視覚フィードバックによるリーダ追尾型姿勢協調制御*

伊吹 竜也[†]・畑中 健志[†]・藤田 政之[†]

Visual Feedback Leader-following Attitude Synchronization*

Tatsuya IBUKI[†], Takeshi HATANAKA[†] and Masayuki FUJITA[†]

In this paper we investigate visual feedback attitude synchronization in leader-follower type visibility structures on the Special Euclidean group $SE(3)$. We first define visual robotic networks consisting of the dynamics describing rigid body motion, visibility structures among bodies and visual measurements. We then propose a visual feedback attitude synchronization law combining a vision-based observer with the attitude synchronization law presented in our previous works. We then prove that when the leader does not rotate, the visual robotic network with the control law achieves visual feedback attitude synchronization. Moreover, for a rotating leader, we evaluate the tracking performance of the other bodies. In analysis, we employ the notion of input-to-state stability and $\mathcal{L}_2$ -gain performance regarding the leader's angular velocity as an external disturbance. Finally, the validity of the proposed control law and the analysis is demonstrated through simulations.

1. はじめに

モバイルセンサネットワークは複数の移動可能なセンサで構成されるネットワークであり[1], 耐故障性や, 動的な環境のもとでの環境モニタリング, 監視, 探索などにおける効率を向上させる. ここでは, 個々のセンサが限られた情報を用いて協調的に制御されることが望まれる. このような分散制御問題に対して, 有用な方法論を与える理論が協調制御であり[2–6], その目的は, 複数のセンサなどが互いに情報を交換し, 制御されることによりシステム全体が協調して制御目的を達成することである. 協調制御問題はリーダが存在する場合とすべてのエージェントが完全に自律した場合に大別されるが, 本論文では前者のリーダ追尾型の問題を考える.

モバイルセンサネットワークの協調制御問題はロボティックネットワークの位置姿勢協調問題として定式化できる[2]. 本論文ではこの位置姿勢協調問題の一つとして姿勢同期問題を考察する. 姿勢同期問題の目的は,

複数存在するエージェントの姿勢を分散的な制御則を用いて共通の姿勢に収束させることである. 著者らの従来研究[7,8]は近傍のエージェントとの相対情報を用いて姿勢同期を達成する制御則を提案しているが, どのように必要な相対情報を取得するかについては明記されていない.

本論文では姿勢同期問題における情報取得の手段として視覚を用いる. 制御と視覚の統合に関する研究は数多く報告されており[9,10], 視覚情報に基づく協調制御問題も研究され始めている[11–13]. 著者らも文献[12]において既に視覚フィードバックによる位置姿勢同期制御則を提案している. ここでは, 文献[8]で提案されている受動性に基づく位置姿勢同期制御則に対して, 視覚情報から制御則に必要な相対位置姿勢を推定する受動性に基づく非線形オブザーバ[10]を併合している. しかし, 文献[12]では制御則の提案に留まり, オブザーバ併合系に対して収束性に関する理論的保証が明示されていない.

本論文は視覚情報に基づく姿勢同期問題を考察し, 理論的保証を与える. 各剛体は近傍の視覚情報のみ取得可能であるとする. まず, 制御対象として従来のロボティックネットワーク[2]に視覚による情報取得の方法を加えたビジュアルロボティックネットワークを提案する. つぎに, 視覚フィードバック姿勢同期を定義し, 同期を達成する制御則を提案する. さらに, リーダ追尾型

* 原稿受付 2010年10月27日

[†] 東京工業大学 大学院 理工学研究科 Graduate School of Science and Engineering, Tokyo Institute of Technology; 2-12-1, Oh-okayama, Meguro-ku, Tokyo 152-8550, JAPAN

Key Words: cooperative control, visual feedback control, synchronization, leader-following, visual robotic network.

Fig. 1 Rigid body motion

の可視構造をもつネットワークに対して、リーダーが回転運動をしないときの収束性解析を行う。また、リーダーが回転運動をする場合に対してはネットワークのリーダーへの追従性能解析を行う。最後に、シミュレーションを行うことにより、本論文の結果の妥当性を示す。

2. ビジュアルロボティックネットワーク

本節では、剛体の運動を表す運動学モデルと剛体間の情報構造を表す可視構造、および視覚による観測出力からなるビジュアルロボティックネットワークを提案する。

2.1 剛体の運動学モデル

3次元空間上に存在する n 台の剛体を考える (Fig. 1)。慣性座標系を Σ_w 、各剛体のボディ座標系を $\Sigma_i, i \in \mathcal{V} := \{1, \dots, n\}$ とする。 Σ_w から見た剛体 i の位置、姿勢を $(p_{wi}, e^{\hat{\xi}_{wi}\theta_{wi}}) \in SE(3)$ または同次表現を用いて

$$g_{wi} = \begin{bmatrix} e^{\hat{\xi}_{wi}\theta_{wi}} & p_{wi} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \in \mathcal{R}^{4 \times 4}, i \in \mathcal{V}$$

と表す。ここで、 $\hat{\xi}_{wi} \in \mathcal{R}^3$ ($\xi_{wi}^T \xi_{wi} = 1$) は回転軸、 $\theta_{wi} \in \mathcal{R}$ は回転軸周りの回転角度を表す。 $\wedge$ は任意のベクトル $a, b \in \mathcal{R}^3$ に対して $\hat{a}b = a \times b$ とする演算子である。また、 $\vee$ は $\wedge$ の逆演算を表すものとする。以降、表記の簡単化のために $\hat{\xi}_{wi}\theta_{wi}$ を $\hat{\xi}\theta_{wi}$ と表す。

つぎに、各剛体の Σ_w に対するボディ速度を以下に定義する。

$$\hat{V}_{wi}^b := g_{wi}^{-1} \dot{g}_{wi} = \begin{bmatrix} \hat{\omega}_{wi}^b & v_{wi}^b \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \in \mathcal{R}^{4 \times 4}$$

$$V_{wi}^b = \begin{bmatrix} v_{wi}^b \\ \omega_{wi}^b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-\hat{\xi}\theta_{wi}} \dot{p}_{wi} \\ (e^{-\hat{\xi}\theta_{wi}} \dot{\xi}\theta_{wi})^\vee \end{bmatrix} \in \mathcal{R}^6$$

ここで、 $v_{wi}^b \in \mathcal{R}^3$ は剛体 i のボディ並進速度、 $\omega_{wi}^b \in \mathcal{R}^3$ はボディ角速度である。このとき、各剛体の運動はつぎの運動学モデルで記述される。

$$\dot{g}_{wi} = g_{wi} \hat{V}_{wi}^b, i \in \mathcal{V} \quad (1)$$

本論文では、ボディ速度 V_{wi}^b を制御入力として考え、すべての剛体のボディ並進速度は等しい、すなわち $v_{wi}^b = v_{wj}^b \forall i, j \in \mathcal{V}$ とする。ここで、ボディ並進速度は各々の座標系で定義されるので、姿勢が異なる場合では慣性座標系において並進速度が等しいわけではないことに注意

Fig. 2 Leader-follower type visibility structure

する。

つぎに、相対位置姿勢の運動学モデルを与える。座標系 Σ_i から見た Σ_j の相対位置姿勢を $g_{ij} = (p_{ij}, e^{\hat{\xi}_{ij}\theta_{ij}}) := g_{wi}^{-1} g_{wj} \in SE(3)$ と表す。このとき、 g_{ij} を時間微分することにより、つぎの相対運動モデルを得る。

$$\dot{V}_{ij}^b = -\text{Ad}_{(g_{ij}^{-1})} V_{wi}^b + V_{wj}^b \quad (2)$$

ここで、 $\text{Ad}_{(g_{ij})} \in \mathcal{R}^{6 \times 6}$ は g_{ij} の随伴写像表現であり、次式で定義される [14]。

$$\text{Ad}_{(g_{ij})} := \begin{bmatrix} e^{\hat{\xi}_{ij}\theta_{ij}} & \hat{p}_{ij} e^{\hat{\xi}_{ij}\theta_{ij}} \\ 0 & e^{\hat{\xi}_{ij}\theta_{ij}} \end{bmatrix}$$

