ハイブリッドな冗長性にもとづく耐故障制御*

高木 太郎[†]・高橋 将徳[‡]

Fault-Tolerant Control Based on Hybrid Redundancy*

Taro TAKAGI[†] and Masanori TAKAHASHI[‡]

This paper presents a new fault-tolerant control system (FTCS) against actuator failures. The proposed FTCS is based on a hybrid of static and dynamic redundancies. The redundancy-mode is selected appropriately by only a switching logic which is designed from the control performance. Hence, no fault detector is utilized. For all switched modes, a unity high-gain feedback controller with a parallel feedforward compensator is introduced to attain the stabilization and the asymptotic tracking. Because the controller has high robustness with respect to uncertainties, the FTCS can cope with variations in dynamics that is caused by the failure. In this paper, several simulation results for the connected vehicles are shown to confirm the effectiveness of the FTCS.

1. はじめに

耐故障制御のための冗長なアクチュエータの利用法には、静的なもの（static redundancy）と動的冗長（dynamic redundancy）である[1]。前者は、二つ以上のアクチュエータを常に有効化しておく方法であり、どのアクチュエータが故障しても制御ループの切断がないため、制御系の安定性を保持することができる。原理上、故障検知器が不要となるため、構成は比較的簡単であるが、制御性能が故障の規模に依存して保守的なものになりやすい。一方、後者は、故障したアクチュエータを予備のものに自動的に交換する方法である。故障の影響を制御ループから完全に取り去ることができるので、本質的な意味で制御系をもとの状態に修復することができる。ただ、制御系構成において何らかの故障検知器が必要となる[1,2]。

実際の制御系構成においては、耐故障性以外の理由から、静的冗長が選択されることがしばしばある。たとえ

ば、列車などの連結車両では、各アクチュエータ（電動機）の負担を軽減する目的で、すべてのアクチュエータを有効化する駆動方式が採用されている。しかしながら、この方式では、前述のとおり、静的冗長では対処が難しい大規模な故障の発生が危惧される。このような場合、故障したアクチュエータに対して、それらへの電力供給を止めて、無効化（出力を0に）することができれば、動的冗長を実現することができて、より効果的に故障に対処できると期待される。

そこで、本論文では、アクチュエータの故障に応じて静的冗長から動的冗長に自動的に切り替える機能を備えた、ハイブリッドな冗長性を有する耐故障制御系構成法を提案する。アクチュエータの有効化/無効化の切り替えは、正常時の制御性能にもとづいて実行される。そのため、本制御手法は故障検知器が不要であり、その意味で、従来の動的冗長の問題を改善した耐故障制御法となっている。また、本制御手法では、追従制御器として、ハイゲインフィードバック制御器[3,4]を採用する。よく知られているように、制御対象が最小位相系でかつその相対次数が1であれば、十分に大きなフィードバックゲインにより制御系を安定化することができる。また、最近では、制御対象が上記条件を満足しない場合の補償器設計法も確立されつつある[4–6]。このようなことから、ハイゲインフィードバック制御器は、広範なクラスの制御対象に適用でき、故障やアクチュエータの切り替えによ

* 原稿受付 2010年12月21日

[†] 熊本大学 大学院 自然科学研究科 Graduate School of Science and Technology, Kumamoto University; 2-39-1 Kurokami, Kumamoto 860-8555, JAPAN

[‡] 東海大学 機械システム工学科 Department of Mechanical Systems Engineering, Tokai University; 9-1-1 Toroku, Kumamoto 862-8652, JAPAN

Key Words: fault-tolerance, actuator failures, switching control, hybrid redundancy, high-gain feedback.

る動特性の変化や非線形性にも十分に対応できると考えられる。

さらに、本論文では、本制御手法の一応用例として、列車などの簡易モデルとして利用される連結車両へ応用し、その有効性を数値シミュレーションにより検証する。

2. 問題設定

2.1 アクチュエータ故障の数学モデル

二つのアクチュエータを有する線形時不変系 Σ_P を考える。

$$\begin{aligned}\Sigma_P: \dot{x}(t) &= Ax(t) + b_1 u_1(t) + b_2 u_2(t) \\ y(t) &= c^T x(t)\end{aligned}\quad (1)$$

ここに、 $x(t) \in \mathbb{R}^n$ は状態量、 $y(t) \in \mathbb{R}$ は出力である。また、 $u_1(t) \in \mathbb{R}$ および $u_2(t) \in \mathbb{R}$ はそれぞれアクチュエータ #1 および #2 の出力であり、故障がなければ次式となる。

$$u_i(t) = s_i(t) u_c(t), \quad i = 1, 2 \quad (2)$$

ここで、 $u_c: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ は制御器によって生成される制御入力であり、 $s_i: \mathbb{R}^+ \rightarrow \{0, 1\}$ は設計者によって任意に与えられる切り替え関数である。上式から明らかなように、各アクチュエータ # i は、 $s_i(t) = 1$ のときに有効化され、 $s_i(t) = 0$ のときに無効化される。(2) 式のようにモデル化できるアクチュエータには、たとえば、電動機などがあり、切り替え関数 $s_i(t)$ は電力供給の有無を表すものとして考えることができる。つまり、本論文で考察するアクチュエータは、故障の有無に関わらず、エネルギー（電力）の供給がないときにその出力を 0 にできるようなものに限定している。また、このようなアクチュエータの無効化が可能な前提条件として、駆動回路とは別にエネルギーの供給を制御できる回路が必要であることを付記しておく。

