多数目的最適化問題における進化型多目的最適化 アルゴリズムの問題点とその改良手法に関する考察*

塚本 実孝[†]・能島 裕介[†]・石淵 久生[†]

Difficulties in Evolutionary Multiobjective Optimization for Many-Objective Optimization Problems and Their Scalability Improvement Techniques*

Noritaka TSUKAMOTO[†], Yusuke NOJIMA[†] and Hisao ISHIBUCHI[†]

In this paper, we examine the behavior of evolutionary multiobjective optimization (EMO) algorithms to clarify the difficulties in their scalability to many-objective optimization problems. Whereas EMO algorithms usually work well on two-objective problems, it has also been reported that they do not work well on many-objective problems. First, we examine the behavior of the most well-known and frequently-used Pareto-based EMO algorithm (i.e., NSGA-II) on many-objective 0/1 knapsack problems. Experimental results show that the search ability of NSGA-II is severely deteriorated by the increase in the number of objectives. This is because the selection pressure toward the Pareto front is severely weakened by the increase in the number of non-dominated solutions. Next we briefly review some approaches to the scalability improvement of EMO algorithms to many-objective problems. Then we examine their effects on the search ability of NSGA-II. Experimental results show that the improvement in the convergence of solutions to the Pareto front often leads to the decrease in their diversity.

1. はじめに

進化型多目的最適化 (EMO: Evolutionary Multiobjective Optimization) は, 進化計算において最も活発な研究分野の一つであり, 様々な問題に適用されている [1, 2]. EMO アルゴリズムの目的は, 1 回の実行で多目的最適化問題のパレート最適解集合または近似パレート最適解集合を効率よく獲得することである. 効率的な探索を行うため, パレートランキング, エリート戦略, 過疎度などを用いた EMO アルゴリズムが提案されている. 多様な EMO アルゴリズムが提案されている中で, NSGA-II [3] や SPEA2 [4] などのパレート優越関係に基づく EMO アルゴリズムが幅広く用いられており, これらのアルゴリズムによって良好な結果が得られている [3, 4].

近年, 多目的最適化問題の目的関数の数が増加した多

数目的最適化問題への EMO アルゴリズムの適用が大きな注目を集めている. EMO アルゴリズムは比較的少ない目的数の問題では良好な解を獲得できるが, 多数目的最適化問題に対してはアルゴリズムの探索性能が悪化することが報告されている. 多数目的最適化問題における EMO アルゴリズムの探索性能の悪化を防ぐために, 様々な改良手法が提案されている [5–8]. そこで, 本論文では探索性能の悪化を防ぐために提案された手法を紹介する. 数値実験では, 各改良手法の収束性および多様性に関する評価尺度を新たに導入し, 各改良手法の有効性を検討する. また, 各改良手法とわれわれが提案した手法 [9] との比較を行う.

本論文の構成を以下に述べる. まず, 2 章において, 多目的最適化問題および本論文の数値実験で用いる多目的ナップサック問題についての説明を行う. また, 3 章において, 多数目的最適化問題の例を示し, 代表的な EMO アルゴリズムである NSGA-II [3] を多数目的ナップサック問題 [10] に適用する. 数値実験では, 収束性および多様性に関する評価尺度を新たに導入する. 数値実験により, 多数目的最適化問題において EMO アルゴリズムの探索性能が低下することを示す. つぎに, 4 章において, 多数目的最適化問題に対してこれまでに提案された手法

* 原稿受付 2008 年 7 月 8 日

[†] 大阪府立大学 大学院工学研究科 Department of Computer Science and Intelligent Systems, Graduate School of Engineering, Osaka Prefecture University; 1-1 Gakuen-cho, Naka-ku, Sakai, Osaka 599-8531, JAPAN
Key Words: evolutionary multiobjective optimization, Pareto dominance, many-objective optimization, multiobjective knapsack problem.

を説明する．具体的には，多目的最適化問題において EMO アルゴリズムの探索性能の低下を防ぐために提案された手法の説明を行う．さらに，パレート優越関係とは別の基準を用いる EMO アルゴリズム [9,11,12] の説明を行う．また，2 目的から 6 目的までの多目的ナップサック問題を用いた比較実験を行い，3 章で導入した評価手法を用いて，個々の提案手法の有効性の検討を行う．比較実験では，改良手法によって，EMO アルゴリズムの収束性が改善されることを示す．また，われわれが提案したアルゴリズム [9] との比較を行い，多目的最適化問題に対する有効性の検討を行う．最後に 5 章において，本論文の結論を述べる．