2.2 可視構造

各剛体間の情報交換の構造を表す可視構造を与える。まず、各剛体は視覚を有し、他の可視剛体の視覚情報を抽出できると仮定する。つぎに、剛体 j が剛体 i にとって可視であるという事象を $(j, i) \in \mathcal{E} \subset \mathcal{V} \times \mathcal{V}$ と表す。さらに、剛体 i の可視剛体 $\mathcal{N}_i$ を次式で定義する。

$$\mathcal{N}_i := \{j \in \mathcal{V} \mid (j, i) \in \mathcal{E}\}, i \in \mathcal{V} \quad (3)$$

本論文では、剛体間の可視構造 $\{\mathcal{N}_i\}_{i \in \mathcal{V}}$ に対して以下の仮定を用いる。

(仮定 1) リーダ追従型可視構造

- $\mathcal{N}_1 = \emptyset$.
- $\forall i \in \mathcal{V} \setminus \{1\}, |\mathcal{N}_i| = 1$ かつ $\mathcal{N}_i$ は固定.
- $\forall i \in \mathcal{V} \setminus \{1\}, \exists v_1, \dots, v_r \in \mathcal{V} \text{ s.t. } v_1 = 1, v_r = i, (v_k, v_{k+1}) \in \mathcal{E} \forall k \in \{1, \dots, r-1\}$.

ここで、 $|\mathcal{N}_i|$ は $\mathcal{N}_i$ の要素数を表す。この可視構造では、可視剛体をもたないリーダー (剛体 1) が 1 台存在し、他のすべての剛体は常に同一の可視剛体を 1 台もち、任意の剛体からリーダーへの可視性の経路が存在する。この剛体間の可視構造は $\mathcal{V}$ を頂点の集合、 $\mathcal{E}$ を辺の集合とみなすと有向グラフとみなすことができる (Fig. 2)。このとき、仮定 1 は可視構造が固定で、さらに可視剛体をもたないリーダーを根とした全域木であることを示している。

2.3 観測出力

各剛体 j は m ($m \geq 4$) 点の特徴点をもつと仮定し、剛体 j の座標系 Σ_j の原点から各特徴点までのベクトルを $p_{jjk} \in \mathcal{R}^3, k \in \{1, \dots, m\}$ と表す。このとき、剛体 i から見た特徴点 $p_{ijk} := [x_{ijk} \ y_{ijk} \ z_{ijk}]^T \in \mathcal{R}^3, k \in \{1, \dots, m\}$

Fig. 3 Perspective projection model

は次式で表される．

$$p_{ijk} = g_{ij} p_{jjk} \quad (4)$$

ただし、 Σ_j における特徴点の位置 p_{jjk} は剛体 j にとってすべて既知であるとする．また、(4) 式の形式で表現したときに限り p_{ijk} は $[p_{ijk}^T \ 1]^T$ を表すものとする [14]．

つぎに、各剛体の視覚による観測出力を定義する．本論文では各剛体が Fig. 3 に示す透視投影モデルをもつとする．このとき、相対的な特徴点 p_{ijk} は 3 次元情報であるため透視投影モデルから直接得ることができない．そこで、剛体 i の可視剛体 j に対する観測出力として、透視投影モデルから得ることのできる p_{ijk} を 2 次元平面に射影した画像特徴量を $f_{ijk} \in \mathcal{R}^2$, $k \in \{1, \dots, m\}$ と定義すると、これは

$$f_{ijk} = \frac{\lambda_i}{z_{ijk}} \begin{bmatrix} x_{ijk} \\ y_{ijk} \end{bmatrix}$$

として与えられる [14]．ここで、 $\lambda_i \in \mathcal{R}$ は焦点距離である．各剛体は画像情報から可視剛体の特徴点を抽出できると仮定する．すなわち、剛体 i の観測出力を

$$f_i := \{f_{ij}\}_{j \in \mathcal{N}_i}, \quad f_{ij} := [f_{ij1}^T \ \dots \ f_{ijm}^T]^T \in \mathcal{R}^{2m}, \quad i \in \mathcal{V} \quad (5)$$

と定義する．

以降、運動学モデル (1) を有する n 台の剛体、可視構造 (3) および視覚による観測出力 (5) を併せてビジュアルロボティックネットワーク Σ とよぶ．

3. 視覚フィードバック姿勢同期制御

本節では、視覚フィードバック姿勢同期制御則を提案し、制御則を適用したビジュアルロボティックネットワーク Σ が次項で定義する視覚フィードバック姿勢同期を達成することを示す．

3.1 視覚フィードバック姿勢同期

本論文の目的は、ビジュアルロボティックネットワーク Σ が以下に定義する視覚フィードバック姿勢同期を達成するボディ速度 V_{wi}^b を設計することである．

【定義 1】 ビジュアルロボティックネットワーク Σ は、各剛体の速度入力 V_{wi}^b が視覚による観測出力 (7) のみで構成され ($V_{wi}^b(f_i)$)、さらに次式を満足するとき視覚フィード

Fig. 4 Block diagram of visual feedback attitude synchronization law

バック姿勢同期を達成するという．

$$\begin{cases} v_{wi}^b = v_{wj}^b, \\ \lim_{t \rightarrow \infty} \phi(e^{-\xi \theta_{wi}} e^{\xi \theta_{wj}}) = 0, \end{cases} \quad \forall i, j \in \mathcal{V} \quad (6)$$

ここで、 $\phi(e^{\xi \theta_{wi}}) := (1/2) \text{tr}(I_3 - e^{\xi \theta_{wi}}) \geq 0$ は姿勢誤差に関するエネルギー関数であり、 $\phi(e^{\xi \theta_{wi}}) = 0 \Leftrightarrow e^{\xi \theta_{wi}} = I_3$ という性質をもつ (I_n は $n \times n$ の単位行列)．したがって、(6) 式はすべての剛体のボディ並進速度が等しく、姿勢が一定値に収束することを意味する．すなわち、ネットワーク全体は鳥の群れ行動のような動作をする [7]．

姿勢同期の定義は文献 [7] と同一のものである．本論文の目的は、文献 [7] で各剛体が $e^{-\xi \theta_{wi}} e^{\xi \theta_{wj}}$ の取得を仮定しているのに対して、視覚による観測出力 (5) のみを用いて速度入力を提案することである．

3.2 制御則の提案

本論文では以下の制御入力を提案する．

$$\text{速度入力} \quad \begin{cases} v_{wi}^b = v \end{cases} \quad (7a)$$

$$\omega_{wi}^b = k_{ij} \text{sk}(e^{\xi \theta_{ij}})^v \quad (7b)$$

$$\bar{V}_{ij}^b := (\bar{g}_{ij}^{-1} \dot{\bar{g}}_{ij})^v = -\text{Ad}_{(\bar{g}_{ij}^{-1})} V_{wi}^b + u_{ij} \quad (7c)$$

$$\text{オブザーバ} \quad \begin{cases} u_{ij} = k_{eij} \left(e_{ij} - \begin{bmatrix} -\frac{1}{k_{eij}} e^{\xi \theta_{eij}} v_{wi}^b \\ \text{sk}(e^{\xi \theta_{ij}})^v \end{bmatrix} \right) \end{cases} \quad (7d)$$

