一般化異構造マスタスレーブシステムの 可操作性解析*

岸元 邦充[†]・石川 将人[†]・大須賀公一[†]

Manipulability Analysis for Dissimilar Master-slave Systems with Different Degrees-of-freedom*

Kunimitsu KISHIMOTO[†], Masato ISHIKAWA[†] and Koichi OSUKA[†]

In this paper, we suggest to apply artificial nonholonomic mechanical constraints to master-slave manipulation systems, so that the slave system can be operated by a dissimilar master system with relatively *less* numbers of degree-of-freedom. The cost for this reduction of degree-of-freedom, in general, should be compensated by skillful (or temporally complicated) operation of the master system. For this purpose, we propose an extended definition of manipulability considering the nature of small-time controllability of nonholonomic systems, and derive its numerical analysis as well. The proposed approach is illustrated with numerical simulations.

1. はじめに

非ホロノミック拘束とは、一般化座標の等式条件で表すことのできない、積分不可能な力学的拘束のことである。非ホロノミック拘束をもつシステムは、周期入力のような適切な入力を加えることによって、状態空間において瞬間的には遷移できない方向に対しても間接的に遷移させることが可能である。そのため入力変数よりも多くの数の状態変数を操作できるということが知られており、さかんに研究が行われている [1]。

非ホロノミック系の制御の研究の多くは拘束の存在下における制御問題の難しさに焦点が当てられているが、一方でその制御構造の特徴を長所として積極的に用いることを試みた研究もいくつかある。荒井ら [2] は、状態変数の非線形等価変換を用いて、人間が直感的に操作しにくい非ホロノミック系である平面宇宙ロボットの姿勢制御を、経験的に操作し慣れている非ホロノミック系である車両系の操作に置き換えることで、その操作性が改善されることを示している。また石川 [3] は、複数の車輪型移動ロボットをすべて独立に制御するのに必要な入力よりも少ない数の入力であっても、適切に入力を割り

当てることによって各ロボットの位置や姿勢を任意の目標値に到達させることができることを示している。非ホロノミック拘束が入力変数以上の数の状態変数を任意に操作できるひとつの顕著な例として、非ホロノミック拘束を用いた非ホロノミック・マニピュレータが中村らによって考案されている [4,5]。これは非ホロノミックな転がり接触を利用した動力伝達装置を用いることで、アクチュエータの数より多くの関節角度を任意に制御できるというものである。

さて、人間が機械システムを操作する方式の典型的なものとしてマスタスレーブシステム（以下 MSS と略す）が広く用いられている。これは操作者が指示したマスタアームの運動にならうようにスレーブアームの運動を制御するシステムであり、スレーブアームとマスタアームが機構的に同じ構造のものを同構造 MSS、異なるものを異構造 MSS という。異構造 MSS についてもマスタアームの操作性やスレーブアームの作業性の向上を目的としていくつかの研究がなされている [6,7] が、通常はスレーブの自由度がマスタの自由度を上回することは考えられていない。ここで、非ホロノミックシステムをオペレータによる操縦系と捉えたとき、システムが非線形の意味で可制御であれば、操作者は入力よりも多数の自由度をもつスレーブを操作できることになる。すなわち、通常の MSS では操縦側であるマスタと被操縦側であるスレーブの自由度が 1 対 1（冗長マニピュレータでは多対 1）と考えられてきたのに対し、運動自由度の減少・増大を含

* 原稿受付 2011 年 12 月 27 日

[†] 大阪大学 大学院 工学研究科 Graduate School of Engineering, Osaka University; 2-1 Yamada-oka, Suita, Osaka 565-0871, JAPAN

Key Words: master-slave system, manipulability, nonholonomic system, nonlinear controllability, reachable set.

