通信範囲制約を考慮するネットワーク群ロボットシステムの分散制御手法*

村山 暢[†]・長野 明紀[‡]・羅 志偉[‡]

Distributed Control Method of Networked Multi-Vehicle System Considering Communication Range*

Toru MURAYAMA[†], Akinori NAGANO[‡] and Zhi-Wei LUO[‡]

In this research, we propose a distributed control method for a multi-vehicle system. Due to the communication range between vehicles, we need to consider the range when vehicles move toward objective positions, and moreover we need to control the network topology. We formulate a multi-vehicle system as a hybrid dynamical system in which we can control both vehicle positions and the network topology. The system can be controlled by receding horizon method, but the method may require a long time because there are many discrete variables. Then, we analyze the constraint space and propose a distributed control method with reduced discrete variables. We show the advantage and computational time of our method by a computer simulation.

1. はじめに

近年、複数台のロボットを協調的に動かすことで一つのタスクを達成させる、群ロボットの研究が広く行われている [1]。これは、計算機技術や通信技術の発達により、ロボット間で無線通信を行うことができるようになったことが理由の一つとしてあげられる。

群ロボットの制御に関する研究では、様々な目的に対し多様なアプローチが考えられている [2]。中でもフォーメーション制御については Fax らの研究 [3] をはじめ数々の研究があり、最近では制約を陽に扱える Receding Horizon 制御の分散化などが行われている [4,5]。また、ネットワーク構造が時間変化する場合のコンセンサス問題に対する分散 Receding Horizon 制御手法も考えられている [6]。これらの研究はロボット間の通信ネットワーク構造を固定として考えているか、あらかじめ与えられた時間変化をさせる場合を考えている。

一般に、電波などを用いた無線通信には有効範囲が存

在するため、通信ネットワーク構造はロボット間距離に依存する。通信範囲が限られている場合、ネットワークの連結性などを確保するために、ロボットは移動を行いながらネットワーク構造を自律的に変化させていく必要があると考えられる。センサネットワークなどの分野では消費電力量を減らすことを目的としたネットワーク構造の制御（トポロジー制御）に関する研究があるが [7]、群ロボットの研究において通信ネットワークのトポロジー制御について考えた例は少ない。

通信可能範囲が存在する場合、ネットワーク構造を固定した制御では各ロボットが移動できる範囲は限定的となる。たとえば、Fig. 1 のように初期位置 (a) から目標位置 (b) へ、ネットワークの連結性を保ったままロボットを移動させる例を考える。初期位置でのネットワーク構造と目標位置でのネットワーク構造が大きく異なることからわかるとおり、ロボットを移動させながらネットワーク構造を制御しなくては目標位置に到達することはできない。より広範囲に移動させ、様々なフォーメーションを達成させるためには、各ロボットの移動制御とネットワーク構造の制御を同時に考える必要がある。

Zavlanos らは移動体の通信ネットワークについて、ネットワークの連結性を維持するためのポテンシャル場の研究 [8] や、オークションアルゴリズムを用いた通信リンクの連結性制御の研究 [9] を行っている。これらの研究では、各ロボットはあらかじめ与えられたベクトル

* 原稿受付 2012年2月6日

[†] 神戸大学 大学院 工学研究科 Graduate School of Engineering, Kobe University; 1-1 Rokkodai-cho, Nada ward, Kobe city, Hyogo 657-8501, JAPAN

[‡] 神戸大学 大学院 システム情報学研究科 Graduate School of System Informatics, Kobe University; 1-1 Rokkodai-cho, Nada ward, Kobe city, Hyogo 657-8501, JAPAN

Key Words: multi-vehicle system, distributed control, network topology control.

Fig. 1 Unreachable objective position without topology control (dot with number: vehicle position and number, line between vehicles: communication link, communication range $r = 10$)

場に従って動くものとし、そのうえでネットワークの連結性を維持するための制御入力を各ロボットに加える、という手法を用いている。

しかし上記の先行研究では、無線ネットワークで通信を行う自律群ロボットの制御に関して、目標位置への収束性は議論されていない。したがって本研究では、ロボット間の無線ネットワークにより通信を行う群ロボットシステムの位置制御手法を提案する。