2. 進化型多目的最適化

2.1 多目的最大化問題

一般に， k 目的最大化問題は以下のように定式化される．

$$\text{Maximize } \mathbf{f}(\mathbf{x}) = (f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_k(\mathbf{x})) \quad (1)$$

$$\text{Subject to } \mathbf{x} \in \mathbf{X} \quad (2)$$

ここで， $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ は k 次元目的ベクトル， $f_i(\mathbf{x})$ は最大化されるべき i 番目の目的関数， $\mathbf{x}$ は決定変数ベクトル， $\mathbf{X}$ は決定変数空間内での実行可能領域を示す．

多目的最大化問題の実行可能解 $\mathbf{x}$ と $\mathbf{y}$ に対して，以下の関係が成り立つ場合，解 $\mathbf{y}$ は解 $\mathbf{x}$ を優越するという．

$$\forall i, f_i(\mathbf{x}) \leq f_i(\mathbf{y}) \text{ and } \exists j, f_j(\mathbf{x}) < f_j(\mathbf{y}) \quad (3)$$

解 $\mathbf{x}$ を優越する解 $\mathbf{y}$ が存在しない場合，解 $\mathbf{x}$ は多目的最適化問題のパレート最適解とよばれる．多目的最適化問題では，できるだけ多くのパレート最適解，またはパレート最適解に近い近似非劣解を獲得することを目的としている．また，多目的最適化問題には複数のパレート最適解が存在し，パレート最適解の集合は目的関数空間においてパレートのフロントとよばれるトレードオフ曲面を形成する．

2.2 多目的ナップサック問題

本論文では，テスト問題として多目的ナップサック問題 [10] を用いる．多目的ナップサック問題は以下のように定式化される．

$$\text{Maximize } f_i(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^n p_{ij} x_j, \quad i = 1, 2, \dots, k \quad (4)$$

$$\text{Subject to } \sum_{j=1}^n w_{ij} x_j \leq c_i, \quad i = 1, 2, \dots, k \quad (5)$$

$$x_j \in \{0, 1\}, \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (6)$$

ここで， k は目的数， n はアイテム数， p_{ij} ， w_{ij} はそれぞれのナップサック i におけるアイテム j の利得と重さ， c_i はナップサック i の許容量を示す．決定変数ベクトル $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ は各アイテムの選択を表す．すなわ

ち， $x_j = 1$ と $x_j = 0$ はそれぞれ，アイテム j を選択するか選択しないかを示す．

本論文の数値実験では，多目的ナップサック問題の制約条件を取り扱うために，最大利得率に基づく修復手法 [10] を用いる．最大利得率に基づく修復手法では，実行不可能解から実行可能解を生成するために，以下の (7) 式で定義される q_j の昇順にアイテムを削除する．

$$q_j = \max_{i=1}^k \{p_{ij}/w_{ij}\}, \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (7)$$

2.3 進化型多目的最適化

本論文では，実装が容易で探索能力の高い EMO アルゴリズムとして知られる NSGA-II [3] を用いた．NSGA-II は，パレート優越関係に基づくランキング，目的関数空間上での個体間の距離に基づく多様性維持という特徴を持っている．

現在の個体群を P ，子個体群を P' とすると，NSGA-II は以下のような流れとなる．

[NSGA-II]

Step 1: $P := \text{Initialize}(P)$

Step 2: while the stopping condition is not satisfied, do

Step 3: $P' := \text{Parent Selection}(P)$

Step 4: $P'' := \text{Genetic Operations}(P')$

Step 5: $P := \text{Generation Update}(P \cup P'')$

Step 6: end while

Step 7: return (P)

Step 1 では，初期個体群をランダムに生成する．

つぎに，Step 3 では，バイナリトーナメント選択を用いて，現在の個体群から親個体群が生成される．そして，Step 4 では，遺伝的操作によって子個体群が生成される．NSGA-II では，現在の個体群サイズと同じ数の子個体が生成される．つまり， P と P'' のサイズは等しくなる．

Step 3 では，各個体は以下のように評価される．まず，現在の個体群の中で，非劣解に対してランク 1 が与えられる．つぎに，ランク 1 の個体を除いた個体群の中での非劣解に対してランク 2 が与えられる．この操作は，すべての個体に対してランクが与えられるまで繰り返される．ランクが小さい個体ほど良い個体として扱われる．