めて任意に変換できる新しいMSSを考えることができる．本研究ではこれを一般化異構造マスタスレーブシステムとよぶ．非ホロノミック拘束を操縦系に（機械的にあるいはソフトウェア的に）導入すれば，たとえば，マスタアームの入力に対して冗長な自由度をもつスレーブアームをその先端の到達位置だけでなく中間関節の形状まで含めて制御したり，後述するように2本の操縦桿による入力だけで3本以上の腕の姿勢を独立に制御するといったことが可能になる．このようなMSSは，操作者である人間の身体構造に起因する操作自由度の限界を拡張するシステムであるといえ，多数・多自由度の制御対象を一人で操ることにより，従来のMSSでは不可能であった，もしくは困難であった作業をより効率的に行うことができる可能性が期待できる．

ただし当然ながら，マスタ側の自由度を節約するというメリットは，より熟練した操作が必要になるというコストとなって返ってくる．それが車両系の操作のように許容できるものであるかどうかはシステムによって異なるため，「操作しやすさ」を定量的に評価する必要がある．同構造のMSSではマニピュレータの可操作性の概念が一つの操縦性指標となるが，これは瞬間的な状態変化の自由度を捉えたものであって，そのままでは非ホロノミック拘束を含む系には適さない．そこで本論文では，瞬間ではなく微小時間 ε 内の可到達領域を ε をパラメータとして表したものを可操作性概念の一般化とすることを提案し（ $\varepsilon=0$ のとき従来の可操作性と一致する），その数値解析の方法についても考察する．

本論文の構成は以下になっている．まず2.では一般化異構造MSSの発想を適用例とともに述べ，その操縦例について説明する．つぎに3.では，マニピュレータの評価指標として広く用いられている可操作性の概念の導入と非ホロノミック拘束を含む系への適用可能性について議論し，一般化異構造MSSに適した新しい評価指標として，可操作性に制御時間 ε の導入によって拡張したものを提案する．4.では3.で設定した指標とシステムの入力の関係を，非ホロノミック系の典型例であるBrockett integratorについて解析し，その特性を考察する．5.では本論文のまとめと今後の課題について述べる．

2. 一般化異構造マスタスレーブシステム

本節では，1.で述べた一般化異構造MSSの構成例を提案し，少ない自由度の入力で多くの自由度を操作可能であることを示す．

Fig. 1に示すような二つのマスタアームと三つのスレーブアームをもつシステムを考える．マスタアームの関節角速度を $\omega = [\omega_1, \omega_2]^T$ ，スレーブアームの関節角度を $\theta = [\theta_1, \theta_2, \theta_3]^T$ とする．

まず第一，第二のスレーブアームについてはマスタアームと同期した運動をさせることとし，以下のような

Fig. 1 2-master 3-slave manipulator system

状態方程式に従うものとする¹．

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \end{bmatrix}$$

さらに，第三のスレーブアームの角度 θ_3 と θ_1, θ_2 の間に，以下のような非ホロノミックな運動学的拘束条件を課すことを考える．

$$\dot{\theta}_3 = \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_1 \quad (1)$$

ここで，マスタアームの関節角速度 $\omega = [\omega_1, \omega_2]^T$ を制御入力とし，関節角度 $\theta = [\theta_1, \theta_2, \theta_3]^T$ を状態とすると，このシステムはBrockett integratorとよばれる以下の状態方程式で表される．

$$\dot{\theta} = G(\theta)\omega \quad (2)$$

ただし， $g_1(\theta), g_2(\theta)$ は

$$G(\theta) = [g_1(\theta), g_2(\theta)]$$

$$g_1(\theta) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -\theta_2 \end{bmatrix}, \quad g_2(\theta) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ \theta_1 \end{bmatrix}$$

である．ある状態 $\theta = \theta_0$ で入力を与えたときに状態が移動しう方向は，瞬間的にはベクトル場 $g_1(\theta_0), g_2(\theta_0)$ が張る平面

$$\text{span}\{g_1(\theta_0), g_2(\theta_0)\} \quad (3)$$

内に限定される．しかしながら， g_1, g_2 から生成されるLie括弧積

$$[g_1, g_2](\theta) = \frac{\partial g_2}{\partial \theta}(\theta)g_1(\theta) - \frac{\partial g_1}{\partial \theta}(\theta)g_2(\theta) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$$

は任意の θ において $g_1(\theta), g_2(\theta)$ と線形独立であるため， $\text{span}\{g_1(\theta), g_2(\theta), [g_1, g_2](\theta)\}$ は常に R^3 となる．したがって，Chowの定理[8]よりこのシステムは大域的に