本研究ではまず、ネットワーク構造を制御できる群ロボットシステムを、ハイブリッドダイナミカルシステム（切替えシステム）として定式化する。本研究で定式化したシステムに対して用いることのできる制御手法の一つとして Receding Horizon 制御があげられるが、本研究のシステムに対してこれを用いると、予測区間長とロボット数に依存して離散変数が多くなり、主に計算時間の面で困難となる。したがって本研究では、終端制約の削除と分散制御化により、離散変数の削減を行う。具体的には、制約集合について解析を行い、終端制約がなくても目標位置に収束する場合を議論する。また、この結果を利用して分散制御手法を提案し、安定性を示す。ここで提案する分散制御手法は、先に述べたネットワーク構造固定の分散 Receding Horizon 制御とは異なり、群ロボットの衝突回避問題を混合整数計画問題に帰着させた先行研究 [18, 19] の分散制御手法を参考にしている。さらに計算機シミュレーションにより、目標位置へ収束することを確認する。同時に、提案手法により計算時間が大幅に削減されていることを示す。

本論文の構成は次の通りである。2. では本研究で扱うネットワーク群ロボットシステムについて、各ロボットのダイナミクス、無線通信の有効範囲、ネットワークの連結性に関する制約条件、制御目的を定式化する。定式化したシステムに関し 3. で制約集合について解析を行い、分散制御手法を提案する。4. で本手法の計算機シミュレーションを行い、計算時間が大幅に削減されていることを示す。最後に 5. で本論文をまとめる。

2. 通信範囲制約を有するネットワーク群ロボットシステム

本節では、本研究で扱うネットワーク群ロボットシステムの定式化を行う。各ロボットの運動およびロボット間の通信に関する定式化を行い、ネットワーク群ロボットシステム全体の制御目的を与える。

本研究では、 n 次元空間を移動する N 台の移動ロボットを考える。各ロボットには 1 から N までの番号が付けられているものとし、番号の集合を $\mathcal{V} = \{1, 2, \dots, N\}$ とする。

ロボット $i \in \mathcal{V}$ の運動は、次の離散時間状態方程式で表せるとする。

$$x_i(t+1) = x_i(t) + u_i(t) \quad (1)$$

ここで $x_i \in \mathbb{R}^n$ はロボット i の位置ベクトル、 $u_i \in \mathbb{R}^r$ はロボット i に対する制御入力である。ロボット全体の状態 $x = (x_1, \dots, x_N)^T \in \mathbb{R}^{nN}$ および制御入力 $u = (u_1, \dots, u_N)^T \in \mathbb{R}^{rN}$ を用いて

$$x(t+1) = x(t) + u(t) \quad (2)$$

とも表す。

各ロボットは無線通信により他のロボットと情報を交換するものとし、通信を行うリンクは各時刻 t で可変であるとする。時刻 t での通信ネットワーク構造を、各ロボットを頂点とした無向グラフ $\mathcal{G}(t) = (\mathcal{V}, \mathcal{E}(t))$ で表現する。ここで $\mathcal{V}$ は頂点集合、 $\mathcal{E}(t)$ は時刻 t での辺集合である。さらに、グラフ $\mathcal{G}(t)$ を隣接行列 $Adj(t) = [a_{ij}(t)] \in \{0, 1\}^{N \times N}$ を用いて代数的に表す。隣接行列 $Adj(t)$ は、時刻 t においてロボット i とロボット j の間に通信リンクを張る場合に $a_{ij}(t) = 1$ 、そうでない場合に $a_{ij}(t) = 0$ となる行列である。無向グラフの場合、 $a_{ij}(t) = a_{ji}(t)$ である。ある 2 台のロボット対が通信可能距離内にいる場合、必ずしもその 2 台が通信する必要はないと考えられる。このことから、本研究では各時刻でのネットワーク構造をコントローラに決定させるために、次のように定式化する。

$$Adj(t+1) = V(t) \quad (3)$$

ここで $V = [v_{ij}] \in \{0, 1\}^{N \times N}$ は、ネットワーク構造を決定するための制御入力である。

また、無線通信には通信可能な距離に上限があるとする。つまり、ロボット i と j の距離が r 以下 ($\|x_i(t) - x_j(t)\| \leq r$) であるときに限り、ロボット i, j 間に通信リンクを存在させる ($a_{ij}(t) = 1$) ことができるとする。ここで、 $\|x_i(t) - x_j(t)\|$ はロボット i とロボット j の間の距離を、 r は通信可能距離の上限を表す。この条件を論理式で表現すると、

$$\{a_{ij}(t) = 1\} \Rightarrow \{\|x_i(t) - x_j(t)\| \leq r\} \quad (4)$$

が必ず真であること、となる。さらにこの条件は、ロボッ

Table 1 Truth table of expression (4) and (5)

