モデル予測制御を用いた初期角運動量をもつ 3次元2剛体宇宙ロボットに対する軌道追従制御*

甲斐 健也†

Trajectory Tracking Control for a 3D Space Robot
of Two Rigid Bodies with Initial Angular Momentum
via Model Predictive Control*

Tatsuya Kai†

1. はじめに

宇宙空間に漂うロボットの全角運動量保存則は非ホロノミック拘束となることが知られており、ゆえにロボットの形状を変えることによって、全体の姿勢の変化が可能である[1]。このような宇宙ロボットの制御については、これまで様々な研究が行われているが、とくに筆者らは初期角運動量をもつ場合の3次元2剛体宇宙ロボットに対し、有限次元フーリエ基底を用いた準最適制御則に基づいた制御手法を提案し、その有効性を示した[2]。しかし、3次元宇宙ロボットのモデルは非常に複雑であり、提案した準最適制御法はフィードフォワード型であるため、オフラインでの制御入力の計算量が膨大になってしまい、さらに軌道追従制御のような問題を取り扱うことは不可能であった。そこで本論文では、文献[2]で扱っているものと同様の3次元2剛体宇宙ロボットに対して、モデル予測制御を用いたフィードバック型の制御法を適用することにより、軌道追従制御の達成ならびに計算量の低減を行うことを目的とする。

2. 初期角運動量をもつ2剛体宇宙ロボット

まず本章では、本論文で扱う宇宙ロボットのモデルについて説明を行う。詳細は文献[2]を参照されたい。Fig. 1に示されているような、3次元空間における2つの剛体からなる宇宙ロボットを考える。2つの剛体(剛体1, 剛体2)はリンク(リンク1, リンク2)を通してユニバーサルジョイント¹で結ばれている。慣性空間、剛体1, 剛体2に付随する座標系(右手系)をそれぞれ C_0, C_1, C_2 (C_1, C_2 の原点はそれぞれ剛体1, 2の重心と一致)、 C_0 に対する剛体 i ($i=1, 2$)の姿勢を $A_i \in SO(3)$ 、剛体 i の角速度を

$w_i \in \mathbb{R}^3$ とし、 $\hat{w}_i = A_i^T \dot{A}_i$ を満たす²。パラメータは以下を用いる。 m_i : 剛体 i の質量 ($\epsilon = m_1 m_2 / (m_1 + m_2)$)、 l_i : リンク i の長さ、 $s_i = [0 \ 0 \ -l_i]^T \in \mathbb{R}^3$: 座標系 C_i におけるジョイントの位置を表すベクトル、 I_i : 剛体 i の慣性テンソル、 $J_i := I_i + \epsilon \hat{s}_i^T \hat{s}_i$, $J_{12} := \epsilon \hat{s}_1^T A_1^T A_2 \hat{s}_2$ 。つぎに、ユニバーサルジョイントのリンク1, 2の角度をそれぞれ $\theta_1, \theta_2 \in \mathbb{R}$ とし、 $\theta = [\theta_1 \ \theta_2]^T \in \mathbb{R}^2$ で表すことにする。このとき、

$$A := A_1^T A_2 = \begin{bmatrix} \sin \theta_1 \sin \theta_2 & \cos \theta_1 & -\sin \theta_1 \cos \theta_2 \\ \cos \theta_2 & 0 & \sin \theta_2 \\ \cos \theta_1 \sin \theta_2 & -\sin \theta_1 & -\cos \theta_1 \cos \theta_2 \end{bmatrix}$$

はシステムの形状を表し、ジョイントの角速度ベクトルを $w \in \mathbb{R}^3$ 、 $\hat{w} = A^T \dot{A}$ とすると、 $w_2 = A^T w_1 + w$ が成り立つ。そして、本論文では宇宙ロボットは初期角運動量 $P_0 \in \mathbb{R}^3$ が存在する場合を考え、この場合の全角運動量保存則は、

$$(A_1 J_1 + A_2 J_{12}^T) w_1 + (A_2 J_2 + A_1 J_{12}) w_2 = P_0 \quad (1)$$

で与えられる。また $I_u := J_1 + A J_2 A^T + A J_{12}^T + J_{12} A^T$ とおき、剛体1の姿勢 A_1 を $\alpha = [\alpha_1 \ \alpha_2 \ \alpha_3]^T \in \mathbb{R}^3$ を用いてCayley-Rodriguesパラメータ(2)式でパラメトライズする。角速度 w_1 とCayley-Rodriguesパラメータ α の間には、

$$w_1 = U_1(\alpha) \dot{\alpha}, \quad U_1(\alpha) = \frac{2(I - \hat{\alpha})}{1 + \alpha^T \alpha} \quad (3)$$