¹当然ながら，現実には角度偏差のフィードバックを行う必要があるが，この議論では省略している．

可制御であり、任意の初期状態から目標状態へ遷移させる制御入力が存在する．すなわち周期入力などの適切な入力によって微小時間後には任意の方向への状態遷移が可能となる．

例として、以下のような $T = \pi/\sqrt{2}$ を1周期とする平均0の周期入力を加えたときのシステム(2)の状態変化を考える．

$$\begin{bmatrix} \omega_1(t) \\ \omega_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos 2\sqrt{2}t \\ \sin 2\sqrt{2}t \end{bmatrix} \quad (4)$$

文献[9]より、上記のような周期入力を1周期加えることによって生じる Lie bracket 運動方向への状態変化量は、入力 $\omega_1(t), \omega_2(t)$ のそれぞれの時間積分 $\Omega_1(t), \Omega_2(t)$ が $\Omega_1 - \Omega_2$ 平面で描く閉曲線の囲む面積 A に比例した値に近似できる．ここで、入力の時間積分は以下の式で表される．

$$\begin{bmatrix} \Omega_1(t) \\ \Omega_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2\sqrt{2}} \sin 2\sqrt{2}t \\ -\frac{1}{2\sqrt{2}} \cos 2\sqrt{2}t \end{bmatrix}$$

このとき、上記の閉曲面が囲む領域は半径 $1/2\sqrt{2}$ の円となり、面積は $A = \pi/8$ となる．よって1周期後の状態ベクトルの変化は、以下のように近似的に表される．

$$\theta(T) - \theta(0) \simeq A[g_1, g_2](0) = \frac{\pi}{4} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

このときの様子を Fig. 2 に示す．初期状態を $\theta(0) = [0, 0, 0]^T$ として $t \in [0, T]$ で周期入力(4)を加えると、スレーブアームの各関節の時間応答は Fig. 2(a) のようになる．1周期後には第1、第2のスレーブアームの状態変数 $\theta_1(T), \theta_2(T)$ は初期値に戻るのに対し $\theta_3(T) = \pi/4$ となって、 θ_3 の値だけを独立に操作することができる．また、(4)式の振幅や周波数比、位相差を変えることによって状態遷移を調整することができ、一般には非ホロノミック系の制御問題に帰着される問題となる．

3. 可操作性による一般化異構造 MSS の操縦特性の特徴付け

前節で示したような一般化異構造 MSS のように非ホロノミックな拘束をもつシステムの操作特性を定量的に評価するため、本節では、マニピュレータの関節自由度と手先自由度の運動学的関係の指標である可操作性[10]の考え方を導入することを提案する．以下では、非ホロノミック系の一つのクラスである対称アフィン系における可操作性の意味付けとその問題点について述べ、そのような非ホロノミック系に対して適用できるように評価指標を拡張することを提案する．

(a) Motion of arms vs. time

(b) $t = 0$

(c) $t = T$

Fig. 2 A motion sample of 2-master 3-slave manipulator system

3.1 可操作性

関節自由度が n 、手先自由度が m を持つマニピュレータを考える．一般には $m \leq n$ と仮定される．関節ベクトルを $q = [q_1, q_2, \dots, q_n]^T$ 、先端の位置および姿勢を表すベクトルを $r = [r_1, r_2, \dots, r_m]^T$ とする．両者の幾何学的関係（ホロノミック拘束）が

$$r = f(q) \quad (5)$$

で与えられるとき、 r に対応する速度ベクトル $\dot{r}$ と関節速度 $\dot{q}$ の関係は $f(q)$ のヤコビ行列 $J(q)$ を用いて以下の式で表される．

$$\dot{r} = J(q)\dot{q} \quad (6)$$

ここで関節角速度 $\dot{q}$ が $\|\dot{q}\| \leq 1$ を満たすときに実現しうる先端速度 $\dot{r}$ の集合を考えると、Fig. 3 に示すように主軸方向の単位ベクトル $u \in R^m$ 、主軸半径 $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_m$ で表される m 次元空間の楕円体となり、以下の式で与えられる．

$$\dot{r}^T (J^+)^T J^+ \dot{r} \leq 1 \quad \text{かつ} \quad \dot{r} \in R(J)$$

ただし、 J^+ は J の疑似逆行列であり、 $R(J)$ は J の値域を表す．このようにして与えられる楕円体は可操作性楕円体とよばれ、その主軸の長さはマニピュレータの姿勢に対する先端の速度の出しやすさを表している．すなわち、主軸半径の長い方向には他の方向に比べて大きな先端速度を実現することができ、主軸半径の短い方向には他の方向よりも小さな先端速度しか実現できない．