さて、本論文では、アクチュエータの故障時の振舞いが次式で表されるような故障問題について考察する。

$$u_f(t) = s_f(t) \varphi(t), \quad t \geq t_F \quad (3)$$

ここに、 $f \in \{1, 2\}$ は故障したアクチュエータに対応するインデックスであり、 $t_F > 0$ は故障時刻である。さらに、 $\varphi: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ は連続かつ有界な関数である。なお、これらはすべて未知とする。また、二つのアクチュエータのうち一つは常に正常であるとする。このとき、制御対象 Σ_P に三つのモード（状態）が考えられる。

$$\begin{aligned}\mathcal{F}_0 &\triangleq \{ t < t_F \mid \dot{x}(t) = Ax(t) + b(t)u_c(t) + d(t), \\ &\quad b(t) = b_1 s_1(t) + b_2 s_2(t), d(t) = 0 \},\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathcal{F}_1 &\triangleq \{ t \geq t_F \mid \dot{x}(t) = Ax(t) + b(t)u_c(t) + d(t), \\ &\quad b(t) = b_2 s_2(t), d(t) = b_1 s_1(t) \varphi(t) \},\end{aligned}\quad (4)$$

$$\begin{aligned}\mathcal{F}_2 &\triangleq \{ t \geq t_F \mid \dot{x}(t) = Ax(t) + b(t)u_c(t) + d(t), \\ &\quad b(t) = b_1 s_1(t), d(t) = b_2 s_2(t) \varphi(t) \}\end{aligned}$$

$\mathcal{F}_0$ は故障がない（正常な）モード、 $\mathcal{F}_1$ および $\mathcal{F}_2$ はそれぞれアクチュエータ #1 および #2 が故障したモードである。(3) 式からもわかるように、ここでは、アクチュエータ本体や駆動回路の故障に限定して、間接的、あるいは二次的な故障や欠陥については議論の対象としていないことに留意する。

2.2 ハイブリッドな冗長性

アクチュエータの三つの使用（冗長）モードを定義する。

$$\begin{aligned}\mathcal{R}_0 &\triangleq \{ t \mid s_1(t) = 1, s_2(t) = 1 \}, \\ \mathcal{R}_1 &\triangleq \{ t \mid s_1(t) = 0, s_2(t) = 1 \}, \\ \mathcal{R}_2 &\triangleq \{ t \mid s_1(t) = 1, s_2(t) = 0 \}\end{aligned}\quad (5)$$

このとき、静的冗長は $\mathcal{R}_0$ で表され、動的冗長は $\mathcal{R}_1$ と $\mathcal{R}_2$ のモードの切り替えによって表される。1. で述べたように、考察する耐故障制御系は静的冗長を基としているから、

$$\mathcal{R}_0 \rightarrow \mathcal{R}_1 \rightarrow \mathcal{R}_2$$

とモードが移行するものとする。なお、使用モードの切り替えは後述する切り替え論理によってなされる。

さて、モード $\mathcal{F}_i$ ($i = 0, 1, 2$) と $\mathcal{R}_j$ ($j = 0, 1, 2$) との組合せから、9通りの制御モード $\mathcal{F}_i \cap \mathcal{R}_j$ が生じる。(4) 式より、 $i = j$ となる制御モードでは、故障の影響が除去され、 $d(t) = 0$ となる。逆に、 $i \neq j$ となる制御モードでは故障の影響が残留する。そこで、 $\mathcal{F}_i \cap \mathcal{R}_i$ を耐故障制御モード、 $\mathcal{F}_i \cap \mathcal{R}_j$ ($i \neq j$) を非耐故障制御モードとよぶことにする。よって、ここでの耐故障制御系設計問題は、すべての耐故障制御モードにおいて所望の制御目的を達成させる制御器と、適切な耐故障制御モードへの移行を実現する切り替え論理を設計することである。

3. 耐故障制御系設計

前述したように、本論文で提案する耐故障制御系は、制御器と切り替え論理から構成される。以下では、それぞれの具体的な設計法を示す。

3.1 ハイゲインフィードバック制御

耐故障制御モードにおいて制御目的を達成する制御器として、以下に示すハイゲインフィードバック制御器を採用する。

誤差信号 $e(t) \in \mathbb{R}$ を次式で定義する。

$$e(t) \triangleq r - y(t) \quad (6)$$

ここに、 $r \in \mathbb{R}$ は目標値である。このとき、制御目的は、目標値への漸近追従を達成することである。

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0 \quad (7)$$

そこで、制御入力 $u_c(t)$ を以下のように与える．

$$u_c(t) = p e_a(t) \quad (8)$$

$$e_a(t) \triangleq e(t) - v(t) = r - \underbrace{(y(t) + v(t))}_{y_a(t)} \quad (9)$$

ここに、 $p \in \mathbb{R}^+$ はフィードバックゲインであり、 $v(t) \in \mathbb{R}$ はつぎに示す並列補償器 Σ_C [4] の出力である．

$$\begin{aligned} \Sigma_C: \dot{z}(t) &= \mathbf{F}z(t) + \mathbf{g}u_c(t) \\ v(t) &= \mathbf{h}^T z(t) \end{aligned} \quad (10)$$