$j \in \mathcal{N}_i, i \in \mathcal{V}$

ここで、 $k_{ij}, k_{eij} \in \mathcal{R}$ は正のゲインであり、 $v \in \mathcal{R}^3$ はすべての剛体に共通なボディ並進速度である．また、 $\text{sk}(e^{\xi \theta_{ij}}) \in \mathcal{R}^{3 \times 3}$ は $e^{\xi \theta_{ij}}$ の歪対称成分であり、次式で定義される．

$$\text{sk}(e^{\xi \theta_{ij}}) := \frac{1}{2} (e^{\xi \theta_{ij}} - e^{-\xi \theta_{ij}})$$

制御則 (7) の構造を Fig. 4 に示す．角速度入力 (7b) は剛体の運動学モデル (1) が V_{wi}^b を入力、 $[p_{wi}^T \ (\text{sk}(e^{\xi \theta_{wi}})^v)^T]^T$ を出力としたときに受動性を有することに基づいて構成されており、文献 [7] と同一の制御則である．ただし、本問題では 3 次元情報である g_{ij} が直接取得できないため、これを (7c)、(7d) 式で構成される非線形オブザーバ (以降、視覚オブザーバとよぶ) から得られる推定値 $\bar{g}_{ij} = (\bar{p}_{ij}, e^{\xi \theta_{ij}}) \in SE(3)$ で置き換えている．以降、こ

Fig. 5 Definition of rigid body sets

の視覚オブザーバの構造を説明する．

(7c) 式は相対運動モデル (2) に基づき推定値 $\bar{g}_{ij}$ の運動学モデルを構成したものである．ここで, $u_{ij} := [u_{vij}^T \ u_{\omega ij}^T]^T \in \mathcal{R}^6$ は推定値 $\bar{g}_{ij}$, $\bar{V}_{ij}^b$ を真値に収束させるための外部入力であり, (7d) 式で与えられる． $g_{eij} = (p_{eij}, e^{\hat{\theta}_{eij}}) \in SE(3)$, $e_{ij} \in \mathcal{R}^6$ はそれぞれ相対位置姿勢の真値 g_{ij} と推定値 $\bar{g}_{ij}$ の推定偏差およびそれをベクトル化した推定偏差ベクトルであり, 以下に定義される．

$$g_{eij} := \bar{g}_{ij}^{-1} g_{ij}, \quad e_{ij} := \begin{bmatrix} p_{eij} \\ \text{sk}(e^{\hat{\theta}_{eij}})^\vee \end{bmatrix}$$

ベクトル e_{ij} は $e_{ij} = 0 \Leftrightarrow g_{eij} = I_4$ という性質をもち, このとき $\bar{g}_{ij} = g_{ij}$ となり, 相対位置姿勢の推定値が真値と一致する．また, g_{eij} を時間微分することにより, つぎの推定偏差システムを得る．

$$V_{eij}^b := (g_{eij}^{-1} \dot{g}_{eij})^\vee = -\text{Ad}_{(g_{eij}^{-1})} u_{ij} + V_{wj}^b \quad (8)$$

(7d) 式において, $e^{\hat{\theta}_{eij}}$ は e_{ij} から, e_{ij} は画像特徴量 f_{ij} から導出可能である [13]．したがって, 制御則 (7) は通信や視覚以外の観測を必要とせず, 観測出力 f_i のみから構成可能である．文献 [10] では, 観測対象が運動しないとき ($V_{wj}^b = 0$) に推定偏差システム (8) が入力 u_{ij} から出力 $-e_{ij}$ まで受動性を有することに基づいて, 相対位置姿勢を推定する視覚オブザーバが提案されている．これに対して, 本論文で用いる視覚オブザーバは視覚フィードバック姿勢同期を理論的に保証するため, 観測対象が一定ボディ並進速度 v で移動することを考慮に入れた, 並進速度のキャンセル項を加えたものである．

3.3 収束性解析

制御則 (7) によって仮定 1 を満たすビジュアルロボティックネットワーク Σ が視覚フィードバック姿勢同期を達成することを示す．

まず, 表記の簡単化のために制御および推定に関する姿勢の偏差ベクトルとして,

$$e_{cij} := \text{sk}(e^{\hat{\theta}_{cij}})^\vee, \quad e_{eij} := \text{sk}(e^{\hat{\theta}_{eij}})^\vee \in \mathcal{R}^3$$

と定義する．さらに, リーダ追尾型の可視構造を有する各剛体に対して, 以下の表記を用いる (Fig. 5) ．

$$\begin{cases} \mathcal{V}_p := \{i \in \mathcal{V} \mid 1 \in \mathcal{N}_i\} \\ \mathcal{V}_q := \{i \in \mathcal{V} \mid i \notin \mathcal{N}_j \ \forall j \in \mathcal{V}\} \\ \mathcal{V}_r := \{\mathcal{V} \setminus (\{1\} \cup \mathcal{V}_p \cup \mathcal{V}_q)\} \\ \mathcal{V}_i := \{j \in \mathcal{V}_q \mid \exists v_1, \dots, v_r \in \mathcal{V} \text{ s.t. } v_1 = i, v_r = j, \\ \quad (v_k, v_{k+1}) \in \mathcal{E} \ \forall k \in \{1, \dots, r-1\}\} \end{cases}.$$

つぎに, 制御偏差システムと推定偏差システムを結合したつぎの偏差システムを考える．

$$\begin{bmatrix} \bar{\omega}_{ij}^b \\ V_{eij}^b \end{bmatrix} = \Phi_{ij} \begin{bmatrix} \omega_{wi}^b \\ u_{ij} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ V_{wj}^b \end{bmatrix} \quad (9)$$

ここで,

$$\Phi_{ij} := \begin{bmatrix} -e^{-\hat{\theta}_{ij}} & \tilde{I} \\ 0 & -\text{Ad}_{(g_{eij}^{-1})} \end{bmatrix} \in \mathcal{R}^{9 \times 9}, \quad \tilde{I} := [0 \ I_3] \in \mathcal{R}^{3 \times 6}$$

である．また, 制御偏差システムとは $\bar{g}_{ij}$ の運動学モデル (7c) の姿勢に関する部分を抜き出したものである．本論文では制御則 (7) を適用した偏差システム (9) をすべての $\{\mathcal{N}_i\}_{i \in \mathcal{V}}$ について結合したシステムを集合偏差システム Σ_{col} とよぶ．また, その状態は制御および推定に関する偏差ベクトル $e_{ceij} := [e_{cij}^T \ e_{ij}^T]^T \in \mathcal{R}^9$, $j \in \mathcal{N}_i$, $i \in \mathcal{V}$ を縦に並べたベクトルとし, これを $x_e \in \mathcal{R}^{9(n-1)}$ と表す．このとき, 集合偏差システム Σ_{col} に対してつぎの補題が成り立つ．

【補題 1】 リーダが回転運動をしない ($\omega_{w1}^b = 0$) とき, 可視構造が仮定 1 を満たす集合偏差システム Σ_{col} は平衡点 $x_e = 0$ をもつ．

(証明) 制御則 (7) を (9) 式に代入することにより, 補題 1 が示される．

つぎに, 本論文の主要な結果であるビジュアルロボティックネットワーク Σ の視覚フィードバック姿勢同期を示す．

【定理 1】 可視構造が仮定 1 を満たし, リーダが回転運動をしない ($\omega_{w1}^b = 0$) とする．各剛体のゲインが以下の条件を満たすとき, 制御則 (7) を適用したビジュアルロボティックネットワーク Σ は視覚フィードバック姿勢同期を達成する．

$$\begin{cases} k_{jk} < \frac{2k_{ij}k_{eij}}{k_{ij} + k_{eij}}, & k \in \mathcal{N}_j, j \in \mathcal{N}_i, i \in \mathcal{V}_q \\ k_{jk} < \frac{2k_{ij}k_{eij}}{k_{ij} + 2k_{eij}}, & k \in \mathcal{N}_j, j \in \mathcal{N}_i, i \in \mathcal{V}_r \end{cases} \quad (10)$$