同一ランク内では，個体は Crowding Distance (混雑距離) を用いて比較される．Crowding Distance は隣り合う個体間のマンハッタン距離として計算される (Fig. 1 の $a+b$)．また，同一ランク内で目的関数空間上において端に存在する個体，つまり少なくとも一つの目的に関して最小値または最大値を取る個体に対して，Crowding Distance の値として無限大が与えられる (Fig. 1 の Infinitely large value)．Crowding Distance の計算は，ランク計算の後に行われる．個体群の多様性維持の観点から，Crowding Distance の大きい値をもつ個体が良い個体として扱われる．

Fig. 1 Rank and Crowding Distance

Step 5では、現在の個体群と子個体群との合併個体群から良い個体を選択することによってエリート保存が行われる。つまり、NSGA-IIでは、 $(\mu + \lambda)$ -ES型の世代更新操作が用いられる。

3. 多数目的最適化問題

3.1 多数目的最適化問題における問題点

多数目的最適化問題とは、厳密に定義されていないが、4目的以上の多目的最適化問題といわれている。ここでは、多数目的最適化問題の例として、Fig. 2に、ランダムに生成した200個のベクトルに含まれる非劣解の割合とベクトルの次元数を示す。Fig. 2では、 k 次元超立方体 $[0, 1]^k$ 内にランダムにベクトルを生成し、(3)式のパレート優越関係を用いて非劣解の割合を調べた。

Fig. 2 Average percentage of non-dominated vectors

Fig. 2に示すように、目的数 k が10を超えた場合には、ほぼすべてのベクトルが非劣解となっている。これは、多数目的最適化問題では、パレート優越関係に基づいて解を評価した場合、個体群中のほぼすべての解が非劣解となることを示している。そのため、パレート優越関係に基づく解の比較が困難になり、目的数の増加とともにEMOアルゴリズムの探索性能が低下する。

一方、目的数が少ない場合では、非劣解の割合は小さくなっている。たとえば、Fig. 2における $k=4$ の場合、非劣解の割合は20%程度となっている。しかし、この非

劣解の割合はランダムに生成されたベクトルにおける結果であり、EMOアルゴリズムの実行中における個体群中の非劣解の割合とは異なっている。実際には次節で示すように、個体群中の非劣解の割合は進化の序盤で急激に増加する。そのため、目的数が比較的少ない場合でも、EMOアルゴリズムの探索性能が低下することになる。

3.2 NSGA-IIを用いた数値実験

本節では、多数目的最適化問題として目的数が2~8の500アイテムナップサック問題[10]を用いた。また、EMOアルゴリズムとして、NSGA-II[3]を用いた。数値実験を以下の設定で行った。

個体群サイズ: 100 ($\mu = \lambda = 100$)

交叉確率: 0.8 (一様交叉)

突然変異確率: 1/500 (ビット反転操作)

終了条件: 100,000世代

また、NSGA-IIの実行中における探索性能の悪化の原因を調査するため、本論文では以下の四つの評価尺度を用いた。

(1) 非劣解の数

NSGA-IIの世代更新操作における合併個体群中の非劣解の数を調査した。本論文では、個体群サイズを100と設定したため、現在の個体群と子個体群を合併した個体群中の非劣解の数が100個を超えた場合には、次世代の個体群はすべて非劣解となる。そのため、パレート優越関係に基づく個体評価の影響がなくなり、パレートフロントへ向けて収束させる淘汰圧が低下する。

(2) MaxSum

MaxSumは、目的関数の単純和の最大値である。

$$\text{MaxSum}(\Psi) = \max_{\mathbf{x} \in \Psi} \sum_{i=1}^k f_i(\mathbf{x}) \quad (8)$$

ここで、 Ψ は個体群、 k は目的数を表す。MaxSumは、パレートフロントの中心方向への収束性を表す尺度として用いる。

(3) SumMax

SumMaxは、各目的関数の最大値の和である。

$$\text{SumMax}(\Psi) = \sum_{i=1}^k \max_{\mathbf{x} \in \Psi} f_i(\mathbf{x}) \quad (9)$$

SumMaxは、パレートフロントの端点への収束性を表す尺度である。また、個体群の多様性を示す尺度としても用いる。

(4) Range

Rangeは、目的関数の値の範囲の総和である。

$$\text{Range}(\Psi) = \sum_{i=1}^k [\max_{\mathbf{x} \in \Psi} \{f_i(\mathbf{x})\} - \min_{\mathbf{x} \in \Psi} \{f_i(\mathbf{x})\}] \quad (10)$$

Range は、目的関数空間での個体群の多様性を示す尺度として用いる。

数値実験結果を示す前に、Fig. 3 の 3 種類の個体群を用いて、各評価尺度の説明を行う。

Fig. 3 Three solution sets of the 2-objective problem

パレトフロントの中央部分に個体が集中している個体群 A は、3 種類の個体群の中で MaxSum が最大であるが、Range が最小である。一方、個体群 B に関しては SumMax および Range が最大の個体群であるが、MaxSum に関しては個体群 A より小さい個体群である。また、個体群 C では Range は比較的大きいが、MaxSum および SumMax が小さい。