$z(t) \in \mathbb{R}^{n_f}$ は状態量である．

ここで、各制御モードにおける性能を解析するために、制御対象 Σ_P と並列補償器 Σ_C とからなる拡大系 Σ_A を考える．

いま、拡大系 Σ_A の状態量を次式で定義する．

$$\mathbf{x}_a(t) \triangleq [\mathbf{x}(t), \mathbf{z}(t)]^T \quad (11)$$

このとき、状態および出力方程式は次式となる．

$$\begin{aligned} \Sigma_A: \dot{\mathbf{x}}_a(t) &= \mathbf{A}_a \mathbf{x}_a(t) + \mathbf{b}_a(t) u_c(t) + \mathbf{d}_a(t) \\ y_a(t) &= \mathbf{c}_a^T \mathbf{x}_a(t) \end{aligned} \quad (12)$$

$$\mathbf{A}_a = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{F} \end{bmatrix}, \mathbf{b}_a(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{b}(t) \\ \mathbf{g} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{c}_a = \begin{bmatrix} \mathbf{c} \\ \mathbf{h} \end{bmatrix}, \mathbf{d}_a(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{d}(t) \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}$$

一般性を失うことなく、 $(\mathbf{c}_a, \mathbf{A}_a)$ は可観測対であるとする [4,5]．各耐故障制御モード $\mathcal{F}_i \cap \mathcal{R}_i$ ($i=0,1,2$) においては、

$$\Sigma_{Ai}: \dot{\mathbf{x}}_a(t) = \mathbf{A}_a \mathbf{x}_a(t) + \mathbf{b}_{ai} u_c(t) \quad (13)$$

$$\mathbf{b}_{a0} = \begin{bmatrix} \mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_2 \\ \mathbf{g} \end{bmatrix}, \mathbf{b}_{a1} = \begin{bmatrix} \mathbf{b}_2 \\ \mathbf{g} \end{bmatrix}, \mathbf{b}_{a2} = \begin{bmatrix} \mathbf{b}_1 \\ \mathbf{g} \end{bmatrix}$$

と表される．なお、出力方程式はモードで変化しないので記述を省略する．

ここで、制御対象 Σ_P と拡大系 Σ_{Ai} に対して、以下の仮定が成立するものとする．

(仮定 1) 行列 $\mathbf{A}$ の固有値の一つは原点にある．

(仮定 2) すべての耐故障制御モード $\mathcal{F}_i \cap \mathcal{R}_i$, ($i=0,1,2$) において、拡大系 Σ_{Ai} は、最小位相系でかつその相対次数は 1 である．

仮定 1 は、いわゆる、サーボ条件であり、制御対象 Σ_P が積分器 $1/s$ をもつことを意味している．この仮定が成立しない場合は、ハイゲインフィードバック制御器と二つのアクチュエータとの間に一個の積分器を導入すればよい．すなわち、 $u_c(t)$ を積分した信号を各アクチュエー

タに印加する．このとき、各アクチュエータのそれぞれに積分器を前置する（二個の積分器を導入する）が必要がないことに注意する．

仮定 2 を成立させるためには、並列補償器 Σ_C を適切に設計しなければならない．文献 [4] によれば、相対次数が 0 の安定化器の逆系を並列補償器として利用することで、拡大系が最小位相系となり、その相対次数が 0 になることが示されている．また、文献 [7] では、制御対象が最小位相系で、相対次数の上界値 $\gamma \geq 2$ が既知であるとき、安定化器の一つがつぎのように与えられることが示されている．

$$K(s, \gamma) = \frac{g^{2\gamma} (s+1)^\gamma}{\prod_{i=1}^{\gamma} (s+g^{2^i})}$$

ここに、 $g \in \mathbb{R}^+$ は十分に大きな正定数である．以上のことから、仮定 2 を成立させる並列補償器 Σ_C の一つはつぎのように与えられる．

$$\Sigma_C: C(s) = \mathbf{h}^T (s\mathbf{I} - \mathbf{F})^{-1} \mathbf{g} = \frac{1}{(s+\alpha)K(s, \gamma+1)}$$

ここに、 $\alpha \in \mathbb{R}^+$ は任意の正定数である．つまり、制御対象 Σ_P が最小位相系であれば、与えられた α に対して、 g を十分に大きく与えることで、故障や使用モードの切り替えによる特性変化に関係なく、仮定 2 を満足させることができる．なお、後述する連結車両の応用例では、簡単な一次系を並列補償器 Σ_C として利用している．上記の方法以外にも、数多くの並列補償器設計法が提案されている [5,6]．また、制御対象 Σ_P が最小位相でかつ相対次数が 1 である場合は、上述の並列補償器 Σ_C は不要であることを付記しておく．

前述の仮定のもとで以下の結果を得る．

【補題 1】 (6), (8), (9) 式および (10) 式で構成される制御系について、ある正定数 $p_0 \in \mathbb{R}^+$ が存在して、フィードバックゲインを $p > p_0$ と与えるとき、すべての耐故障制御モード $\mathcal{F}_i \cap \mathcal{R}_i$ ($i=0,1,2$) において制御系は安定であり、かつ、二つの誤差信号 $e(t)$ および $e_a(t)$ は指数収束する．すなわち、任意の正定数 $\tau \in \mathcal{F}_i \cap \mathcal{R}_i$ に対して、次式を満たす正定数 $\sigma \in \mathbb{R}^+$ と、 τ によって決まる正定数 $\vartheta \in \mathbb{R}^+$ が存在する．

$$\max\{|e(t)|, |e_a(t)|\} \leq \vartheta e^{-\sigma(t-\tau)} \quad (14)$$

(証明) $\mathbf{x}_a(t)$ が漸近すべき理想的な状態量として、つぎのベクトルを考える．

$$\mathbf{x}_a^* = [\mathbf{x}^*, \mathbf{0}]^T \quad (15)$$

ここに、 $\mathbf{x}^* \in \mathbb{R}^n$ は次式を満たすベクトルである．

$$\begin{cases} \mathbf{A}\mathbf{x}^* = \mathbf{0} \\ \mathbf{c}^T \mathbf{x}^* = r \end{cases} \quad (16)$$