(証明) 付録 1. を参照．

ゲイン条件 (10) は後方の剛体が速く移動すれば姿勢同期が達成されることを意味している [13]．また, 定理 1 では $\omega_{w1}^b = 0$ と仮定しているが, リーダが回転運動をする場合においても後方の剛体がリーダーに追従することが期待される．したがって, 次節ではリーダーが回転運動をするときの追従性能解析を行う．

Fig. 6 Chain type visibility structure

Fig. 7 Chain type visibility structures

Fig. 8 Visibility graph in simulation

4. 追従性能解析

本節では、回転運動をするリーダに対して、その角速度を外乱入力とみなすことにより、集合偏差システムの入力状態安定性および $\mathcal{L}_2$ ゲイン性能の概念に基づく視覚フィードバック姿勢同期の追従性能解析を行う。

4.1 入力状態安定性に基づく追従性能解析

視覚フィードバック姿勢同期制御の追従性能解析の一つとして、入力状態安定性に基づく解析を行う。

まず、準備として複数の剛体が一直線上に並んだ鎖型可視構造を考える (Fig. 6)。このとき、鎖型可視構造を有する m 台の剛体の制御および推定に関する偏差システムを結合したシステムは次式で与えられる。

$$\begin{bmatrix} \bar{\omega}_{21}^b \\ V_{e21}^b \\ \vdots \\ \bar{\omega}_{m(m-1)}^b \\ V_{em(m-1)}^b \end{bmatrix} = \Phi_m \begin{bmatrix} \omega_{w2}^b \\ u_{21} \\ \vdots \\ \omega_{wm}^b \\ u_{m(m-1)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ V_{w1}^b \\ \vdots \\ 0 \\ V_{w(m-1)}^b \end{bmatrix} \quad (11)$$

ここで、 $\Phi_m \in \mathcal{R}^{9(m-1) \times 9(m-1)}$ は $\Phi_{i(i-1)}$, $i \in \{2, \dots, m\}$ を対角に並べた行列である。システム (11) に制御則 (7) を適用したシステムを鎖型集合偏差システム Σ_{colc} とよぶ。

追従性能に関するつぎの定理が成り立つ。

【定理 2】 可視構造が仮定 1 を満たし、リーダが回転運動をする ($\omega_{w1}^b \neq 0$) 状況を考える。初期時刻で $|\theta_{ij}| < \pi/2$, $|\theta_{eij}| < \pi/2$, $j \in \mathcal{N}_i$, $i \in \mathcal{V}$ が成立し、さらに任意の正のスカラー ϵ_i , ϵ'_i ($\epsilon'_i > \epsilon_i$), $i \in \mathcal{V} \setminus \{1\}$ について (12) 式を満たすとき、(13) 式を満たす class- $\mathcal{KL}$ 関数 $\beta(\cdot, \cdot)$ および class- $\mathcal{K}$ 関数 $\alpha(\cdot)$ が存在する。

$$\begin{cases} k_{eij} > \epsilon_i, \\ \frac{k_{eij}(k_{ij} - \epsilon_i)}{k_{ij} + k_{eij} - \epsilon_i} > \epsilon'_i, \quad j \in \mathcal{N}_i, i \in \mathcal{V} \end{cases} \quad (12)$$

$$\|x_e(t)\|_2 \leq \beta(\|x_e(0)\|_2, t) + \alpha(\|\omega_{w1}^b\|_{\mathcal{L}_\infty}) \quad (13)$$

(証明) 付録 2. を参照。

(13) 式は ω_{w1}^b を外乱入力、 x_e を状態としたときの集合偏差システム Σ_{col} の入力状態安定性の定義に従う。したがって、本問題の場合では (13) 式はリーダの角速度に対する制御および推定偏差を評価するため、ネットワークのリーダへの追従性能を示す指標とみなすことができ

る。しかし、入力状態安定性は定性的な評価のみを与え、定量的な評価は与えない。これに対して、次節では $\mathcal{L}_2$ ゲイン性能の概念に基づいて偏差の定量的な評価を行う。

4.2 $\mathcal{L}_2$ ゲイン性能に基づく追従性能解析

追従性能解析の一つとして、 $\mathcal{L}_2$ ゲイン性能に基づく解析を行う。

リーダから各末端の剛体までの鎖型集合偏差システム Σ_{colci} , $i \in \mathcal{V}_q$ を考える (Fig. 7)。これは、各剛体 $i \in \mathcal{V}_q$ に対してシステム (11) に制御則 (7) を適用したものである。以降、表記の簡単化のために、各 Σ_{colci} に対してリーダから末端の剛体まで $\{1, 2, \dots\}$ と識別子を割り当てる。

各 Σ_{colci} に対して実対称行列 $P_i \in \mathcal{R}^{9(n_i-1) \times 9(n_i-1)}$, $i \in \mathcal{V}_q$ (n_i は Σ_{colci} の剛体の数) を以下に定義する。

$$P_i(\gamma_i) := J_i - W_i(\gamma_i) - \epsilon_i I_{9(n_i-1)}$$

ϵ_i , $i \in \mathcal{V}_q$ は任意の正のスカラー、 $W_i \in \mathcal{R}^{9(n_i-1) \times 9(n_i-1)}$ はある正のスカラー γ_i , $i \in \mathcal{V}_q$ について (7,7), (8,8), (9,9) 要素が $1/(2\gamma_i)$ であり、それ以外は 0 である対角行列である。また、 $J_i \in \mathcal{R}^{9(n_i-1) \times 9(n_i-1)}$ は 3×3 ブロックに対して対角要素 $J_i(k,k)$ および非対角要素 $J_i(k,l)$ ($l > k$) がそれぞれ以下に定義される実対称行列である。

$$J_i(k,k) = \begin{cases} (k_{(k+1)k} + k_{e(k+1)k})I_3, & k = 3m-2 \\ k_{e(k+1)k}I_3, & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$J_i(k,l) = \begin{cases} -k_{e(k+1)k}I_3, & k = 3m-2, l = k+2 \\ -\frac{1}{2}k_{(k+1)k}I_3, & k = 3m-2, l = k+5 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

ここで、 $m \in \{1, \dots, n_i\}$ である。このとき、追従性能に関するつぎの定理が成り立つ。

【定理 3】 可視構造が仮定 1 を満たし、リーダが回転運動をする ($\omega_{w1}^b \neq 0$) 状況を考える。このとき、線形行列不等式 $P_i > 0$, $i \in \mathcal{V}_q$ を満足する任意の $k_{li(l-1)}$, $k_{ei(l-1)}$, $l \in \{2, \dots, n_i\}$, 正のスカラー γ_i , $i \in \mathcal{V}_q$ に対して、ある非負のスカラー δ が存在して以下の不等式を満たす。

$$\|x_e\|_{\mathcal{L}_2} \leq \gamma \|\omega_{w1}^b\|_{\mathcal{L}_2} + \delta, \quad \gamma := \sqrt{\sum_{i \in \mathcal{V}_q} \frac{\gamma_i}{2\epsilon_i}} \quad (14)$$

(証明) 付録 3. を参照。

定理 3 は、 ω_{w1}^b を外乱入力、 x_e を出力としたときに、集合偏差システム Σ_{col} が γ 以下の $\mathcal{L}_2$ ゲインを有する

Fig. 9 Positions in Σ_w ($\gamma=2$) Fig. 12 Positions in Σ_w ($\gamma=0.49$) Fig. 10 Rotation angle errors ($\gamma=2$) Fig. 13 Rotation angle errors ($\gamma=0.49$) Fig. 11 Control performance ($\gamma=2$) Fig. 14 Control performance ($\gamma=0.49$)