Fig. 3 Manipulability ellipsoid

可操作性楕円体から考えられる操作能力を一元化した指標として代表的なものに、この楕円体の体積が考えられる。楕円体の体積は $J(q)$ の特異値の積 $\sigma = \sigma_1 \sigma_2 \dots \sigma_m$ に比例するので、この σ をマニピュレータの姿勢 q における操作度とよぶ。

このように定義された可操作性は、 $\sigma = \sqrt{\det J(q) J^T(q)}$ とも表すことができ、 $\sigma \geq 0$ をみだす。しかし、マニピュレータが特異姿勢にあり $\text{rank } J(q) < m$ となるときには、速度ベクトル $\dot{q}$ に対してマニピュレータが瞬間的に移動できない方向、すなわち楕円体の主軸の長さが 0 になる方向が存在し、 $\sigma = 0$ となる。

3.2 非ホロノミック系への適用可能性

さて、2. で述べたように非ホロノミックな拘束を受ける運動学モデルの多くは、以下のような対称アフィン系とよばれる非線形状態方程式で表される。

$$\dot{\xi} = G(\xi)v \quad (7)$$

ただし $\xi \in R^n$ は状態ベクトル、 $v \in R^m$ は入力であり、 G は R^n から $R^{n \times m}$ への行列値関数である。一般には $m < n$ と仮定される。

ここで、(6) 式と (7) 式を形式的に対比すると、入力 v から状態の接ベクトル $\dot{\xi}$ への可操作性を考えることができる。しかしながら、この場合は $m < n$ であることから $\text{rank } G(\xi) < n$ であり、したがって可操作性楕円体の体積は ξ によらず 0 である。このことは、対称アフィンシステムでは状態を遷移させられる方向は瞬間的には $\text{Im } G(\xi)$ で表される m 次元部分空間に限られ、それ以外の方向に関する可操作性楕円体の主軸は 0 になってしまっていることに起因する。よって、このままでは Lie 括弧積運動などの周期的な操作を用いた非局所的な状態遷移の可能性を捉えることができていない。

そこで、瞬間的な状態遷移だけではなく、時間的に微小な幅をもった状態の到達領域を考慮できるように、可操作性の概念を拡張することを考える。まず、本来の可操作性の定義における入力ノルムの正規化 $\|\dot{q}\| \leq 1$ に相当するものとして、入力制約

$$v(\cdot) \in \Omega, \quad \Omega \subset C^m[0, \varepsilon] \quad (8)$$

を想定する。ここで $C^m[0, \varepsilon]$ は $[0, \varepsilon] \subset R$ で定義された R^m 値の連続関数の集合、 Ω はその何らかの部分集合で許容入力集合とよぶ。

【定義 1】 微小時間 ε をパラメータとし、ある状態 ξ から、入力制約 (8) のもとで時刻 ε ままでに到達しうる状態の集合を ξ における ε -可到達領域とよび、 $\mathcal{R}_{\leq \varepsilon}(\xi)$ と表す。

可到達領域の概念そのものは非線形制御理論においてはよく知られたものであるが、本研究では、一般化異構造 MSS の可操作性をその状態における ε -可到達領域をもって特徴付けることを提案する。 ε を陽に含んだ表現であること、方向による状態の操作しやすさが可到達領域の形状に反映されていること¹、そして許容入力集合 Ω によってある一定範囲の入力のもとでの操作能力を表している点が特徴である。これにより、たとえば複数の MSS の可操作性を同一の ε と Ω に対する可到達領域の体積や方向ごとの外径によって比較することができる。従来の可操作性楕円体は $\varepsilon = 0$ 、 $\Omega = \{v \mid \|v(0)\| \leq 1\}$ とおいた特別な場合として含まれる。