仮定1より, 上記の条件式を満たす x^* は必ず存在する.
ここで, 誤差ベクトルを次式で定義する.

$$e_x(t) \triangleq x_a(t) - x_a^* \quad (17)$$

(13) 式および (16) 式より, 各耐故障制御モード $\mathcal{F}_i \cap \mathcal{R}_i$ において, $e_x(t)$ の時間微分はつぎのように表される.

$$\dot{e}_x(t) = A_{wi} e_x(t) \quad (18)$$

$$A_{wi} = A_a - p b_{ai} c_a^T$$

このとき, 仮定2より, ある正定数 p_0 が存在して, $p > p_0$ なる p とすべての i に対して, A_{wi} は安定行列となる [4].
したがって, すべての耐故障制御モードにおいて, 制御系は安定となる.

(18) 式より, 誤差ベクトルはつぎのように評価できる.

$$\|e_x(t)\| \leq \|e^{A_{wi}(t-\tau)}\| \|e_x(\tau)\| \quad (19)$$

すべての i に対して A_{wi} は安定行列であるから, i によらない二つの正定数 $\sigma, \lambda \in \mathbb{R}^+$ が存在して, $\|e^{A_{wi}(t-\tau)}\| \leq \lambda e^{-\sigma(t-\tau)}$ と評価できる. また, 二つの誤差信号 $e_a(t)$ と $e(t)$ は, $|e_a(t)| \leq |c_a^T e_x(t)| \leq \|c_a\| \|e_x(t)\|$, $|e(t)| \leq |e_a(t)| + |v(t)|$ と評価できる. さらに, (10), (11) 式および (15) 式より, $|v(t)| = \|[0^T, h^T] e_x(t)\| \leq \|h\| \|e_x(t)\|$ と評価できるから, 明らかに, $|e(t)|$ と $|e_a(t)|$ の両者は, $(\|c_a\| + \|h\|) \|e_x(t)\|$ で上から評価できる, すなわち

$$\max\{|e(t)|, |e_a(t)|\} \leq (\|c_a\| + \|h\|) \|e_x(t)\| \quad (20)$$

ここで, (19) 式と前述の遷移行列 $e^{A_{wi}(t-\tau)}$ に関する評価を利用すれば次式を得る.

$$\begin{aligned} \max\{|e(t)|, |e_a(t)|\} &\leq \underbrace{\|e_x(\tau)\| (\|c_a\| + \|h\|)}_{\vartheta} \lambda e^{-\sigma(t-\tau)} \quad (21) \end{aligned}$$

よって, 補題が証明された.

【補題 2】 誤差ベクトル $e_x(t)$ は次式で評価できる¹.

$$\|e_x(t)\| < \rho (\|e_a\|_{\infty[0,t]} + 1), \quad t \geq 0 \quad (22)$$

ここに, $\rho \in \mathbb{R}^+$ はある正定数である.

(証明) 拡大系 Σ_A の可観測性と (12) 式より, $x_a(t)$ はつぎのように評価できる.

$$\|x_a(t)\| \leq \rho_0 (\|y_a\|_{\infty[0,t]} + \|u_c\|_{\infty[0,t]} + 1) \quad (23)$$

ここに, $\rho_0 \in \mathbb{R}^+$ はある正定数である. なお, 上式の導出では, $b_a(t)$ と $d_a(t)$ の有界性を利用している [8,9].

ところで, $y_a(t)$ と $u_c(t)$ は, $|y_a(t)| \leq |e_a(t)| + |r|$, $|u_c(t)| \leq p|e_a(t)|$ と評価できるから,

$$\begin{aligned} \|e_x(t)\| &\leq \|x_a(t)\| + \|x_a^*\| \\ &\leq \rho_0 \{(1+p)\|e_a\|_{\infty[0,t]} + |r| + 1\} + \|x_a^*\| \\ &< \underbrace{\{\rho_0(1+p+|r|) + \|x_a^*\|\}}_{\rho} (\|e_a\|_{\infty[0,t]} + 1) \quad (24) \end{aligned}$$

よって, 補題が証明された.

補題 2 は, すべての制御モード $\mathcal{F}_i \cap \mathcal{R}_j$ ($\forall i, j$) において, $e_x(t)$ が (24) 式で評価できることに留意する.

補題 1 および 2 により, 後述する切り替え論理で必要な以下の結果を得る.

【補題 3】 すべての耐故障制御モード $\mathcal{F}_i \cap \mathcal{R}_i$, ($i = 0, 1, 2$) において, 次式が成立する ($\forall \tau \in \mathcal{F}_i \cap \mathcal{R}_i$).

$$\begin{aligned} \max\{|e(t)|, |e_a(t)|\} &< \theta_0 e^{-\sigma(t-\tau)} (\|e_a\|_{\infty[0,\tau]} + 1) \quad (25) \end{aligned}$$

ここに, $\theta_0 = \vartheta \rho (\|c_a\| + \|h\|)$ である.