ことを示している．したがって， γ はリーダの角速度に対する制御および推定偏差を評価するため，本問題の場合ではネットワークのリーダへの追従性能の指標とみなすことができる．すなわち，より小さい γ が得られる制御則を構成することで，追従性能の高い制御則の設計が可能となる．これは定量的な評価を与える．

5. シミュレーション

本節では，シミュレーションを行うことにより，前節までに得られた結果の妥当性を示す．

Fig. 8 の可視構造をもつビジュアルロボティックネットワーク Σ を考える．初期状態を以下のように設定する．

$$\begin{aligned} p_{w1}(0) &= [5 \ -5 \ 5]^T, \quad \xi_{\theta_{w1}}(0) = [0 \ \frac{\pi}{4} \ 0]^T, \\ p_{w2}(0) &= [0 \ 0 \ 0]^T, \quad \xi_{\theta_{w2}}(0) = [0 \ 0 \ 0]^T, \\ p_{w3}(0) &= [0 \ 0 \ -5]^T, \quad \xi_{\theta_{w3}}(0) = [0 \ -\frac{\pi}{4} \ 0]^T, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p_{w4}(0) &= [-5 \ -5 \ -5]^T, \quad \xi_{\theta_{w4}}(0) = [0 \ \frac{\pi}{3} \ 0]^T, \\ p_{w5}(0) &= [-5 \ 0 \ -10]^T, \quad \xi_{\theta_{w5}}(0) = [0 \ 0 \ 0]^T. \end{aligned}$$

すべての剛体に共通なボディ並進速度は $v = [0 \ 0 \ 1]^T$ [m/s] で固定とする．また，リーダとなる剛体1の角速度入力以下のように設定する．

$$\omega_1^b(t) = \begin{cases} [0 \ 0.1 \ 0]^T, & t \in [0, 5) \\ [-0.1 \ 0 \ 0]^T, & t \in [5, 10) \\ [0 \ -0.1 \ 0]^T, & t \in [10, 20) \\ [0 \ 0 \ 0]^T, & t \in [20, 30) \end{cases} \quad [\text{rad/s}]$$

シミュレーションの結果を Figs. 9~14 に示す．Figs. 9~11 は各剛体のゲインをそれぞれ $k_{21} = 2.73$, $k_{32} = 4.45$, $k_{42} = 5.69$, $k_{54} = 8.38$, $k_{e21} = 3.37$, $k_{e32} = 3.94$, $k_{e42} = 6.65$, $k_{e54} = 7.72$ と設定したときのものである．これは，リーダの角速度 ω_{w1}^b から集合全体の偏差 x_e まで

が $\gamma = 2$ ($\epsilon_i = 0.5$) の $\mathcal{L}_2$ ゲインを有する設定となっている。一方で, Figs. 12~14 は各剛体のゲインをそれぞれ $k_{21} = 11.28$, $k_{32} = 19.93$, $k_{42} = 18.99$, $k_{54} = 19.99$, $k_{e21} = 19.98$, $k_{e32} = 19.92$, $k_{e42} = 19.99$, $k_{e54} = 19.99$ と設定したときのものである。これは, $\gamma = 0.49$ の $\mathcal{L}_2$ ゲインを有する設定となっている。

Figs. 9, 12 は各剛体の慣性系から見た位置 (図中の円などは初期位置を表す) を示したものであり, Figs. 10, 13 は各剛体間の相対姿勢 $\xi_{\theta_{ij}}$ のノルムを表す。Figs. 9, 10, 12, 13 より, 初め任意の方向に進んでいた剛体がリーダ (剛体 1) の回転運動に十分追従し, 最終的に (リーダが回転運動を止めてから十分時間が経過したときに) リーダと同じ方向に進んでいることがわかる。したがって, 提案した制御則 (7) によりビジュアルロボティクスネットワーク Σ が視覚フィードバック姿勢同期を達成することが確認できる。

また, Fig. 10 と Fig. 13 を比較すると, リーダとの姿勢誤差が二つ目のシミュレーションの方が小さくなっていることがわかる。これを明らかにするために, Figs. 11, 14 にそれぞれ $\gamma = 2$, $\gamma = 0.49$ のときの $\|x_e\|_2$ を示す。Figs. 11, 14 より, $\gamma = 0.49$ の場合の方が $\gamma = 2$ の場合と比べると追従性能が改善されていることがわかる。以上のことから, $\mathcal{L}_2$ ゲイン性能解析において γ が追従性能を表す指標となっていることが確認できる。

6. おわりに

本論文では複数の剛体による視覚情報に基づく姿勢同期問題について考察した。まず, 制御対象として剛体の運動を表す運動学モデルと剛体間の情報構造を表すリーダ追尾型可視構造, 視覚による観測出力からなるビジュアルロボティクスネットワークを提案した。つぎに, 視覚情報のみに基づく姿勢同期制御則を提案した。さらに, 提案した制御則を適用することで, リーダが回転運動をしないときにビジュアルロボティクスネットワークが姿勢同期を達成することを示した。また, リーダが回転運動をする場合に対しては, ネットワークのリーダへの追従性能解析を行った。さらに, シミュレーションを行うことにより本論文で得られた結果の妥当性を確認した。

また, 本研究では収束性解析に対して検証実験を行っているが, 詳細は文献 [13] を参照とする。

参考文献

- [1] N. E. Leonard, et al.: Collective motion, sensor networks and ocean sampling; *Proc. of the IEEE*, Vol. 95, No. 1, pp. 48–74 (2007)
- [2] F. Bullo, J. Cortes and S. Martinez: *Distributed Control of Robotic Networks*, Princeton University Press (2009)
- [3] 吉村, 東, 杉江: マルチエージェントシステムのブロードキャスト制御; 第 39 回 SICE 制御理論シンポジウム

予稿集, pp. 243–248 (2010)

- [4] K. Cai and H. Ishii: Further results on randomized quantized averaging: a surplus-based approach; *Proc. of the 2010 IEEE Multi-conference on Systems and Control*, pp. 1558–1563 (2010)
- [5] 根, 福島, 松野: 予測時刻間の衝突回避を考慮した複数移動体のモデル予測編隊制御; 計測自動制御学会論文集, Vol. 46, No. 7, pp. 383–390 (2010)
- [6] 桜間, 中野: 衝突回避を考慮した複数ロボットのデッドロックフリー軌道追跡制御; 計測自動制御学会論文集, Vol. 45, No. 8, pp. 422–429 (2009)
- [7] Y. Igarashi, T. Hatanaka, M. Fujita and M. W. Spong: Passivity-based attitude synchronization in $SE(3)$; *IEEE Trans. on Control Systems Technology*, Vol. 17, No. 5, pp. 1119–1134 (2009)
- [8] Y. Igarashi, T. Hatanaka, M. Fujita and M. W. Spong: Passivity-based output synchronization and flocking algorithm in $SE(3)$; *Proc. of the 47th IEEE Conference on Decision and Control*, pp. 1024–1029 (2008)
- [9] F. Chaumette and S. A. Hutchinson: Visual servoing and visual tracking; *Springer Handbook of Robotics* (B. Siciliano and O. Khatib, eds.), Springer-Verlag, pp. 563–583 (2008)
- [10] M. Fujita, H. Kawai and M. W. Spong: Passivity-based dynamic visual feedback control for three dimensional target tracking: Stability and L_2 -gain performance analysis; *IEEE Trans. on Control Systems Technology*, Vol. 15, No. 1, pp. 40–52 (2007)
- [11] F. Morbidi, G. L. Mariottini and D. Prattichizzo: Observer design via immersion and invariance for vision-based leader-follower formation control; *Automatica*, Vol. 46, No. 1, pp. 148–154 (2010)
- [12] M. Fujita, T. Hatanaka, N. Kobayashi, T. Ibuki and M. W. Spong: Visual motion observer-based pose synchronization: A passivity approach; *Proc. of the 48th IEEE Conference on Decision and Control and 28th Chinese Control Conference*, pp. 2402–2407 (2009)
- [13] T. Ibuki, T. Hatanaka, M. Fujita and M. W. Spong: Visual feedback attitude synchronization in leader-follower type visibility structures; *Proc. of the 49th IEEE Conference on Decision and Control*, pp. 2486–2491 (2010)
- [14] Y. Ma, S. Soatto, J. Kosecka and S. S. Sastry: *An invitation to 3-D vision*, Springer (2003)
- [15] E. D. Sontag: Comments on integral variants of ISS; *Systems and Control Letters*, Vol. 34, No. 1-2, pp. 93–100 (1998)