本研究においてはこの概念を、準大域的可操作性とよぶこととし、初期状態から時間 ε の間に状態が到達できる領域を準大域的到達領域とよぶ。

4. ε -可到達領域の解析法

前節で提案した ε -可到達領域の定義は対称アフィン系 (7) をはじめ一般の非線形システムに対して適用可能であるが、その具体的な算出は一般には容易ではない。とくに $\mathcal{R}_{\leq \varepsilon}(\xi)$ を ε, ξ をパラメータとして陽に表現することは困難であり、簡便な計算方法が求められる。

そこで本節では、許容入力 Ω を周波数および位相でパラメータづけした周期入力の集合とし、数値計算によって比較的簡単にその概形を求める方法を提案する。その有効性を確認するために、 $\mathcal{R}_{\leq \varepsilon}(0)$ の解析解がすでに知られている例として Brockett integrator をとりあげ、解析解と数値解との比較を検討する。

4.1 準大域的到達領域の解析解と適用可能性

以下に示す対称アフィンシステムは Brockett integrator とよばれ、大域的に可制御な非ホロノミックシステムの典型例である。

$$\begin{bmatrix} \dot{\xi}_1 \\ \dot{\xi}_2 \\ \dot{\xi}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ -\xi_2 & \xi_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} \quad (9)$$

なお、前述した (2) 式も Brockett integrator にほかならず、 θ_i と ξ_i 、 ω_i と v_i がそれぞれ対応している。

ここで、入力制約としては

$$\Omega = \{v(\cdot) \mid \|v(t)\| \leq 1, t \in [0, \varepsilon]\} \quad (10)$$

¹ 対称アフィンシステム (7) が局所可制御であれば $\varepsilon > 0$ に対して $\mathcal{R}_{\leq \varepsilon}(\xi)$ は空ではなく、 ξ を内点として含む。

Fig. 4 Analytical solution of ε -reachable area from the origin of Brockett integrator

Fig. 5 Analytic solutions with respect to various ε s

を考える．

Prieur ら [11] は, $\|v(t)\| \leq 1$ を満たす入力によって有限時間で原点に到達可能な初期状態の領域を陽に示したが, この結果は $\mathcal{R}_{\leq \varepsilon}(0)$ の解析解にほかならない．具体的には, 媒介変数 $\psi \in [0, \pi]$, $\alpha \in [0, 2\pi]$ を用いて以下の式で表される閉曲面とその内部である．

$$\begin{cases} \xi_1(\varepsilon) = \frac{\sin \psi}{\psi} \varepsilon \cos \alpha \\ \xi_2(\varepsilon) = \frac{\sin \psi}{\psi} \varepsilon \sin \alpha \\ \xi_3(\varepsilon) = \pm \frac{\psi - \sin \psi \cos \psi}{2\psi^2} \varepsilon^2 \end{cases} \quad (11)$$

$\varepsilon = 0.1$ としたとき, この解析解が表す領域を Fig. 4 に示す．また, $\varepsilon = 0.1, 0.2, 0.4, 0.6$ において原点を通る

Fig. 6 Numerical approximation of ε -reachable area from the origin of Brockett integrator

$\xi_1 - \xi_3$ 平面による断面の形を Fig. 5 に示した．

Fig. 5 より, ε -可到達領域が微小時間 ε に対して単調に拡大している様子がわかる．また (11) 式によれば, 1 階の Lie 括弧積の方向である ξ_3 軸方向への大きさは ε の 2 乗に比例して増加するが, このことも Fig. 5 において ε に対する形状の推移として反映されている．

4.2 フーリエ級数展開による数値近似

$\mathcal{R}_{\leq \varepsilon}(\xi)$ を数値的に求める準備として, 区間 $[0, \varepsilon]$ においてフーリエ級数展開可能な入力

$$\begin{cases} v_1(t) = a_{10} + \sum_{k=1}^{\infty} (a_{1k} \cos k\omega t + b_{1k} \sin k\omega t) \\ v_2(t) = a_{20} + \sum_{k=1}^{\infty} (a_{2k} \cos k\omega t + b_{2k} \sin k\omega t) \end{cases} \quad (12)$$

