical Links for Self-Assembly of Three-Dimensional MEMS," J. of Microelectromechanical Systems, 6, 10-17, 1997.
- (3) Terunobu Akiyama and Hiroyuki Fujita, "A Quantitative Analysis of Scratch Drive Actuator Using Buckling Motion," 310-315, 1995.
- (4) C.H.Mastrangelo and C.H.Hus, "Simple Experimental Technique for the Measurement of the Work of Adhesion of Microstructures," IEEE Solid-State Sensor and Actuator workshop, USA, June, 208-212, 1992.
- (5) W.N.Sharpe, B.Yuan, and R.Vaidyanathan, "Measurements of Young's modulus, Poisson's ratio, and Tensile strength of Polysilicon," Proc.IEEE MEMS Workshop, Nagoya, Jan., 1997, 424-429.
- (6) T.Tsuchiya, O.Tabata, J.Sakata, and Y.Tagu, "Specimen size effect on tensile strength of surface micromachined polycrystalline silicon thin films," Proc.IEEE MEMS Workshop, Nagoya, Jan., 1997, 529-534.
- (7) 例えば、伊藤勝悦、"材料力学"、森北出版株式会社、1987。

早川 和明

(学生員) 昭和48年12月9日生。平成8年愛知工業大学電気工学科卒業。同年愛知工業大学大学院工学研究科修士課程電気電子工学専攻入学、現在に至る。マイクロメカトロニクスに関する研究に従事。

鳥井 昭宏

(正員) 昭和41年11月25日生。平成6年名古屋大学大学院工学研究科博士課程後期課程修了。現在、愛知工業大学電気工学科講師。工学博士。精密計測、マイクロメカトロニクスに関する研究に従事。

植田 明照

(正員) 昭和18年2月6日生。昭和40年名古屋大学工学部電気学科卒業。同年日立製作所入社。現在、愛知工業大学教授。工学博士。IEEE会員。電力系統用、産業用、車両用の電力変換装置の研究開発に従事。1983年IEEE-IAS論文賞1990年電気学会論文受賞。