$\{a_{ij} = 1\}$	$\{\ x_i - x_j\ \leq r\}$	$\{a_{ij} = 1\} \Rightarrow \{\ x_i - x_j\ \leq r\}, (4)$	$\{\ x_i - x_j\ \leq M(1 - a_{ij}) + r\}, (5)$
T	T	T	T
T	F	F	F
F	T	T	T
F	F	T	T

ト i, j が取り得る距離の最大値 $M = \max \|x_i(t) - x_j(t)\|$ を用いて、不等式

$$\|x_i(t) - x_j(t)\| \leq M(1 - a_{ij}(t)) + r \quad (5)$$

が成り立つこと、と書き換えられる。Table 1 の真理値表が示すように、(4) 式と (5) 式は等価である。一般的には $\|x_i(t) - x_j(t)\|$ の有界性を仮定しない限り M は無限大だが、本研究では次項に示すようにネットワークの連結性を制約とするため、有界な M を考えることができる。

2.1 制御目的

以上のように定義した群ロボットシステムを目標位置まで移動させることを考える。実際に群ロボットシステムを運用する際には、各ロボットは移動を行いつつ様々な環境センシングを行い、その情報を共有することが考えられる。情報の伝達や共有はネットワークを介して行われるものであるため、ロボット間の通信ネットワーク全体の連結性が重要となる。ネットワークの連結性は、

$$\lambda_2(\text{Lap}(t)) > 0 \quad (6)$$

と等価であることが知られている [10]。ここで $\text{Lap}(t) = [l_{ij}(t)]$ は Laplacian 行列を表し、隣接行列 $\text{Adj}(t)$ の要素 $a_{ij}(t)$ によって $l_{ij}(t) = a_{ij}(t)$, $i \neq j$, $l_{ii}(t) = \sum_{j \in \mathcal{V}} a_{ij}(t)$ と定義される。 $\lambda_2(\text{Lap}(t))$ は第二最小固有値を表す。

したがって本研究の制御目標は、システム (1)(3)(5) について、通信ネットワークが常に連結である (6) ように $x(t)$, $\text{Adj}(t)$ を制御しつつ、各ロボットを目標位置 x_f まで移動させることである。本論文では初期値および目標値に対して次の事柄を仮定する。

(仮定 1) 初期値 (x_0, Adj_0) は通信範囲制約 (5) および連結性制約 (6) を満たすものとする。また、目標状態 x_f に対して通信範囲制約 (5) および連結性制約 (6) を満たすグラフ Adj_f が少なくとも一つ存在するとする。

3. 制御手法

前節で定義したネットワーク群ロボットシステムに対し、制御目標を満たす制御手法を述べる。

ネットワークロボットシステムは、連続状態 x と離散状態 Adj を含むハイブリッドダイナミカルシステム (切替えシステム) と考えることができる。したがって、ハイブリッドダイナミカルシステムに対する制御手法が適用できる。ハイブリッドダイナミカルシステムに対する制御手法の一つとして、Receding Horizon 制御

があげられる。この制御手法は各時刻 t において、次に定義する有限区間最適制御問題 $\mathcal{P}(x(t), \text{Adj}(t))$ を解き、最適解 $u^*(k; t)$, $V^*(k; t)$, $k \in \{t, \dots, t+T-1\}$ のうち $u^*(t; t)$, $V^*(t; t)$ を実際の制御入力 $u(t)$, $V(t)$ として採用するというものである。

【問題 1】 $\mathcal{P}(x(t), \text{Adj}(t))$

$$\begin{aligned} & \min_{u(k;t), V(k;t)} J(t) \\ & = \sum_{k=t}^{t+T-1} \left(\sum_{(i,j) \in \tilde{\mathcal{E}}} \|x(k;t) - x_f\|_Q^2 + \|u(k;t)\|_R^2 \right), \\ & \text{subject to} \\ & x(k+1;t) = x(k;t) + u(k;t), \quad x(t;t) = x(t), \\ & \text{Adj}(k+1;t) = V(k;t), \quad \text{Adj}(t;t) = \text{Adj}(t), \\ & \|x_i(k;t) - x_j(k;t)\| \leq r + M(1 - a_{ij}(k;t)), \quad i, j \in \mathcal{V}, \\ & \lambda_2(\text{Lap}(k;t)) > 0, \\ & x(t+T) = x_f, \\ & u(k;t) \in \mathbf{R}^m, \quad V(k;t) = [v_{ij}(k;t)] \in \{0, 1\}^{N \times N}, \\ & k \in \{t, \dots, t+T-1\} \end{aligned} \quad (7)$$