(証明) 補題 2 より, $\|e_x(\tau)\| \leq \rho (\|e_a\|_{\infty[0,\tau]} + 1)$ であるから, この結果を (21) 式に代入すれば, (25) 式を得る.

【補題 4】 誤差信号 $e_a(t)$ が有界ならば, 制御系内のすべての信号は有界である.

(証明) 補題 2 より明らかである.

3.2 切り替え論理

ここでは, 使用モードの切り替え論理を与える.

各使用モードの時間領域を以下のように分割する.

$$\mathcal{R}_0 = [t_0, t_1), \quad \mathcal{R}_1 = [t_1, t_2), \quad \mathcal{R}_2 = [t_2, \infty) \quad (26)$$

ここに, $t_0 = 0$ は制御開始時刻であり, $t_1 > 0$ と $t_2 > t_1$ はモード切り替え時刻である.

各切り替え時刻 t_l ($l = 1, 2$) は, 前述の補題 3 を利用して, 次式で与える.

$$\begin{aligned} t_l &\triangleq \min \left\{ t > t_{l-1} \mid \max\{|e(t)|, |e_a(t)|\} \right. \\ &\quad \left. \geq \theta e^{-\sigma(t-t_{l-1})} (\|e_a\|_{\infty[0,t_{l-1}]} + 1) \right\} \quad (27) \end{aligned}$$

ここに, $\theta > \theta_0$ である. $t_1 = \infty$ の場合, $t_2 = \infty$ となり, 切り替えは生じない. また, $t_1 < \infty$, $t_2 = \infty$ となる場合, 切り替えは時刻 t_1 で終了する.

(27) 式の切り替え論理に従えば, 二つの誤差信号 $e(t)$ と $e_a(t)$ の両方の指数収束性が保証されるまで切り替えが行われる. このように, 二つの誤差信号の大きさを同時に評価するのは, 補題 3 および 4 から明らかなように, 制御系の安定性を $e_a(t)$ で, 目標値への追従性能を $e(t)$ によって評価するためである. これは, 並列補償器 Σ_C を導入したことによる. なお, 並列補償器 Σ_C を用いない場合は, $e(t) = e_a(t)$ であるから, $e(t)$ のみの評価で切り替えを行えばよい.

以上の結果をまとめて, 本論文の主要定理を得る.

【定理 1】 (6), (8), (9) 式および (10) 式で構成される

¹ 評価式 (22) において, $\|\cdot\|_{\infty[0,t]} \triangleq \sup_{0 \leq s \leq t} \|\cdot(s)\|$ と定義している. 以降でもこの表記を用いる.

制御系に対して、(26) 式および (27) 式で与えられる切り替え論理を適用する．このとき、目標値への漸近追従 (7) が達成され、さらに制御系内の全信号は有界となる．
(証明) 証明に先立ち、つぎの関数を定義する．

$$E(t) \triangleq \max\{|e(t)|, |e_a(t)|\} \quad (28)$$

ここで、 $E(t) \in C^0$ であることに留意する．

さて、はじめに、故障のない場合、すなわち、 $t_F = \infty$ の場合について考える．

(26) 式より、制御モードは、 $\mathcal{F}_0 \cap \mathcal{R}_0$ から始まる．補題 3 より ($\tau = t_0$)、このモードにおいて次式が成立する．

$$E(t) < \theta_0 e^{-\sigma(t-t_0)} (\|e_a\|_{\infty[0,t_0]} + 1), \quad t \in [t_0, t_1] \quad (29)$$

ここで、背理法により、有限な切り替え時刻 t_1 が存在するとする．このとき、 $E(t)$ の C^0 連続性より、任意の微小な正定数 $\varepsilon > 0$ に対して、次式を満たす定数 $\eta_\varepsilon \in \mathbb{R}$ が存在する．

$$E(t_1) = E(t_1 - \varepsilon) + \eta_\varepsilon \quad (30)$$

当然のことながら、 η_ε は ε に依存して、 $\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \eta_\varepsilon = 0$ である．このことと $\theta > \theta_0$ より、十分に小さな ε に対して、つぎの不等式が成立する．

$$|\eta_\varepsilon| < (\theta - \theta_0 e^{\sigma\varepsilon}) e^{-\sigma(t_1-t_0)} (\|e_a\|_{\infty[0,t_0]} + 1) \quad (31)$$

そのような ε と η_ε に対して、(29) 式より、以下のことがいえる．

$$\begin{aligned} E(t_1) &= E(t_1 - \varepsilon) + \eta_\varepsilon \\ &< \theta_0 e^{-\sigma(t_1-\varepsilon-t_0)} (\|e_a\|_{\infty[0,t_0]} + 1) + |\eta_\varepsilon| \\ &< \theta e^{-\sigma(t_1-t_0)} (\|e_a\|_{\infty[0,t_0]} + 1) \end{aligned} \quad (32)$$

ところが、これは、有限な切り替え時刻 t_1 が存在しないことを意味しており、先の仮定に矛盾する．よって、故障がない場合には、 $t_1 = \infty$ となって、制御モード $\mathcal{F}_0 \cap \mathcal{R}_0$ で切り替えが終了する．また、切り替え論理 (27) より、

$$E(t) < \theta e^{-\sigma(t-t_0)} (\|e_a\|_{\infty[0,t_0]} + 1), \quad t \in [t_0, \infty) \quad (33)$$