付 録

付録 1. 定理 1 の証明

(証明) x_e , e_{cij} , e_{ij} の定義および仮定 1 より, 平衡点 $x_e = 0$ が局所的漸近安定であれば視覚フィードバック

姿勢同期が達成される．したがって，集合偏差システム Σ_{col} の平衡点 $x_e = 0$ の漸近安定性を示せば十分である．

Lyapunov 関数の候補として $U \geq 0$ を以下に定義する．

$$U := \sum_{i=2}^n \sum_{j \in \mathcal{N}_i} q_i \left(\phi(e^{\hat{\xi}\bar{\theta}_{ij}}) + \frac{1}{2} \|p_{eij}\|_2^2 + \phi(e^{\hat{\xi}\theta_{eij}}) \right)$$

ここで， $q_i \in \mathcal{N}$ は $i \in \mathcal{V} \setminus \mathcal{V}_q$ に関しては $q_i = |\mathcal{V}_i|$ ， $i \in \mathcal{V}_q$ に関しては $q_i = 1$ である (Fig. 5)． $U = 0$ の必要十分条件は $e^{\hat{\xi}\bar{\theta}_{ij}} = I_3$ ， $g_{eij} = I_4$ ($e_{cij} = 0$ ， $e_{ij} = 0$)， $j \in \mathcal{N}_i \forall i \in \mathcal{V}$ ，すなわち $x_e = 0$ であり，それ以外のときは $U > 0$ であることに注意する．

U を偏差システム (9) の解軌道に沿って微分すると，

$$\begin{aligned} \dot{U} &= \sum_{i=2}^n \sum_{j \in \mathcal{N}_i} q_i \left(e_{cij}^T \bar{\omega}_{ij}^b + e_{ij}^T \text{Ad}(e^{\hat{\xi}\theta_{eij}}) V_{eij}^b \right) \\ &= \sum_{i=2}^n \sum_{j \in \mathcal{N}_i} q_i \left(-e_{cij}^T (\omega_{wi}^b - u_{wij}) \right. \\ &\quad \left. - e_{ij}^T (u_{ij} - \text{Ad}(e^{\hat{\xi}\theta_{eij}}) V_{wj}^b) \right) \end{aligned}$$

となる．上式に制御入力 (7b)，(7d) を代入すると，

$$\dot{U} = - \sum_{i=2}^n \sum_{j \in \mathcal{N}_i} q_i (e_{cij}^T Q_{ij} e_{ceij} - e_{eij}^T \omega_{wj}^b)$$

が導かれる．ここで，

$$Q_{ij} := \begin{bmatrix} (k_{ij} + k_{eij})I_3 & -k_{eij}\tilde{I} \\ -k_{eij}\tilde{I}^T & k_{eij}I_6 \end{bmatrix} \in \mathcal{R}^{9 \times 9}$$

である．上式において， $\sum_{j \in \mathcal{N}_i} e_{eij}^T \omega_{wj}^b$ は剛体 $i \in \mathcal{V}_p$ に対しては $\omega_{w1}^b = 0$ より 0 となり，それ以外の剛体に対しては平方完成を用いることにより

$$\begin{aligned} e_{eij}^T \omega_{wj}^b &= k_{jk} e_{eij}^T e_{cjk} \\ &= \frac{1}{2} k_{jk} (\|e_{eij}\|_2^2 + \|e_{cjk}\|_2^2 - \|e_{eij} - e_{cjk}\|_2^2) \quad (A1) \end{aligned}$$

と表せる．ここで， $k \in \mathcal{N}_j$ である．このとき，

$$\psi_i := \begin{cases} -e_{cei1}^T \left[\begin{pmatrix} \frac{1}{2} k_{i1} + k_{ei1} \\ -k_{ei1} \tilde{I}^T \end{pmatrix} I_3 - k_{ei1} \tilde{I} \right] e_{cei1}, & i \in \mathcal{V}_p \\ -e_{ceij}^T \left[\begin{pmatrix} (k_{ij} + k_{eij})I_3 & -k_{eij}\tilde{I} \\ -k_{eij}\tilde{I}^T & k_{eij}I_6 - \frac{1}{2} k_{jk} \tilde{I}^T \tilde{I} \end{pmatrix} e_{ceij} \right. \\ \quad \left. - \frac{1}{2} k_{jk} \|e_{cjk} - e_{eij}\|_2^2, & k \in \mathcal{N}_j, j \in \mathcal{N}_i, i \in \mathcal{V}_q \\ -e_{ceij}^T \left[\begin{pmatrix} \frac{1}{2} k_{ij} + k_{eij} \\ -k_{eij} \tilde{I}^T \end{pmatrix} I_3 - k_{eij} \tilde{I} \right] e_{ceij} \\ \quad \left. - \frac{1}{2} k_{jk} \|e_{cjk} - e_{eij}\|_2^2, & k \in \mathcal{N}_j, j \in \mathcal{N}_i, i \in \mathcal{V}_r \end{cases}$$

と定義すると， $\dot{U}$ は

$$\dot{U} = \sum_{i=2}^n q_i \psi_i$$

となる．ここで， ψ_i ， $i \in \mathcal{V}_p \cup \mathcal{V}_r$ は後方の剛体の (A1) 式第 2 項を含んでいることに注意する．

個々の ψ_i について考える．それぞれの e_{ceij} に関する対象行列のシュア補元を計算することにより，剛体 $i \in \mathcal{V}_p$ に関しては任意の正のゲインに関して $\psi_i \leq 0$ かつ $\psi_i = 0 \Leftrightarrow e_{cei1} = 0$ を得る．また，剛体 $i \in \mathcal{V}_q \cup \mathcal{V}_r$ に関してはゲイン条件 (10) が成り立つとき $\psi_i \leq 0$ かつ $\psi_i = 0 \Leftrightarrow e_{ceij} = 0$ ， $e_{cjk} = 0$ が成立する．これは， $\dot{U} \leq 0$ かつ $\dot{U} = 0 \Leftrightarrow e_{ceij} = 0$ ， $j \in \mathcal{N}_i \forall i \in \mathcal{V}$ であることを示している．したがって，Lyapunov の漸近安定性の議論により集合偏差システム Σ_{col} の平衡点 $x_e = 0$ は漸近安定であることが示される．

付録 2. 定理 2 の証明

まず，1 台のリーダー (剛体 1) と 1 台のフォロワ (剛体 2) が存在する状況を考える．偏差システム (9) に制御則 (7) を適用することにより，つぎのシステムを得る．

$$\begin{bmatrix} \bar{\omega}_{21}^b \\ V_{e21}^b \end{bmatrix} = \Phi_{21} \begin{bmatrix} k_{21} e_{c21} \\ e_{21} - \begin{bmatrix} 0 \\ e_{c21} \end{bmatrix} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \omega_{w1}^b \end{bmatrix} \quad (A2)$$