ここで $\|x\|_Q^2$ は $x^T Q x$ を意味し、 $Q = Q^T > 0$, $R = R^T > 0$ とする。 $T > 0$ は有限区間の長さである。この手法は、終端制約 (7) 式によって安定性が保証されている [12]。任意の目標状態 x_f に対してこの最適制御問題が終端制約を満たす解を持つには、 T を大きくとる必要がある。

上で述べた制御手法は各時刻 t において最適化問題 $\mathcal{P}(x(t), \text{Adj}(t))$ を計算機で解く必要がある。 $\mathcal{P}(x(t), \text{Adj}(t))$ は混合整数計画問題であり、整数変数 $v_{ij}(k; t)$ の個数が $\frac{1}{2}N(N-1)T$ (ロボット 2 台の組合せ数 $\times$ 有限区間長) となる。したがって理論計算量が $\mathcal{O}(2^{N(N-1)T/2})$ となり、莫大な計算時間がかかることが課題となる。

計算時間を改善するには離散変数の数を減らすことが考えられる。 $N(N-1)/2$ はロボット数に由来するものであり、 T は有限区間長によるものである。したがって以下では、ロボット数に由来する部分を削減するために、分散制御手法を考える。また、有限区間長の削減のために、安定性を満たしつつ終端制約を緩和することを考える。

3.1 制約集合の解析

制約のない連続状態システムでは、各時刻において Lyapunov 関数 $V(t) = \|x(t) - x_f\|_P^2$ (ただし $P = P^T > 0$) が $V(t+1) \leq V(t)$ となるような制御を行うことにより Lyapunov 安定となる。 $x(t)$ に対する制約集合が凸の

場合でも同様に, 制約を満たしつつ $V(t+1) \leq V(t)$ となるように $u(t)$ を選ぶことで Lyapunov 安定となる [13]. しかし, 本研究の扱う制約集合は離散変数を含むため, 同様には議論できない.

ここでは, 以下のように定義する空間に対して解析をする.

【定義 1】 与えられたネットワーク構造 Adj に対して, 空間 $\mathcal{C}(Adj)$ を次のように定義する.

$$\mathcal{C}(Adj) = \{x \mid \|x_i - x_j\| \leq r + M(1 - a_{ij}), \forall i, j \in \mathcal{V}\} \quad (8)$$

定義より, $\mathcal{C}(Adj)$ は凸集合であることがわかる. このことから, もし $x_f \in \mathcal{C}(Adj(t))$ ならば, ネットワーク構造 $Adj(t)$ を固定すると, 制約集合が凸の連続変数システムとなるため, 上に述べたように制御を行えば Lyapunov 安定となる. したがって, 以下では $x_f \notin \mathcal{C}(Adj(t))$ の場合を考える.

仮定 1 より, $x_f \in \mathcal{C}(Adj_f)$ を満たす Adj_f が少なくとも一つ存在する. またこのとき, $\mathcal{C}(Adj(t))$ と $\mathcal{C}(Adj_f)$ には次の関係がある.

【補題 1】 任意の二つのネットワーク構造 Adj, Adj_f に対して, $\mathcal{C}$ は次の性質を持つ.

$$\mathcal{C}(Adj) \cap \mathcal{C}(Adj_f) = \mathcal{C}(Adj \vee Adj_f) \quad (9)$$

ここで $Adj \vee Adj_f$ は行列の各要素同士の論理和 $[a_{ij} \vee a_{ij}^f]$ から成る行列である.

(証明) $\mathcal{C}(Adj)$ は次のように書き換えられる.

$$\begin{aligned} &= \{x \mid \|x_i - x_j\| \leq r + M, \forall i, j\} \\ &\cap \{x \mid \|x_i - x_j\| \leq r, \forall i, j, \text{ s.t. } a_{ij} = 1\} \end{aligned}$$

同様に, $\mathcal{C}(Adj_f)$ は

$$\begin{aligned} &= \{x \mid \|x_i - x_j\| \leq r + M, \forall i, j\} \\ &\cap \{x \mid \|x_i - x_j\| \leq r, \forall i, j, \text{ s.t. } a_{ij}^f = 1\} \end{aligned}$$