Fig. 4 に、NSGA-II の実行中の 200 個の合併個体群における非劣解の数の推移を示す。

Fig. 4 Number of non-dominated solutions

Fig. 4 より、進化の序盤では、世代数の増加とともに、個体群中の非劣解の数が急激に増加していることがわかる。目的数が 2 の場合においても、100 世代を超えたあたりで非劣解の数が急激に増加している。また、目的数が増加すると非劣解の数が増加することもわかる。

Figs. 5~7 に、MaxSum, SumMax, Range の推移をそれぞれ示す。ここで、各評価尺度は初期個体群の値を 100 として正規化している。

Fig. 5 より、目的数が増加した場合に、収束性が悪化していることがわかる。これは、Figs. 4, 5 より、目的数

Fig. 5 MaxSum by NSGA-II

Fig. 6 SumMax by NSGA-II

Fig. 7 Range by NSGA-II

および非劣解の数の増加によって、パレト優越関係に基づく収束性が悪化するためであると考えられる。

Fig. 6 より、SumMax が世代の増加とともに増加していることがわかる。つまり、端点方向に対して進化していることになり、端点方向に対して収束していないことがわかる。これより、NSGA-II の実行中にはパレトフロント全体を覆うような解を獲得できていないことがわかる。

Figs. 4, 7 より、非劣解の数が 100 を超えた後に多様性が増加していることがわかる。合併個体群中の非劣解の数が 100 個を超えた場合には、次世代の個体群の選択

は、多様性尺度である Crowding Distance にのみ基づくことになる。すなわち、個体群をパレートフロントへ向けて収束させる淘汰圧が低下し、Crowding Distance による多様性の増加だけが行われることになる。

4. 多目的最適化問題への対応

4.1 EMO アルゴリズムのための改良手法

3.2 節で示したように、目的数の増加とともに個体群中の非劣解の数が増加し、パレート優越関係に基づく EMO アルゴリズムの探索性能が悪化する。NSGA-II では、すべての個体が非劣解になった場合、個体の評価は Crowding Distance にのみ基づくことになり、個体群の多様性だけが增加してしまう。本節では、パレート優越関係に基づく EMO アルゴリズムの収束性の悪化を防ぐためにこれまでに提案された手法について説明を行う。

[平均ランクを用いる手法]

Fig. 8 に示す三つの 5 目的最大化問題における非劣解を考える。

Fig. 8 Illustration of three non-dominated vectors

これらの解を比較した際、直感的には、すべての目的に関してバランスよく大きい値を持つ解 D が最も優れていると考えられる。解 F は目的 5 (f_5) 以外の値が小さいため、良い解であるとは考えにくい。しかし、パレート優越関係を用いた場合には、三つの解は互いに非劣解であり、比較できない。さらに Crowding Distance を用いた場合には、解 E と解 F が解 D よりも良い解であると判断される。

このようなパレート優越関係に基づく EMO アルゴリズムの欠点を解決するために、非劣解の間で Average Ranking を導入する手法が Corne らによって提案されており、多目的最適化問題に対して良好な結果が示されている [5,6]。Average Ranking 手法では、まず、個々の目的に対して、各個体にランクが与えられる。たとえば、Fig. 8 の解 F に対しては、 f_5 に対してランク 1、ほかの四つの目的に対してランク 3 が与えられる。つぎに、各個体に対して、平均ランクが計算される。たとえば、Fig. 8 に示す各個体の平均ランクはそれぞれ、解 D が 2.0、解 E が 1.4、解 F が 2.6 となる。この場合、解 E が最も良い解とされ、解 F が最も悪い解とされる。本論文の数値実験では、平均ランクの計算は、非劣解に対してのみ行われる [5]。

[パレート優越領域を修正する手法]

パレート優越領域を修正する手法が Sato らによって提案されている [7]。Fig. 9 に 2 目的最大化問題の例を示す。Fig. 9(a) は通常の優越関係による個々の解の優越領域を示しており、3 個の解は互いに非劣解となっている。一方、Fig. 9(b) は修正された優越関係 [7] による個々の解の優越領域を示しており、解 I は劣解となっている。このように、優越領域を修正することによって、非劣解の数を減らし、収束性を高めることができる。しかし、優越領域を広げることによって個体群の多様性を低下させてしまう。そのため、多目的問題に対しては優越領域を拡大し、2 目的問題に対しては優越領域を縮小することが提案されている [7]。