という関係がある。そして、制御入力としてユニバーサルジョイントの角速度 $u_1 := \dot{\theta}_1$, $u_2 := \dot{\theta}_2$ が取れるとすると、

$$w = \underbrace{\begin{bmatrix} \cos \theta_2 \\ 0 \\ \sin \theta_2 \end{bmatrix}}_{b_1} u_1 + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}}_{b_2} u_2 \quad (4)$$

² $\hat{\cdot}$ は3次元ベクトル $v = [v_1 \ v_2 \ v_3]^T \in \mathbb{R}^3$ を3次の歪対称行列 $\hat{v} = \begin{bmatrix} 0 & -v_3 & v_2 \\ v_3 & 0 & -v_1 \\ -v_2 & v_1 & 0 \end{bmatrix}$ へと変換する作用素である。

* 原稿受付 2010年1月25日

† 大阪大学 大学院 工学研究科 Graduate School of Engineering, Osaka University; 2-1 Yamadaoka, Suita, Osaka 565-0871, JAPAN

Key Words: space robot, universal joint, initial angular momentum, model predictive control, trajectory tracking.

¹ 2つのリンクの可動方向が90度ひねってある構造であり、自由度は2となる。

$$A_1(\alpha) = \frac{1}{1 + \|\alpha\|^2} \begin{bmatrix} 1 + \alpha_1^2 - \alpha_2^2 - \alpha_3^2 & 2(\alpha_1\alpha_2 - \alpha_3) & 2(\alpha_1\alpha_3 + \alpha_2) \\ 2(\alpha_1\alpha_2 + \alpha_3) & 1 - \alpha_1^2 + \alpha_2^2 - \alpha_3^2 & 2(\alpha_2\alpha_3 - \alpha_1) \\ 2(\alpha_1\alpha_3 - \alpha_2) & 2(\alpha_2\alpha_3 + \alpha_1) & 1 - \alpha_1^2 - \alpha_2^2 + \alpha_3^2 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ U_1^{-1} I_u^{-1} A_1^T P_0 \end{bmatrix}}_{f(q)} + \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ -U_1^{-1} I_u^{-1} (A J_2 + J_{12}) b_1 & -U_1^{-1} I_u^{-1} (A J_2 + J_{12}) b_2 \end{bmatrix}}_{g(q)} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$J = \frac{1}{2} \int_t^{t+T(t)} (q(\tau) - q_d(\tau))^T Q (q(\tau) - q_d(\tau)) d\tau + \frac{1}{2} \int_t^{t+T(t)} u(\tau)^T R u(\tau) d\tau + \frac{1}{2} (q(t+T) - q_d(t))^T S (q(t+T) - q_d(t)) \quad (6)$$

Fig. 1 Universal joint space robot model

と表すことができる [3]．したがって、 $q := [\theta^T \alpha^T]^T \in \mathbf{R}^5$, $u := [u_1 \ u_2]^T \in \mathbf{R}^2$ とおくと、(1)–(4) 式から初期角運動量をもつユニバーサルジョイントモデルは5状態2入力の非線形アファインシステムとして (5) 式で与えられる．このシステム (5) は任意の点で局所強可到達であり、さらに入力が大きき場合には微小時間局所可制御となることがわかっている [2]．

3. モデル予測制御を用いた軌道追従制御

初期角運動量をもつユニバーサルジョイントモデル (5) は、 $P_0 \neq 0$ の場合には $f(q) \neq 0, \forall q$ となるため、平衡点をもたないことがわかる．したがって静止することができないので、原点への安定化などの通常の制御問題を考えることができない．そこで以下に示すような、ある与えられた目標軌道への軌道追従制御問題を考える．このような制御問題は、たとえばあらかじめ宇宙ロボットの軌道を計画することによって、ある目標時刻に太陽や地球の方向に宇宙ロボットの姿勢を向けるような場合に対応しているといえる．

【問題1】初期角運動量 P_0 を持つユニバーサルジョイントモデル (5) に対して、あらかじめ与えられた目標軌道 $q_d(t)$ に追従するような制御入力 u を求めよ． ■