を加えたときの到達状態を陽に計算してみる．ただし a_{ij}, b_{ij} , $i \in \{1, 2\}$, $j \in \{0, 1, \dots\}$ はそれぞれ実定数であり, $v_1(t), v_2(t)$ は周期 ε の周期関数すなわち $\omega\varepsilon = 2\pi$ を仮定する．この入力のもとでは, 状態方程式の時間積分を以下のように直接求めることができる (これは文献 [12] の, 正弦波入力を級数展開の形に拡張した結果にあたる) ．

$$\begin{cases} \xi_1(\varepsilon) = \xi_1(0) + a_{10}\varepsilon \\ \xi_2(\varepsilon) = \xi_2(0) + a_{20}\varepsilon \\ \xi_3(\varepsilon) = \xi_3(0) + \begin{vmatrix} \xi_1(0) & a_{10} \\ \xi_2(0) & a_{20} \end{vmatrix} \varepsilon \\ \quad + \frac{1}{2\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} \begin{vmatrix} a_{1k} - 2a_{10} & b_{1k} \\ a_{2k} - 2a_{20} & b_{2k} \end{vmatrix} \varepsilon^2 \end{cases} \quad (13)$$

以上より、状態の変化分は初期状態と直流成分に比例した係数をもつ ε の一次項と、 ξ_3 方向のみに関して周波数に反比例した冪級数の係数をもつ ε の二次項からなることが定量的に示された。したがって、もし $\mathcal{R}_{\leq \varepsilon}(\xi)$ を近似的に求める場合、比較的低周波数の成分で打ち切っても影響は少ないことが予想される。ただし (12) 式の形の入力、多数の係数パラメータを含むことから入力制限 Ω を定式化することが困難である。そこで次小節では、位相パラメータを併用し周期 ε とは限らない入力集合を用いることで、比較的容易に $\mathcal{R}_{\leq \varepsilon}(\xi)$ の数値近似解を求める方法を提案する。

4.3 位相パラメータを併用した数値近似解

前小節と同様に $\omega\varepsilon = 2\pi$ とし、周波数比 f 、初期位相 ϕ をパラメータとしたつぎのような入力集合を考える。

$$\Omega' = \left\{ v(\cdot) \left| v(t) = \begin{bmatrix} \pm \sin(f\omega t + \phi) \\ \cos(f\omega t + \phi) \end{bmatrix}, t \in [0, \varepsilon], \right. \right. \\ \left. \left. f \in [0, \infty), \phi \in [0, 2\pi] \right\} \quad (14)$$

つねに $\|v(t)\| \equiv 1$ であるので、これが (10) 式で用いた入力制限 Ω を満たしていることは明らかである。この入力 (14) を前小節で用いたフーリエ級数展開の枠組みと関連づけておこう。(14) 式を $t \in [0, \varepsilon]$ でフーリエ級数展開すると

$$\begin{bmatrix} v_1(t) \\ v_2(t) \end{bmatrix} = A_n + B_n \begin{bmatrix} \cos n\omega t \\ \sin n\omega t \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$A_n = \frac{1}{2\pi f} \begin{bmatrix} -\Delta C_{f\phi} \\ \Delta S_{f\phi} \end{bmatrix}$$

$$B_n = -\frac{1}{\pi} \frac{1}{n^2 - f^2} \sum_{n=1}^{\infty} \begin{bmatrix} f\Delta C_{f\phi} & n\Delta S_{f\phi} \\ f\Delta S_{f\phi} & n\Delta C_{f\phi} \end{bmatrix}$$

ただし

$$\begin{bmatrix} \Delta C_{f\phi} \\ \Delta S_{f\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(2\pi f + \phi) - \cos(\phi) \\ \sin(2\pi f + \phi) - \sin(\phi) \end{bmatrix}$$