Fig. 9 Illustration of the modification of Pareto dominance

[Crowding Distance の計算を修正した NSGA-II]

Wagner らは、Crowding Distance の計算を修正した NSGA-II について言及している [13]。NSGA-II では、Crowding Distance の計算の際、目的関数空間上の端に存在する解には、無限大の値を与える (2.3 節の Fig. 1)。しかし、Wagner らは目的関数空間上の端にある解に対して 0 を与えることによる多目的問題における NSGA-II の収束性の改善について述べている [13]。

[スカラー化関数を用いる手法]

多数の目的関数をスカラー化関数により統合する手法も提案されている。最も簡単な例としては、加重和適応度関数が挙げられる。われわれは、目的関数を統合することで、目的関数間の依存関係を増加させ、収束性を高める方法を提案している [8]。たとえば、目的関数を以下のように統合することによって、EMO アルゴリズムの収束性を高めることができる。

$$g_i(x) = f_i(x) + \alpha \sum_{j=1}^k f_j(x), \quad i = 1, 2, \dots, k \quad (11)$$

このような目的関数の統合は、優越領域の修正と類似した効果を持つ。すなわち、個体群に含まれる非劣解の数を減少させ、パレートフロントへの収束性を高めることができる。

4.2 パレート優越関係を用いないEMO アルゴリズム

前節の手法は、パレート優越関係に基づく EMO アルゴリズムの改良である。一方、パレート優越関係とは別のメカニズムによって個体の適応度の評価を行う手法も提案されている。たとえば、Indicator function とよばれる個体群を評価する関数を用いた EMO アルゴリズム (IBEA: Indicator-Based Evolutionary Algorithm [9,11–13]) が Zitzler らによって提案されている。IBEA では、解集合により優越される領域を示す Hypervolume [14] が Indicator function として用いられることが多い (Fig. 10)。Hypervolume は、収束性および多様性尺度として用いられる。

Fig. 10 Hypervolume of the 2-objective problem

したがって、IBEA では個体群を評価する Indicator function である Hypervolume の最大化を行う単一目的最適化手法となる。IBEA の最大の問題点は、目的数および個体数の増加とともに、Hypervolume の計算量が急激に増加することである。そのため、われわれは、解を繰り返し探索することによって計算量を少なくした繰り返し型 IBEA (Iterative IBEA: I-IBEA) を提案した [9]。I-IBEA では、初めに各目的に対して単一目的最適化を行うことにより、各目的に対する基準となる解を獲得する。その後、決められた評価個体数に達するまで、基準となる解と個体群全体の Hypervolume が最大となるような解を繰り返し探索する。たとえば、2 目的問題の場合には、1 目的目および 2 目的目に関する単一目的最適化を行い、二つの基準となる解を獲得する。その後、決められた評価個体数に達するまで、基準となる解と個体群全体の Hypervolume が最大となるような解を繰り返し探索する。また、基準となる解を探索するための評価個体数と、繰り返し解を探索するための評価個体数を加えたものが、I-IBEA 全体の評価個体数となる。われわれは、I-IBEA によって、パレートのフロントに沿った幅広い解が獲得されることを示した。

4.3 比較実験

本節では、4.1 節、4.2 節で説明を行った改良手法の有効性を示すための比較実験を行う。多数目的最適化問題として目的数が 2~6 の 500 アイテムナップサック問

題 [10] を用いた。比較手法として、4.1 節、4.2 節で説明を行った以下の手法を用いる。

- ・ NSGA-II [3]
- ・ Average Ranking [5] を用いた NSGA-II
- ・ 優越領域を修正した NSGA-II [7]
- ・ Crowding Distance 計算の修正を行った NSGA-II [13]
- ・ (11) 式により目的関数を変形した NSGA-II [8]
- ・ IBEA [11]
- ・ 繰り返し型 IBEA (I-IBEA [9])

実験結果では、Average Ranking [5] を用いた NSGA-II を Ranking、優越領域を修正した NSGA-II [7] を PD Mod、Crowding Distance 計算の修正を行った NSGA-II [13] を CD Mod、(11) 式により目的関数を統合した NSGA-II [8] を Scalarizing とそれぞれ表す。また、優越関係を修正した NSGA-II では 4.1 節で述べたように、2 目的問題に対しては優越領域を縮小し、多数目的問題に対しては優越領域を拡大させた。目的関数を変形した NSGA-II [8] では $\alpha = 1.0$ とした。NSGA-II の改良手法および IBEA では、個体群サイズを 100、終了条件を 2,000 世代とした。一方、I-IBEA では、個体群サイズを 20、終了条件を 500 世代とした試行を 20 回繰り返した。これによって、各手法における評価個体数を一定とした。また、その他の設定は 3.2 節と同じものを用いた。性能評価尺度として、3.2 節で説明を行った MaxSum、SumMax、Range および Hypervolume を用いた。Hypervolume は収束性および多様性尺度として用いた。