が成立するので、これから直ちに $E(t)$ の原点への指数収束性と有界性が保証される．ゆえに、制御目的 (7) が達成され、さらに、補題 4 により、制御系内の全信号は有界となる．

つぎに、アクチュエータ #1 が故障した場合を考える．

故障後、制御モードは、 $\mathcal{F}_0 \cap \mathcal{R}_0$ から非耐故障制御モード $\mathcal{F}_1 \cap \mathcal{R}_0$ へと移行する．このモードでは、判定式 ((27) 内の不等式) の成否は定かではない．そこで、判定式が成立する場合とそうでない場合とに分けて解析する．判定式が成立する場合、有限な切り替え時刻 t_1 が存在して、制御系はつぎのモード $\mathcal{F}_1 \cap \mathcal{R}_1$ に移行する．このモードは耐故障制御モードであるから、補題 1~4 が成

立して、故障のない場合の議論と同様、 $t_2 = \infty$ となることが証明できる¹．よって制御目的が達成され、さらに、制御系内の全信号は有界となる．つぎに、判定式が成立しない場合について考える．この場合、有限な切り替え時刻 t_1 が存在しないので、 $t_1 = \infty$ となって、制御モード $\mathcal{F}_1 \cap \mathcal{R}_0$ で切り替えが終了する．このように、非耐故障制御モードであるにもかかわらず、判定式が成立せずに、切り替えが終了することがある．しかし、このような場合であっても、切り替え論理 (27) より、 $E(t)$ の原点への指数収束性と有界性が保証される．よって、制御目的 (7) の達成と、さらに、補題 4 より、制御系内の全信号の有界性が保証される．

最後に、アクチュエータ #2 が故障した場合を考える．

故障後に考えられる制御モードは、 $\mathcal{F}_2 \cap \mathcal{R}_0$, $\mathcal{F}_2 \cap \mathcal{R}_1$, $\mathcal{F}_2 \cap \mathcal{R}_2$ である．三つ目のモード $\mathcal{F}_2 \cap \mathcal{R}_2$ は、耐故障制御モードである．もしこのモードに移行すれば、これまでの議論と同様、そこで切り替えは終了して、制御目的 (7) が達成され、制御系内の全信号は有界となる．そうでなければ、残りのいずれかの非耐故障制御モードで切り替えが終了し、そこで、制御目的 (7) の達成と制御系内の全信号の有界性が保証される．

以上から、定理が証明された．

ハイゲインフィードバック制御系と切り替え論理からなる耐故障制御系のブロック線図は Fig. 1 のようになる．

3.3 従来法との比較

静的冗長にもとづいた耐故障制御法として、Bösković らは、アクチュエータが固着する故障に対して、故障による動特性の変化を、マルチプルモデルによる制御器の切り替えによって対処する方法を提案している [10]．また、Tao らは、同様の問題に対して、適応機構の導入による解決法を提案している [11]．いずれも故障による影響を制御器の調整によって軽減している．本論文による方法は、故障のあるアクチュエータを制御ループから取り除く (静的冗長から動的冗長へモードを切り替える) ことによって、その影響を除去している．制御器を変更する必要がないので、複数のモデルや制御器、あるいは適応調整器などが不要である．

動的冗長による能動的耐故障制御法の一つとして、自己修復制御が提案されている [2]．この方法は、故障による制御ループの切断を、一個の積分器と試験信号で構成される簡単な故障検知器で検出し、それにもとづき故障したアクチュエータの交換を行う方法である．制御対象の数学モデルに依存しない構造の簡単な故障検知器が構成できる点に特長があるが、早期発見のために振幅の大きな試験信号を印加しなければならない点など、問題も残されている [12]．また、複数のアクチュエータ (静的冗長) を併用する場合は制御ループの切断がないため、

¹(29) ~ (33) 式において、 t_1 を t_2 に、 t_0 を t_1 に置き換えて考えればよい．

Fig. 1 Block diagram of a fault-tolerant control system with hybrid redundancy

原理上、故障検知は不可能である。一方、本論文での方法は、追従性能にもとづいてアクチュエータの切り替えを行うので、故障検知器や試験信号が不要である。また、静的冗長モードにおいても、故障による制御性能の劣化を感知してアクチュエータの使用モードを変更することができる。

4. 連結車両への応用

Fig. 2 に示すように、質量 m_1, m_2 の二つの車両をばね定数 k のばねと減衰係数 c のダンパによって連結した連結車両について考察する。各車両は、アクチュエータを有しており、その駆動力 $u_i(t)$ ($i=1,2$) によって走行する。

連結車両の状態変数を次式で定義する。

$$x(t) \triangleq [x_1(t), \dot{x}_1(t), x_2(t), \dot{x}_2(t)]^T \quad (34)$$

ここに、 $x_1(t) \in \mathbb{R}$ と $x_2(t) \in \mathbb{R}$ は各車両の変位である。ここで、制御量を第1車両の変位 x_1 とすると、連結車両の数学モデルは(1)式のように表現できて、各パラメータは以下ようになる。