となる。(15) 式より、入力 (14) は低周波成分を多分に含み、4.2 で計算を行った状態到達点を近似するのに適していることが確認できる。

ここで入力集合として、(14) 式の Ω' から有限個の要素を選んだ

$$\Omega' = \left\{ v(\cdot) \left| v(t) = \begin{bmatrix} \pm \sin(f\omega t + \phi) \\ \cos(f\omega t + \phi) \end{bmatrix}, t \in [0, \varepsilon], \right. \right.$$

$$f \in \{0, 0.05, \dots, 1.0\}, \phi \in \{-\pi, -0.99\pi, \dots, \pi\}$$

を用い、 $\varepsilon = 0.1$ で状態が到達した点を数値計算することによって $\mathcal{R}_{\leq \varepsilon}(0)$ の近似を求めた結果が Fig. 6 である。

前述した解析解 (Fig. 4) と数値近似解 (Fig. 6) を比較すると、4000 点程度の計算にもかかわらず近似解が $\mathcal{R}_{\leq \varepsilon}(0)$ の概形をよく表していることがわかる。よって、この方法は可到達領域の解析解を求めるのが困難なシステムにおいても、その概形を求める手段として有用であると期待できる。

4.4 初期状態との関係

最後に、初期点が原点以外の状態に対する ε -可到達領域の数値近似解を提案法によって求め、Brockett integrator の操作特性について考察を行う。 $\varepsilon = 1$ とし、初期状態 $\xi_{d1} = [0.1, 0, 0]^T$, $\xi_{d2} = [-0.1, 0, 0]^T$ に対して、 $\mathcal{R}_{\leq \varepsilon}(\xi_{d1})$, $\mathcal{R}_{\leq \varepsilon}(\xi_{d2})$ の近似を前節と同様の数値計算により求めた。計算結果をそれぞれ Figs. 7, 8 に示す。

Fig. 7 より、初期状態 ξ_{d1} では ξ_2 に対して正比例する形状に可到達領域が変化している。すなわち、初期状態 ξ_{d1} では状態 ξ_2, ξ_3 を同時に増減させることが容易であるものの、片方を増加、他方を減少させるという操作が困難になる。一方 Fig. 8 より、初期状態 ξ_{d2} では領域が ξ_2 に対して負の比例する形状となる。すなわち、初期状態 ξ_{d1} とは対称に、 ξ_2, ξ_3 を対称に増減させることが容易となり、両者を同時に増減させることが困難となる。

以上の結果を (2) 式にあてはめて考えるなら、 ε -可到達領域 $\mathcal{R}_{\leq \varepsilon}(\xi)$ は、拘束条件 (1) のもと第一、第二のスレーブアームの初期姿勢の影響を受けて準大域的操作性が変化し、間接的に操作を行う第三のスレーブアームの操作性に影響が生じるということを意味している。すなわち、第一のスレーブアームの状態 θ_1 が正の値をとるとき (ξ_{d1} の状態に相当する) には、第二と第三のスレーブアームをもとに同方向に遷移させる操作が容易である一方、互いに対称な方向への操作は困難であることを表している。一方で、 θ_1 が負の値をとるとき (ξ_{d2} の状態に相当する)、今度は第二、第三のスレーブアームがともに同方向へ遷移することが困難になり、異方向への遷移が容易となる。

以上より、提案法を用いて Brockett integrator の準大域的操作性を求めることで、入出力の対応や状態変数の拘束条件により規定されるシステム特有の操作特性の一部を、 ε -可到達領域の形状から視覚的に捉えることが可能となった。

5. おわりに

本論文では、非ホロノミック拘束を導入することによって操作自由度の増大をも可能にした MSS を一般化異構造 MSS として提案した。また、その操縦特性を評価するための指標である可操作性の概念の拡張として、微小な制御時間 ε をパラメータに残した形で、許容入力

Fig. 7 ε -reachable area from ξ_{d1} Fig. 8 ε -reachable area from ξ_{d2}

Ω のもとでの状態空間の ε -可到達領域を一般化異構造 MSS における可操作性の指標として用いることを提案した。また非ホロノミック系の典型例である Brockett integrator に対して、時刻 ε までのフーリエ級数展開で表される入力下での可到達領域を求め、状態の初期値、入力の定数成分および調和成分に依存する形で定量的に表した。この知見に基づき、位相パラメータを併用した許容入力集合のパラメータ付けにより ε -可到達領域の概形を比較的容易に数値近似する方法を提案した。またこの方法を用いてシステムの可操作性について考察した。