本論文では問題1を解くために、モデル予測制御によるアプローチを考え、とくに Ohtsuka によって提案された実時間最適化アルゴリズムである C/GMRES 法を用いることとする [4,5]．まず、初期角運動量をもつユニバーサルジョイントモデル (5) の物理パラメータを $l_1 = l_2 = 1$, $m_1 = m_2 = 1$, $I_1 = I_2 = \text{diag}\{1/2, 1/2, 1\}$, 初期角運動量を $P_0 = [0.1 \ -0.1 \ 0.2]^T$ とする．また、初期状態は $q_0 = [-\pi/2 \ -\pi/2 \ -1 \ -1 \ -1]^T$, 目標軌道 $q(t)$ は初期角運動量をもつユニバーサルジョイントモデル (5) に基づいてあらかじめ生成した軌道を用いる (Fig. 2 (a) を参照)．本論文では簡単のために、ユニバーサルジョイントの可動範囲 (θ_1, θ_2 の範囲) には制限を課さない．つぎに C/GMRES 法に関して、重み行列を $Q = \text{diag}\{0.015, 0.015, 0.04, 0.04, 0.04\}$, $R = \text{diag}\{0.01, 0.01\}$, $S = \text{diag}\{0.1, 0.1, 0.2, 0.2, 0.2\}$ とした評価関数 (6) と、時変の評価区間

$$T(t) = T(1 - e^{-at}) \quad (7)$$

を用い、ここでパラメータは $T = 2.0$, $a = 0.1$ を使用する．評価区間の分割数は $N = 50$, 連続変形法の安定化パラメータを $\zeta = 200$, GMRES 法の反復回数を $k_{max} = 3$, サンプル間隔を $\Delta t = 0.005$ [s], シミュレーション時間を 50 [s] とする．

上記の設定に基づいてシミュレーションを行った結果が Fig. 2 (a) であり、これは各変数の時系列を示している．また、誤差 $e(t) := q(t) - q_d(t)$ の時系列が Fig. 2 (b) に示されている．これらの結果より、初期角運動量をもつユニバーサルジョイントモデルの軌道 q は、目標軌道 q_d に追従していることが確認できる．

そして、本シミュレーションの全計算時間は 16.67 [s] であり、準最適制御アルゴリズム [2] の場合における計算時間が数時間のオーダーであるので、計算量の大幅な低減が達成されていることがわかる．なお、他の問題設定 (モデルのパラメータ・初期状態・目標軌道・初期角運動量を変えた場合) でも、評価関数 (6) の重み行列を適切に調節することにより、軌道追従制御が達成されることが確認できている．

Fig. 2 Simulation results

4. おわりに

本論文では、初期角運動量をもつ3次元2剛体宇宙ロボット(ユニバーサルジョイントモデル)の軌道追従制御問題に対して、モデル予測制御ならびにC/GMRES法の適用を行った。その結果、従来手法[2]に比べて計算量が大幅に低減された、数秒のオーダでの軌道追従制御を実現できることがシミュレーションによって確認できた。今後の課題としては、ジョイントの角度制限を考慮した制御手法の開発、他のジョイントを用いた場合のモデルに対する姿勢/軌道追従制御、宇宙ロボットのパラメータに関するロバスト性の考慮、などが挙げられる。

参考文献

[1] M. J. Enos, ed.: *Dynamics and Control of Mechanical Systems: The Falling Cat and Related Problems*,

Fields Institute Communications, 1, American Mathematical Society (1993)

- [2] 甲斐, 環: 初期角運動量をもつ2剛体宇宙ロボットに対する3次元姿勢準最適制御; 計測自動制御学会論文誌, Vol. 45, No. 6, pp. 320-326 (2009)
- [3] C. Fernandes, L. Gurvits and Z. Li: Near-optimal non-holonomic motion planning for a system of coupled rigid bodies; *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol. 39, No. 3, pp. 450-463 (1994)
- [4] 大塚: 非線形 Receding Horizon 制御の計算方法について; 計測と制御, Vol. 41, No. 5, pp. 366-371 (2002)
- [5] T. Ohtsuka: A continuation/GMRES method for fast computation of nonlinear receding horizon control; *Automatica*, Vol. 40, No. 4, pp. 563-574 (2004)