このシステムの入力をリーダーの角速度 ω_{w1}^b ，状態を e_{ce21} とする．このとき，システム (A2) に対してつぎの補題が成り立つ．

【補題 2】 剛体 1 が回転運動をする ($\omega_{w1}^b \neq 0$) 状況を考える．初期時刻で $|\bar{\theta}_{21}| < \pi/2$ ， $|\theta_{e21}| < \pi/2$ が成立し，(12) 式を満たすとき，以下の不等式を満たす class- $\mathcal{KL}$ 関数 $\beta_2(\cdot, \cdot)$ および class- $\mathcal{K}$ 関数 $\alpha_2(\cdot)$ が存在する．

$$\|e_{ce21}(t)\|_2 \leq \beta_2(\|e_{ce21}(0)\|_2, t) + \alpha_2(\|\omega_{w1}^b\|_{\infty}) \quad (A3)$$

(証明) エネルギー関数として $U_2 \geq 0$ を以下に定義する．

$$U_2 := \phi(e^{\hat{\xi}\bar{\theta}_{21}}) + \frac{1}{2} \|p_{e21}\|_2^2 + \phi(e^{\hat{\xi}\theta_{e21}})$$

U_2 をシステム (A2) の解軌道に沿って微分すると，

$$\dot{U}_2 = -e_{ce21}^T Q_{21} e_{ce21} + e_{e21}^T \omega_{w1}^b$$

となる．ここで， $e_{e21}^T \omega_{w1}^b$ は任意の正のスカラー γ_2 を用いて平方完成を行うと，

$$e_{e21}^T \omega_{w1}^b = -\frac{\gamma_2}{2} \left\| \omega_{w1}^b - \frac{1}{\gamma_2} e_{e21} \right\|_2^2 + \frac{\gamma_2}{2} \|\omega_{w1}^b\|_2^2 + \frac{1}{2\gamma_2} \|e_{e21}\|_2^2$$

と表される．上式の右辺第一項は非正であるので，

$$\dot{U}_2 \leq -e_{ce21}^T Q_{21} e_{ce21} + \frac{\gamma_2}{2} \|\omega_{w1}^b\|_2^2 + \frac{1}{2\gamma_2} \|e_{e21}\|_2^2$$

を得る．また，上式の右辺第三項は (7,7)，(8,8)，(9,9) 要素が $1/(2\gamma_2)$ であり，それ以外は 0 である対角行列

$W_2 \in \mathcal{R}^{9 \times 9}$ を用いると $e_{ce21}^T W_2 e_{ce21}$ と表せる．したがって、これを適用することにより、任意の正のスカラー ϵ に対して

$$\begin{aligned} \dot{U}_2 &\leq -e_{ce21}^T Q_{21} e_{ce21} + \frac{\gamma_2}{2} \|\omega_{w1}^b\|_2^2 + e_{ce21}^T W_2 e_{ce21} \\ &\quad + \epsilon \|e_{ce21}\|_2^2 - \epsilon \|e_{ce21}\|_2^2 \\ &= -e_{ce21}^T P_2 e_{ce21} + \frac{\gamma_2}{2} \|\omega_{w1}^b\|_2^2 - \epsilon \|e_{ce21}\|_2^2 \end{aligned}$$

が成り立つ．ここで、

$$P_2 := Q_{21} - W_2 - \epsilon I_9 \in \mathcal{R}^{9 \times 9}$$

である． P_2 はそのシュア補元を計算することにより (12) 式が成り立つときに $P_2 > 0$ となる ($\epsilon' = 1/(2\gamma_2) + \epsilon$ とする)．このとき、

$$\dot{U}_2 \leq \frac{\gamma_2}{2} \|\omega_{w1}^b\|_2^2 - \epsilon \|e_{ce21}\|_2^2$$

が導かれる．さらに両辺を時刻 $t = 0$ から T まで積分すると

$$U_2(T) - U_2(0) \leq \frac{\gamma_2}{2} \int_0^T \|\omega_{w1}^b(t)\|_2^2 dt - \epsilon \int_0^T \|e_{ce21}(t)\|_2^2 dt$$

となる．したがって、

$$\int_0^T \|e_{ce21}(t)\|_2^2 dt \leq \frac{1}{\epsilon} U_2(0) + \frac{\gamma_2}{2\epsilon} \int_0^T \|\omega_{w1}^b(t)\|_2^2 dt$$

を得る．ここで、 $|\bar{\theta}_{21}| < \pi/2$, $|\theta_{e21}| < \pi/2$ のときに $1 + \cos \bar{\theta}_{21} > 1$, $1 + \cos \theta_{e21} > 1$ が成り立つことを用いると、

$$\begin{aligned} U_2 &= 1 - \cos \bar{\theta}_{21} + \frac{1}{2} \|p_{e21}\|_2^2 + 1 - \cos \theta_{e21} \\ &\leq \sin^2 \bar{\theta}_{21} + \|p_{e21}\|_2^2 + \sin^2 \theta_{e21} \\ &= \|\bar{\xi}_{21} \sin \bar{\theta}_{21}\|_2^2 + \|p_{e21}\|_2^2 + \|\xi_{e21} \sin \theta_{e21}\|_2^2 \\ &= \|\text{sk}(e^{\hat{\xi} \bar{\theta}_{21}})^\vee\|_2^2 + \|p_{e21}\|_2^2 + \|\text{sk}(e^{\hat{\xi} \theta_{e21}})^\vee\|_2^2 \\ &= \|e_{ce21}\|_2^2 \end{aligned}$$

が導出される．したがって、

$$\int_0^T \|e_{ce21}(t)\|_2^2 dt \leq \frac{1}{\epsilon} \|e_{ce21}(0)\|_2^2 + \int_0^T \frac{\gamma_2}{2\epsilon} \|\omega_{w1}^b(t)\|_2^2 dt$$

を得る．このとき、[15, pp. 95, Theorem 1] よりシステム (A2) は入力状態安定であることが導かれ、その定義から (A3) 式を得る．

つぎに、補題 2 を鎖型可視構造をもつ複数の剛体の場合に拡張する (Fig. 6)．システム (11) に制御則 (7) を適用した鎖型偏差システム Σ_{colc} を考え、その入力を先頭のボディ角速度 ω_{w1}^b 、状態を 2 台目から m 台目の偏差 $e_{cei(i-1)}$ を並べた $x_{em} \in \mathcal{R}^{9(m-1)}$ とする．

このとき、 Σ_{colc} に対してつぎの補題が成り立つ．

【補題 3】 ビジュアルロボティックスネットワーク Σ が鎖型可視構造をもち、リーダが回転運動をする ($\omega_{w1}^b \neq 0$) 状況を考える．初期時刻で $|\bar{\theta}_{i(i-1)}| < \pi/2$, $|\theta_{ei(i-1)}| < \pi/2$, $i \in \{2, \dots, m\}$ が成立し、(12) 式を満たすとき、以下

Fig. A1 Cascade interconnection of error systems

の不等式を満たす class- $\mathcal{KL}$ 関数 $\beta_m(\cdot, \cdot)$ および class- $\mathcal{K}$ 関数 $\alpha_m(\cdot)$ が存在する．

$$\|x_{em}(t)\|_2 \leq \beta_m(\|x_{em}(0)\|_2, t) + \alpha_m(\|\omega_{w1}^b\|_{\mathcal{L}_\infty}) \quad (\text{A4})$$

(証明) 補題 2 より、剛体 i の偏差システムは剛体 $i-1$ の角速度 $\omega_{w(i-1)}^b$ を入力、 $e_{cei(i-1)}$ を状態としたとき入力状態安定である．また、剛体 $i+1$ の偏差システムの入力は剛体 i の角速度 $\omega_{wi}^b = k_{i(i-1)} e_{cei(i-1)}$ であり、これは剛体 i の偏差システムの状態 $e_{cei(i-1)}$ の一部である (Fig. A1)．このとき、二つの入力状態安定であるシステムを直列結合したシステムもまた入力状態安定であるので、剛体 i の偏差システムと剛体 $i+1$ の偏差システムを直列結合したシステムは入力状態安定となる．さらに、剛体 $i+2$ の偏差システムの入力は剛体 $i+1$ の角速度 $\omega_{w(i+1)}^b$ であるので、同様にこれを結合したシステムもまた入力状態安定である．同様の操作を剛体 2 から剛体 m の偏差システムまで行くと、鎖型集合偏差システム Σ_{colc} は入力状態安定であることが導かれる．したがって、入力状態安定性の定義より (A4) 式を得る．