今後の課題として、従来の可操作性楕円体の体積のように、可操作性を集約した数値指標を考案することが挙げられる。一つの考え方は ε -可到達領域の体積をそのまま採用することであるが、それでは計算が困難なうえに方向ごとに異なる操作のしやすさを反映することができない。可到達領域を複数の楕円体で近似してその特異値を用いるなど、有用かつ簡便に表現する方法が求められる。

謝 辞

本研究の一部は文部科学省科学研究費補助金基盤研究 (C)No.22560445 により行われた。ここに謝意を表する。

参 考 文 献

- [1] 美多：非線形制御入門，昭晃堂（2000）
- [2] 荒井：非ホロノミック系操作のためのヒューマンインターフェース；日本ロボット学会誌，Vol. 21, No. 5, pp. 554–561（2003）
- [3] M. Ishikawa: Reduction of control inputs for multiple mobile robots; *Proc. of the 18th IFAC World Congress*, pp. 11881–11886（2011）
- [4] 中村，Sørdalen，鄭：非ホロノミック・マニピュレータの理論的設計と非線形制御；日本ロボット学会誌，Vol. 13, No. 5, pp. 674–682（1995）
- [5] 中村，鄭，Sørdalen：非ホロノミック・マニピュレータの実験的研究；日本ロボット学会誌，Vol. 14, No. 5, pp. 694–702（1996）
- [6] 尾崎，下川，吉永：異構造マスタスレーブアームの制御器設計 -特異姿勢回避-；日本機械学会九州支部総会講演論文集，pp. 237–238（2008）
- [7] 館，川上：テレグジスタンスの研究（第 57 報） -簡易型マスタシステム”MeisterGRIP” の設計；日本バーチャルリアリティ学会第 13 回大会論文集（2008）
- [8] H. Nijmeijer and A. J. van der Schaft: *Nonlinear Dynamical Control Systems*, Springer（1990）
- [9] 石川：三叉ヘビ型ロボットの推進原理と周期入力によ

る制御；計測自動制御学会論文集，Vol. 42，No. 5，pp. 520–528 (2006)

- [10] 吉川：ロボット制御基礎論，コロナ社 (1988)
- [11] C. Prieur and E. Trélat: Robust optimal stabilization of the brockett integrator via a hybrid feedback; *Mathematics of Control, Signals, and Systems*, Vol. 17, No. 3, pp. 210–216 (2005)
- [12] R. M. Murray and S. S. Sastry: Nonholonomic motion planning: Steering using sinusoids; *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol. 38, No. 5, pp. 700–716 (1993)
- [13] 伊達，田原，三平：1 ロータ姿勢制御系の可到達領域の数値的評価；第 40 回制御理論シンポジウム，SICE (2011)

著者略歴

岸元 邦充

2011 年大阪大学工学部応用理工学科卒業，同年大阪大学大学院工学研究科機械工学専攻に入学し現在に至る．非線形制御，非ホロノミックシステム，ロボティクスなどの研究に従事．日本機械学会の学生会員．

石川 将人 (正会員)

1994 年東京工業大学工学部制御工学科卒業，2000 年同大学院情報理工学研究科博士後期課程修了．同大学助手，東京大学情報理工学系研究科助手，京都大学情報学研究科講師を経て，2010 年大阪大学工学研究科機械工学専攻准教授となり現在に至る．非線形制御，非ホロノミックシステム，ロボティクスなどの研究に従事．博士（工学）．計測自動制御学会，日本ロボット学会，日本機械学会，IEEE の会員．

大須賀 公一 (正会員)

1984 年大阪大学大学院基礎工学研究科修士課程（制御工学）修了．同年（株）東芝入社，総合研究所勤務．1986 年大阪府立大学工学部助手．その後，講師，助教授，京都大学大学院情報学研究科助教授，神戸大学工学部教授を経て，2009 年大阪大学大学院工学研究科機械工学専攻教授となり現在に至る．ロボティクス，制御工学，レスキュー工学などの研究に従事．工学博士．IEEE，計測自動制御学会，日本機械学会，日本ロボット学会などの会員．