と書ける. したがって,

$$\begin{aligned} &\mathcal{C}(Adj) \cap \mathcal{C}(Adj_f) \\ &= \{x \mid \|x_i - x_j\| \leq r + M, \forall i, j\} \\ &\cap \{x \mid \|x_i - x_j\| \leq r, \forall i, j, \text{ s.t. } a_{ij} = 1\} \\ &\cap \{x \mid \|x_i - x_j\| \leq r, \forall i, j, \text{ s.t. } a_{ij}^f = 1\} \\ &= \{x \mid \|x_i - x_j\| \leq r + M, \forall i, j\} \\ &\cap \{x \mid \|x_i - x_j\| \leq r, \forall i, j, \text{ s.t. } a_{ij} = 1, a_{ij}^f = 1\} \\ &\cap \{x \mid \|x_i - x_j\| \leq r, \forall i, j, \text{ s.t. } a_{ij} = 1, a_{ij}^f = 0\} \\ &\cap \{x \mid \|x_i - x_j\| \leq r, \forall i, j, \text{ s.t. } a_{ij} = 0, a_{ij}^f = 1\} \\ &= \{x \mid \|x_i - x_j\| \leq r + M, \forall i, j\} \\ &\cap \{x \mid \|x_i - x_j\| \leq r, \forall i, j, \text{ s.t. } a_{ij} \vee a_{ij}^f = 1\} \end{aligned}$$

なので, (9) 式が成り立つ.

集合 $\mathcal{C}(Adj)$ はネットワーク構造 Adj を崩さずに状態 x がとることのできる値の範囲を示しているため, リンク

を加えるほど, 状態 x がとることのできる値の範囲は狭くなる. そのため, (9) 式は右辺が Adj の論理和であるのに対して左辺は共通集合となっている.

補題 1 より, $\mathcal{C}(Adj(t)) \cap \mathcal{C}(Adj_f)$ は空集合ではないことがわかる. また, $Adj(t)$ および Adj_f が連結であるという仮定から, $Adj \vee Adj_f$ もまた連結である. システム (2) が可制御であることから, 現在値 $x(t) \in \mathcal{C}(Adj(t))$ から $\mathcal{C}(Adj(t)) \cap \mathcal{C}(Adj_f)$ 内の任意の点に移動できる. 同様に, $\mathcal{C}(Adj(t)) \cap \mathcal{C}(Adj_f)$ 内の任意の点から $x_f \in \mathcal{C}(Adj_f)$ へ移動できる. したがって, 任意の現在値 $x(t)$ および目標値 x_f に対し, $\mathcal{C}(Adj(t)) \cup \mathcal{C}(Adj_f)$ 内の点のみを通して $x(t)$ から x_f に到達できる経路が必ず存在する.

ロボット i の目標位置を x_i^f と表し, 全ロボットの目標位置の平均値を $\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_i x_i^f$, 全ロボットが $\bar{x}$ に集合した状態を $x_b = (\bar{x}^T, \dots, \bar{x}^T)^T$ と定義する. このとき, x_b は次の性質を持つ.

【補題 2】 任意の Adj に対して $x_b \in \text{int}(\mathcal{C}(Adj))$ である. ここで $\text{int}(\mathcal{C})$ は $\mathcal{C}$ の内点の集合である.

(証明) $\|x_i^b - x_j^b\| = \|\bar{x} - \bar{x}\| = 0$ であることから, 任意の Adj に対して

$$\begin{aligned} x_b &\in \{x \mid \|x_i - x_j\| < r + M, \forall i, j\} \\ &\cap \{x \mid \|x_i - x_j\| < r, \forall i, j, \text{ s.t. } a_{ij} = 1\} \end{aligned}$$

が成り立つ.

このことから, $x_b \in \text{int}(\mathcal{C}(Adj \vee Adj_f)) = \text{int}(\mathcal{C}(Adj(t)) \cap \mathcal{C}(Adj_f))$ であることがわかる.

さらに, 次の事柄がわかる.

【補題 3】 $q = (x_b - x_f) / \|x_b - x_f\|$ を用いて行列

$$Q = I - (1 - \epsilon^2)qq^T \quad (10)$$

を定義する. ここで I は単位行列であり, $0 < \epsilon^2 \leq 1$ である. 行列 Q は正定対称行列であり, ベクトル q 方向の内積をパラメータ ϵ によって変化させるものである. また, $\|x - x_f\|_Q^2$ を最小にする $x \in \mathcal{C}(Adj)$ を $\text{Proj}_{\mathcal{C}(Adj)}(x_f)$ と定義する. つまり

$$\|\text{Proj}_{\mathcal{C}(Adj)}(x_f) - x_f\|_Q^2 \leq \|x - x_f\|_Q^2, \forall x \in \mathcal{C}(Adj)$$

である. このとき,

$$\text{Proj}_{\mathcal{C}(Adj)}(x_f) \in \mathcal{C}(Adj \vee Adj_f) \quad (11)$$

が成り立つような ϵ が存在する.