つぎに、補題 3 の結果を用いて定理 2 の証明を与える．

(証明) リーダから各末端の剛体 $i \in \mathcal{V}_q$ までの鎖型偏差システムを Σ_{colci} , $i \in \mathcal{V}_q$ とおくと、補題 3 より、 Σ_{colci} は入力状態安定である．したがって、 Σ_{colci} の状態をすべての剛体の偏差 e_{ceij} , $j \in \mathcal{N}_i$ を並べた x_{ei} , $i \in \mathcal{V}_q$ とおくと、以下の不等式を満たす class- $\mathcal{KL}$ 関数 $\beta_i(\cdot, \cdot)$ および class- $\mathcal{K}$ 関数 $\alpha_i(\cdot)$ が存在する．

$$\|x_{ei}(t)\|_2 \leq \beta_i(\|x_{ei}(0)\|_2, t) + \alpha_i(\|\omega_{w1}^b\|_{\mathcal{L}_\infty}), i \in \mathcal{V}_q \quad (\text{A5})$$

ここで、 $\|\cdot\|_2$, $\beta_i(\cdot, \cdot)$ について

$$\begin{aligned} \left\| \begin{matrix} x_{ei} \\ x_{ej} \end{matrix} \right\|_2 &\leq \|x_{ei}\|_2 + \|x_{ej}\|_2, \\ \beta_i(\|x_{ei}\|_2, \cdot) + \beta_j(\|x_{ej}\|_2, \cdot) &\leq \beta_i \left(\left\| \begin{matrix} x_{ei} \\ x_{ej} \end{matrix} \right\|_2, \cdot \right) \\ &\quad + \beta_j \left(\left\| \begin{matrix} x_{ei} \\ x_{ej} \end{matrix} \right\|_2, \cdot \right) \end{aligned}$$

が成り立つことに着目すると、(A5) 式をすべての $i \in \mathcal{V}_q$ について和をとることで

$$\|x_e(t)\|_2 \leq \sum_{i \in \mathcal{V}_q} \beta_i(\|x_e(0)\|_2, t) + \sum_{i \in \mathcal{V}_q} \alpha_i(\|\omega_{w1}^b\|_{\mathcal{L}_\infty})$$

を得る．したがって、

Fig. A2 $\mathcal{L}_2$ -gain of each Σ_{colci}

$$\beta := \sum_{i \in \mathcal{V}_q} \beta_i, \alpha := \sum_{i \in \mathcal{V}_q} \alpha_i$$

ととと (13) 式が導出される。

付録 3. 定理 3 の証明

(証明) リーダから各末端の剛体 $i \in \mathcal{V}_q$ までの鎖型集合偏差システム Σ_{colci} , $i \in \mathcal{V}_q$ を考え, その入力を先頭のボディ角速度 ω_{w1}^b , 出力をすべての剛体の偏差 $e_{cei(i-1)}$ を並べた x_{ei} , $i \in \mathcal{V}_q$ とする。

エネルギー関数として $U_i \geq 0$, $i \in \mathcal{V}_q$ を以下に定義する。

$$U_i := \sum_{i=2}^{n_i} \left(\phi(e^{\hat{\xi}\theta_{i(i-1)}}) + \frac{1}{2} \|p_{ei(i-1)}\|_2^2 + \phi(e^{\hat{\xi}\theta_{ei(i-1)}}) \right)$$

U_i をシステム (11) の解軌道に沿って微分すると, 補題 2 と同様の手順により任意の正のスカラー γ_i , ϵ_i , $i \in \mathcal{V}_q$ を用いて

$$\dot{U}_i \leq -x_{ei}^T P_i x_{ei} + \frac{\gamma_i}{2} \|\omega_{w1}^b\|_2^2 - \epsilon_i \|x_{ei}\|_2^2$$

が導かれる。さらに, $P_i > 0$ を満たすとき, 上式の両辺を時刻 $t=0$ から T まで積分することで,

$$U_i(T) - U_i(0) \leq \frac{\gamma_i}{2} \int_0^T \|\omega_{w1}^b(t)\|_2^2 dt - \epsilon_i \int_0^T \|x_{ei}(t)\|_2^2 dt$$

を得る。同様の操作を各 Σ_{colci} , $i \in \mathcal{V}_q$ について行い, それぞれ上式の和をとると, つぎの不等式が導かれる (Fig. A2)。

$$-\sum_{i \in \mathcal{V}_q} U_i(0) \leq \sum_{i \in \mathcal{V}_q} \left(\frac{\gamma_i}{2} \int_0^T \|\omega_{w1}^b(t)\|_2^2 dt - \epsilon_i \int_0^T \|x_{ei}(t)\|_2^2 dt \right)$$

ここでは, 任意のベクトル $a \in \mathcal{R}^n$, $b \in \mathcal{R}^m$ について

$$\|a\|_2^2 + \|b\|_2^2 = \left\| \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} \right\|_2^2$$

が成り立つことを用いている。これより, つぎの不等式を得る。

$$\|x_e\|_{\mathcal{L}_2} \leq \sqrt{\sum_{i \in \mathcal{V}_q} \frac{\gamma_i}{2\epsilon_i}} \|\omega_{w1}^b\|_{\mathcal{L}_2} + \sqrt{\sum_{i \in \mathcal{V}_q} \frac{U_i(0)}{\epsilon_i}}$$

したがって,

$$\gamma := \sqrt{\sum_{i \in \mathcal{V}_q} \frac{\gamma_i}{2\epsilon_i}}, \delta := \sqrt{\sum_{i \in \mathcal{V}_q} \frac{U_i(0)}{\epsilon_i}}$$

ととと (14) 式が導出される。

著者略歴

伊 吹 竜 也 (学生会員)

2008 年東京工業大学工学部制御システム工学科卒業, 2010 年同大学大学院理工学研究科博士前期課程修了。同年同大学大学院理工学研究科博士後期課程入学。ビジュアルフィードバックによる協調制御の研究に従事。計測自動制御学会の会員。

畑 中 健 志 (正会員)

2004 年京都大学大学院情報学研究科博士前期課程修了。2006 年日本学術振興会特別研究員 DC。2007 年京都大学大学院情報学研究科博士後期課程修了。同年東京工業大学助教。センサネットワーク, 協調制御, 予測制御の研究に従事。博士 (情報学)。2009 年計測自動制御学会論文賞受賞。IEEE CSS などの会員。

藤 田 政 之 (正会員)

1984 年早稲田大学大学院博士前期課程修了, 1985 年同博士後期課程中退。同年金沢大学助手, 同講師, 助教授を経て, 1992 年北陸先端科学技術大学院大学助教授, 1999 年金沢大学教授, 2005 年東京工業大学教授。1994~1995 年ミュンヘン工科大学客員研究員。ロバスト制御とその応用, ビジュアルフィードバックによる協調制御の研究に従事。工学博士。2011 年 IEEE CSS Vice President, 2008~2011 年 IEEE CSS Board of Governor, 2005~2006 年 SICE 理事, 2010 年 IEEE MSC General Chair, IEEE TAC, IEEE TCST, Automatica, Asian J. Control の Associate Editor, SICE JCMSI の Editor。2008 年 IEEE TCST Outstanding Paper Award, 2000 年 ISCIE 論文賞, 2009, 1997 年 SICE 論文賞, 2010 年 SICE 教育貢献賞受賞。IEEE CSS などの会員。