Tables 1~4 に実験結果を示す。それぞれの結果は、個々の尺度ごとに、個々の問題に対する最良の結果が 100 となるように正規化されている。また、個々の問題に対して、最良の結果を太字、最悪の結果を下線で示している。

Table 1 より、Wagner ら [13] が示したように、目的数の増加とともに NSGA-II の収束性が悪化していることがわかる。このような NSGA-II の収束性の悪化は Average Ranking を用いることによって改善されていることがわかる。パレート優越領域の修正、Crowding Distance の修正、(11) 式を用いた目的関数の統合によって収束性がいずれも改善されている。また、Average Ranking や目的関数の統合を行うことにより、目的数が増加した場合でも、MaxSum の値がほぼ変わっていないことがわかる。しかしながら、このような収束性の改善は、Tables 3, 4 に示すように、多様性の大幅な低下をもたらすことがわかる。その結果、Table 2 に示すように、パレートのフロントの端に近い解が獲得されていないことがわかる。つまり、参考文献 [13,5,7] において示されているように、収束性が改善されることによって、多様性の大幅な低下がもたらされる。改良手法の中で、優越領域を修正した NSGA-II [7] や (11) 式により目的関数を変形した NSGA-II [8] では、優越領域の拡大および縮小や

Table 1 MaxSum measure

Problem	NSGA-II [3]	Ranking [5]	PD Mod [7]	CD Mod [13]	Scalarizing [8]	IBEA [11]	I-IBEA [9]
2-500	99.9	99.9	99.5	100	99.9	100	<u>99.2</u>
3-500	98.7	99.2	<u>97.4</u>	99.8	100	100	98.4
4-500	<u>97.1</u>	99.0	98.4	99.0	99.9	100	97.7
5-500	<u>96.8</u>	99.0	98.3	98.6	99.9	100	97.9
6-500	<u>96.1</u>	99.0	97.8	97.9	99.8	100	97.7

Table 2 SumMax measure

Problem	NSGA-II [3]	Ranking [5]	PD Mod [7]	CD Mod [13]	Scalarizing [8]	IBEA [11]	I-IBEA [9]
2-500	97.5	97.5	100	96.0	<u>95.9</u>	97.2	98.6
3-500	97.8	<u>93.7</u>	98.5	95.3	94.9	95.9	100
4-500	96.4	<u>92.3</u>	96.0	93.4	93.8	94.4	100
5-500	96.0	<u>92.0</u>	95.7	92.8	93.4	94.1	100
6-500	95.0	<u>91.0</u>	94.7	91.2	92.1	92.9	100

Table 3 Range measure

Problem	NSGA-II [3]	Ranking [5]	PD Mod [7]	CD Mod [13]	Scalarizing [8]	IBEA [11]	I-IBEA [9]
2-500	32.7	33.4	100	7.4	<u>6.5</u>	26.0	79.2
3-500	59.8	<u>0.5</u>	84.9	14.5	6.6	19.7	100
4-500	65.4	<u>0.3</u>	47.6	15.6	7.0	14.8	100
5-500	65.6	<u>0.2</u>	47.2	17.1	6.4	13.3	100
6-500	70.4	<u>0.1</u>	50.1	17.9	4.5	11.2	100

Table 4 Hypervolume measure

Problem	NSGA-II [3]	Ranking [5]	PD Mod [7]	CD Mod [13]	Scalarizing [8]	IBEA [11]	I-IBEA [9]
2-500	95.6	95.7	100	92.8	<u>92.6</u>	95.0	97.5
3-500	95.4	<u>84.6</u>	96.4	88.8	87.9	90.6	100
4-500	90.1	<u>78.0</u>	89.9	81.6	83.1	85.3	100
5-500	87.3	<u>74.1</u>	88.1	77.3	79.8	82.5	100
6-500	82.9	<u>69.5</u>	84.7	70.5	75.0	78.3	100

目的ベクトル間の依存関係を用いることで、収束性および多様性を制御することができる。比較実験では、優越領域の拡大や目的ベクトル間の依存関係を増加させることで、収束性が改善されている。また、Satoら [7] が示したように、優越領域を縮小させることで、多様性を改善させることもできる。