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{k}{m_1} & -\frac{c}{m_1} & \frac{k}{m_1} & \frac{c}{m_1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{k}{m_2} & \frac{c}{m_2} & -\frac{k}{m_2} & -\frac{c}{m_2} \end{bmatrix}, \quad b_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{m_1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad b_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{m_2} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad c = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

このとき、行列 A は仮定1を満たしていることに注意する。

上述の連結車両に対して、本論文で提案する耐故障制御系を構成する。そのために、連結車両の具体的なパラメータを以下のように与えておく。

Fig. 2 The two carts connected with a spring and a damper

$$m_1 = 2 \text{ [kg]}, m_2 = 1 \text{ [kg]}, k = 2 \text{ [N/m]}, c = 1 \text{ [N·s/m]}$$

そこで、仮定2を満たすために、並列補償器 Σ_C を設計する。ここでは、構成の簡単さから、つぎの一次系を用いることとする。

$$\Sigma_C : C(s) = \frac{\beta}{s + \alpha} \quad (35)$$

各耐故障制御モード $\mathcal{F}_i \cap \mathcal{R}_i$ における拡大系 Σ_{Ai} の伝達関数 $G_{ai}(s) = c_a^T (sI - A_a)^{-1} b_{ai}$ を計算し、それぞれの分子多項式が安定多項式となるような (α, β) の範囲をもとめる。

$$\begin{cases} \alpha^2 - \alpha\beta + 4\beta + 18\beta^2 + 2 > 0 \\ -2\alpha + 18\beta - 1 > 0 \\ -\alpha\beta + 4\beta + 9\beta^2 + 1 > 0 \end{cases} \quad (36)$$

なお、上式の導出にはラウスの方法を利用している。上の結果から、 $(\alpha, \beta) = (0.1, 1)$ とする。このとき、三つの拡大系 Σ_{Ai} に対して、フィードバックゲインが $p = 1000$ で閉ループ系は安定となる。このようなフィードバックゲインは、たとえば根軌跡法などで容易にもとめられる。

つぎに、切り替え論理のための設計パラメータ θ, σ を選定する。ここでは、これらのパラメータを事前実験(シミュレーション)から選定する方法を示す。Fig. 3には、初期値をすべて零としたときの結果を示している。なお、ここでは目標値を $r = 1$ と与えている。点線、破線、一点鎖線は、それぞれ、三つの耐故障制御モード $\mathcal{F}_0 \cap \mathcal{R}_0$, $\mathcal{F}_1 \cap \mathcal{R}_1$ および $\mathcal{F}_2 \cap \mathcal{R}_2$ での $E(t)$ ((28)式を参照)を表

している．(27) 式の θ と σ は， $t_0 = 0$ とした判定式 (27) 内の不等式) の右辺 $\theta e^{-\sigma t}(|e_a(0)| + 1) = 2\theta e^{-\sigma t}$ のグラフが上述の三つの線を上から包むように与えればよいことがわかる．図中の実線は， $\theta = 0.55$ ， $\sigma = 0.11$ と与えたときの関数 $\theta e^{-\sigma t}$ のグラフを示したものである．このように，事前の実験データを活用することで，制御対象 Σ_P や並列補償器 Σ_C のパラメータを利用することなく， θ と σ を選定することができる．

以上が，連結車両に対する本制御系の具体的な構成法である．構成した制御系の有効性を検証するために，アクチュエータ #2 がつぎのような故障をしたと想定してシミュレーションを行う ($f = 2$, $t_F = 15$) ．

$$\varphi(t) = \begin{cases} u_c(15) - \frac{t-15}{1000}, & 15 < t \leq 25 \\ \varphi(25) \left| \cos\left(\frac{\pi(t-25)}{5}\right) \right|, & 25 < t \end{cases} \quad (37)$$

Fig. 4 に，本制御手法による結果を示す．上図には，二つの誤差信号 $e(t)$ (実線)， $e_a(t)$ (点線) と判定式の値を示している．また，下図には，アクチュエータ #1 と #2 の出力 $u_1(t)$ (実線) と $u_2(t)$ (破線) を示している．故障後，約 31 秒に最初の切り替えが生じ，非耐故障制御モード $\mathcal{F}_2 \cap \mathcal{R}_1$ に移行している．さらに，約 44 秒に 2 回目の切り替えが生じ，耐故障制御モード $\mathcal{F}_2 \cap \mathcal{R}_2$ に移行し，そこで目標値への漸近追従と制御系の安定化が達成されている．

つぎに，静的冗長性のみを使用した場合，すなわち，使用モード $\mathcal{R}_0$ のみを利用して，モードの切り替えを行わない場合の結果を Fig. 5 に示す．Fig. 4 と同様，上図には，二つの誤差信号 $e(t)$ (実線)， $e_a(t)$ (点線) を示しており，下図には，アクチュエータ #1 と #2 の出力 $u_1(t)$ (実線) と $u_2(t)$ (破線) を示している．二つの誤差信号について， $e_a(t) \simeq 0$ は達成されているものの， $e(t)$ には微小な振動が生じており，また，目標値への漸近追従が達成できていないことがわかる．常に両方のアクチュエータを有効化しているため，故障後にも，アクチュエータ #2 からの出力 $u_2(t)$ が外乱として印加されている．このことから，並列補償器 Σ_C のバイアス効果が，故障したアクチュエータによる外乱によって生じたものと推察される．事実，Fig. 4 の結果では，アクチュエータ #2 を無効化することによって並列補償器 Σ_C のバイアスは除去されている．