また、Table 1 より、パレート優越関係を用いない IBEA では目的数が増加した場合でも、常に最良の結果が得られていることがわかる。したがって、Wagner ら [13] が示したように、Indicator function を用いることによって収束性が向上したといえる。しかし、Tables 2~4 より、IBEA では収束性が向上したため、多様性が急激に低下していることがわかる。

一方、われわれが提案した I-IBEA は Table 1 より、目的数が少ない場合、各手法間の値の差は小さいが、パレートフロントの中心方向への収束性が IBEA よりも劣っていることがわかる。しかしながら、目的数が増加した場合、NSGA-II では収束性が低下するものの、I-IBEA では常に同じような収束性が得られていることがわかる。

つぎに、Hypervolume の最適化を行う IBEA と I-IBEA の比較を行う。Tables 1~4 から、I-IBEA は IBEA に比べて収束性が劣ること、多様性では I-IBEA が IBEA を大きく上回っていることがわかる。このような結果が生じる理由を IBEA と I-IBEA のアルゴリズムの特徴に基づいて示す。IBEA では各個体間の Hypervolume の差を適応度とする。つまり、各個体間でどの程度もう一方の解を優越しているかを考慮することになるため、I-IBEA と比較した際に収束性が勝る結果となったと考えられる。一方、われわれが提案した I-IBEA は、4.2 節で説明したように、初めに各目的に対して、単一目的最適化を行うことにより、各目的に対する基準となる解を獲得する。その後、基準となる解を用いて、個体群全体の Hypervolume が最大化されるような解を繰り返し探索する。I-IBEA の多様性が IBEA を大きく勝る理由として、基準となる解がパレートフロントの端点付近にあるためであると考えられる。また、I-IBEA では、繰り返し解を探索するため、一つの解を獲得するための評価個体数が少なくなる。そのため、IBEA に比べて収束

性が劣る結果となったと考えられる。

また、I-IBEA では目的が増加した場合でも収束性および多様性に関して値の差が少ないことがわかる。これらの結果から、I-IBEA は目的数に影響を受けにくいアルゴリズムであると考えられる。

比較実験においては、最大利得率に基づく修復操作を用いて実験を行ったが、I-IBEA では、個々の目的を最適化する際には単一目的に集中した修復操作を用いることができる。この修復手法を用いた場合には、各目的の基準となる解としてよりパレートフロントの端点に近い解が獲得されることになり、性能が改善されると考えられる。しかし、ほかの手法では、個々の目的に対して単一目的最適化を行わないため、単一目的に集中した修復手法を用いることができない。なお、Tables 1~4 に示した結果では、同条件で複数の改良手法の比較を行うため、すべての改良手法において最大利得率に基づく修復手法を用いている。上述のように、単一目的に集中した修復操作を用いることによって、I-IBEA の性能は向上すると考えられる。

5. おわりに

本論文では、進化型多目的最適化アルゴリズムを多数目的最適化問題に適用し、その際に生じる問題点について調査を行った。まず、パレート優越関係に基づく EMO アルゴリズムである NSGA-II を多数目的ナップサック問題に適用した。NSGA-II を用いた数値実験では、目的数が増加するとともに個体群中の非劣解の数が増加することを示した。これによって、パレート優越関係に基づく解の評価が困難になり、EMO アルゴリズムの収束性が低下することを示した。

また、本論文では多数目的最適化問題に対して提案された改良手法を紹介した。これら改良手法を NSGA-II に組み込み、各改良手法の性能評価を行った。比較実験より、改良手法は多数目的最適化問題に対する NSGA-II の収束性を向上させるが、多様性を悪化させるという結果が得られた。

われわれが提案した I-IBEA では、収束性は改良されないが、多様性は改良される結果が得られた。また、I-IBEA は目的数に影響を受けにくいアルゴリズムであることを示した。今後の課題として、多数目的問題に対して多様性を維持しつつ収束性を改良させる手法の開発および I-IBEA の収束性の改善を行うことが挙げられる。

参考文献

- [1] K. Deb: *Multi-Objective Optimization Using Evolutionary Algorithm*, John Wiley & Sons (2001)
- [2] C. A. C. Coello, D. A. Van Veldhuizen and G. B. Lamont: *Evolutionary Algorithms for Solving Multi-Objective Problems*, Kluwer (2002)
- [3] K. Deb, A. Pratap, S. Agarwal and T. Meyarivan:

- A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II; *IEEE Trans. on Evolutionary Computation*, Vol. 6, No. 2, pp. 182–197 (2002)
- [4] E. Zitzler, M. Laumanns and L. Thiele: SPEA2: Improving the strength pareto evolutionary algorithm; *TIK-Report*, No. 103 (2001)
- [5] D. Corne and J. Knowles: Techniques for highly multiobjective optimization: Some non-dominated points are better than others; *Proc. of 2007 Genetic and Evolutionary Computation Conference*, pp. 773–780 (2007)
- [6] S. Kukkonen and J. Lampinen: Ranking-dominance and many-objective optimization; *Proc. of 2007 IEEE Congress on Evolutionary Computation*, pp. 3893–3990 (2007)
- [7] H. Sato, H. E. Aguirre and K. Tanaka: Controlling dominance area of solutions and its impact on the performance of MOEAs; *Lecture Notes in Computer Science 4403: Evolutionary Multi-Criterion Optimization – EMO 2007*, pp. 5–20, Springer (2007)
- [8] H. Ishibuchi and Y. Nojima: Optimization of scalarizing functions through evolutionary multiobjective optimization; *Lecture Notes in Computer Science 4403: Evolutionary Multi-Criterion Optimization – EMO 2007*, pp. 51–65, Springer (2007)
- [9] H. Ishibuchi, N. Tsukamoto and Y. Nojima: Iterative approach to indicator-based multiobjective optimization; *Proc. of 2007 IEEE Congress on Evolutionary Computation*, pp. 3697–3704 (2007)
- [10] E. Zitzler and L. Thiele: Multiobjective evolutionary algorithms: A comparative case study and the strength pareto approach; *IEEE Trans. on Evolutionary Computation*, Vol. 3, No. 4, pp. 257–271 (1999)
- [11] E. Zitzler and S. Künzli: Indicator-based selection in multiobjective search; *Lecture Notes in Computer Science 3242: Parallel Problem Solving from Nature – PPSN VIII*, pp. 832–842, Springer (2004)
- [12] N. Beume, B. Naujoks and M. Emmerich: SMS-EMOA: Multiobjective selection based on dominated hypervolume; *European Journal of Operational Research*, Vol. 181, No. 3, pp. 1653–1669 (2007)
- [13] T. Wagner, N. Beume and B. Naujoks: Pareto-, aggregation-, and indicator-based methods in many-objective optimization; *Lecture Notes in Computer Science 4403: Evolutionary Multi-Criterion Optimization – EMO 2007*, pp. 742–756, Springer (2007)
- [14] E. Zitzler and L. Thiele: Multiobjective optimization using evolutionary algorithms – A comparative case study; *Lecture Notes in Computer Science 1498: Parallel Problem Solving from Nature – PPSN V*, pp. 292–301, Springer (1998)

著者略歴

塚本 のりたか
つかもと 実孝 (学生会員)

1984 年 9 月 5 日生。2006 年 3 月大阪府立大学工学部経営工学科を飛び級により中退，2008 年 3 月同大学大学院工学研究科電気・情報系専攻博士前期課程修了，同年 4 月同大学大学院工学研究科電気・情報系専攻博士後期課程に進学。進化型多目的最適化の研究に従事。

能島 ゆうすけ
のじま 裕介 (正会員)

1976 年 7 月 27 日生。1999 年 3 月大阪工業大学工学部機械工学科卒業，2001 年 3 月同大学大学院工学研究科機械工学専攻博士前期課程修了，2004 年 3 月神戸大学大学院自然科学研究科システム機能科学専攻博士後期課程修了。同年 4 月大阪府立大学大学院工学研究科助手，2007 年 4 月同助教，現在に至る。進化型多目的最適化，遺伝的ファジィシステム，多目的知識獲得などの研究に従事。博士（工学）。

岩瀬 ひさお
いし 久生 (正会員)

1963 年 2 月 7 日生。1987 年 3 月京都大学大学院工学研究科修士課程修了。同年 4 月大阪府立大学工学部助手，1993 年 5 月同講師，1994 年 1 月同助教授，1999 年 4 月同教授，2000 年 4 月同大学大学院工学研究科教授，2006 年 4 月同大学計算知能研究所所長兼任，現在に至る。進化型多目的最適化，進化型多目的ファジィ知識獲得，ファジィ識別システムに関する研究に従事。博士（工学）。GECCO 2004 Best Paper Award，2007 年度日本学術振興会賞等を受賞。IEEE Trans. on Fuzzy Systems, IEEE Trans. on Evolutionary Computation, IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics: Part B, IEEE Computational Intelligence Magazine 等の Associate Editor, IEEE CIS Fuzzy Systems Technical Committee Chair。