以上より，連結車両を制御対象とした場合に，静的冗長性のみでは漸近追従性が保証されず，本制御手法では安定性と漸近追従性が保証されていることがわかる．このことから，本制御手法の有効性が示された．

5. おわりに

本論文では，事前に規定された正常時の制御性能にもとづいて，静的冗長から動的冗長へと自動的に切り替わ

Fig. 3 Simulation results for selecting θ and σ

Fig. 4 Simulation results by the fault-tolerant control with the hybrid redundancy

Fig. 5 Simulation results by using only the static redundancy (no switching)

る，ハイブリッドな冗長性による耐故障制御を提案した．

実際の故障には，アクチュエータの出力が一定値をとるような，固着型のものがある．このような故障に対しては，故障を外乱とみなして，静的冗長性と内部モデル

を利用して対処することができると考えられる。ただし、この場合、制御系に積分器を付加することになるので、並列補償器の次数が上がり、制御系設計が複雑となる。また、固着型ではない想定外の故障が発生した場合には、当然のことながら、対応できない。本制御手法では、上記のような内部モデルを利用せず、故障したアクチュエータを無効化することで、未知の故障にも対応しており、さらに、制御系設計がより簡単なものになっている。

観測ノイズが混入する場合、誤差の指数収束性が保証されず、(27)式による正しいモード切り替えが行われないことが危惧される。この点に関して、文献[13]によれば、観測のノイズの存在下においても、ハイゲインフィードバックによって誤差をある小さな領域内に留めることが可能であることが示されている。したがって、(27)式の判定式を、指数収束性にもとづいたものから有界性によるものへ変更することで、観測ノイズに対処することができると期待される。

最後に、本論文では、制御目的を達成する制御器としてハイゲインフィードバック制御器を採用したが、この制御器はある種の非線形系に対しても適用可能であり[3]、そのような非線形系に対しても本制御手法は有効であると推察される。また、制御対象を一出力系に限定して議論したが、多出力系にも容易に拡張できると考えられる。さらに、採用する制御器について言及すれば、ハイゲインフィードバックに限定されず、すべてのモードで安定化(指数収束性)が保証できるものであれば任意のもので与えてよく、多くの制御系設計手法が利用できると考えられる。以上の点については、今後の検討課題としたい。

参考文献

- [1] R. Isermann, R. Schwarz and S. Stölzl: Fault-tolerant drive-by-wire system; *IEEE Control System Magazine*, Vol. 22, No. 5, pp. 64-81 (2002)
- [2] M. Takahashi: A self-repairing control system with an adaptive tuner; *Proc. of the 46th IEEE Conference on Decision and Control*, pp. 897-902 (2007)
- [3] F. Allgöwer, J. Ashman and A. Ilchmann: High-gain adaptive λ -tracking for nonlinear systems; *Automatica*, Vol. 33, No. 5, pp. 881-888 (1997)
- [4] H. Kaufman, I. Barkana and K. Sobel: *Direct Adaptive Control Algorithms: Theory and Applications*, Springer-Verlag (1997)
- [5] Z. Iwai and I. Mizumoto: Realization of simple adaptive control by using parallel feedforward compensator; *Int. J. Control*, Vol. 59, No. 6, pp. 1543-1565 (1994)
- [6] A. L. Fradkov, I. V. Miroshnik and V. O. Nikiforov: *Nonlinear and Adaptive Control of Complex Systems*, Kluwer Academic Publishers (1999)
- [7] D. E. Miller and E. J. Davison: An adaptive controller which provides arbitrarily good transient and steady-state response; *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol. 36, No. 1, pp. 68-81 (1991)
- [8] P. A. Ioannou and J. Sun: *Robust Adaptive Control*, Prentice-Hall (1996)
- [9] M. Takahashi: Self-repairing control based on switching sensors; *Proc. of American Control Conference*, pp. 5522-5527 (2009)
- [10] J. D. Bösković, S.-M. Li and R. K. Mehra: Intelligent control of spacecraft in the presence of actuator failures; *Proc. of the 38th Conference on Decision and Control*, pp. 4472-4477 (1999)
- [11] S. Chen, G. Tao and S. M. Joshi: Adaptive actuator failure compensation designs for linear systems; *Int. J. Control, Automation and Systems*, Vol. 2, No. 1, pp. 1-14 (2004)
- [12] M. Takahashi: Self-repairing control via an unstable filter; *Control Engineering Practice*, Vol. 18, No. 2, pp. 140-146 (2010)
- [13] A. Ilchmann and E. P. Ryan: Universal λ -tracking for nonlinearly perturbed systems in the presence of noise; *Automatica*, Vol. 30, pp. 337-346 (1994)

著者略歴

たか ぎ た ろ う
高 木 太 郎

2009年熊本大学工学部知能生産システム工学科卒業、2011年東海大学大学院産業工学研究科生産工学専攻修士課程修了。現在、熊本大学大学院自然科学研究科産業創造工学専攻博士後期課程に在学中。

たか はし ま さ の り
高 橋 将 徳 (正会員)

1997年熊本大学大学院自然科学研究科単位修得退学。同年有明工業高等専門学校助手。同校講師、助教授を経て、2006年九州東海大学工学部助教授、2008年東海大学産業工学部准教授、現在に至る。適応/切り替え制御、耐故障制御に関する研究に従事。博士(工学)。日本機械学会、IEEEの各会員。