(証明) まず, $x_\alpha = (1 - \alpha)x_f + \alpha x_b$, $\alpha \in (0, 1)$ を定義する. $x_\alpha \in \mathcal{C}(Adj)$ のうち, $\|x - x_f\|_Q^2$ を最小にする点を x_{α^*} と定義する. このとき $\|x_{\alpha^*} - x_f\|_Q^2 = (\epsilon \alpha^* \|x_f - x_b\|)^2$ である. 以下では, $(\epsilon \alpha^* \|x_f - x_b\|)^2 > \|x - x_f\|_Q^2$ となる点 x が $\mathcal{C}(Adj) \setminus \mathcal{C}(Adj_f)$ に存在しないことを示す.

$\mathcal{C}(Adj) \setminus \mathcal{C}(Adj_f)$ に含まれる点 x_β を $x_\alpha = (1 - \alpha)x_f + \alpha x_b$ とその任意の単位方向ベクトル x_n , 任意の係数 δ を用いて $x_\beta = x_\alpha + \delta x_n$ と表現する.

$\delta = 0$ のとき, すなわち $x_\beta = x_\alpha$ のときを考える. $\alpha \in [0, 1]$ の場合, $x_\alpha \in \mathcal{C}(Adj_f)$ と矛盾する. $\alpha < 0$ の場合, $x_\beta \in \mathcal{C}(Adj) \setminus \mathcal{C}(Adj_f)$ が存在すると仮定すると, $\mathcal{C}(Adj)$ の凸性より x_f は $\mathcal{C}(Adj)$ に含まれるので, $\text{Proj}_{\mathcal{C}(Adj)}(x_f) = x_f \in \mathcal{C}(Adj \vee Adj_f)$ である. $\alpha > 1$ の場合, $\|x_\beta - x_f\|_Q^2 = (\epsilon\alpha\|x_f - x_b\|)^2$ なので, 常に $\|x_\beta - x_f\|_Q^2 > (\epsilon\alpha^*\|x_f - x_b\|)^2, \alpha^* \in (0, 1)$ である. したがって任意の ϵ に対して, $(\epsilon\alpha^*\|x_f - x_b\|)^2 > \|x_\beta - x_f\|_Q^2$ を満たす x_β は存在しない.

つぎに $\delta \neq 0$ のときを考える. このとき, $\|x_\beta - x_f\|_Q^2 = \delta^2 + (\epsilon\alpha\|x_f - x_b\|)^2$ である. したがって, ϵ^2 が十分小さいとき, $\delta^2 + (\epsilon\alpha\|x_f - x_b\|)^2 \geq (\epsilon\alpha^*\|x_f - x_b\|)^2$ なので, $\epsilon^2\alpha^{*2} > \|x_\beta - x_f\|_Q^2$ を満たす x_β は存在しない.

以上より, 十分小さな ϵ^2 に対して, $\text{Proj}_{\mathcal{C}(Adj)}(x_f) \in \mathcal{C}(Adj \vee Adj_f)$ が成り立つ.

したがって, $\|x - x_f\|_Q^2$ が減少するように x を移動させると, Adj を変化させなくても x は $\mathcal{C}(Adj) \cap \mathcal{C}(Adj_f)$ に入る. ここで Adj を Adj_f に変化させることでより $\|x - x_f\|_Q^2$ を減少させることができ, x が x_f に収束することが期待できる.

3.2 分散制御

本節では分散制御手法により, 計算量の削減を行う. 分散コントローラ i は, 対応するロボット i の制御入力 $u_i(t)$ と, ネットワーク構造全体のうち $a_{ij}, \forall j \in \mathcal{V}$ に関係する制御入力 $v_i(t) = (v_{i1}(t), \dots, v_{iN}(t))^T$ を決定する.

集中制御とは異なり, 複数の分散コントローラが独立に削除するリンクを決定する場合, ネットワークが非連結になる恐れがある. したがって本論文では, ネットワーク構造の制御権を各分散コントローラに順に回す手法を考える. この手法は, 群ロボットの衝突回避問題を混合整数計画問題に帰着させた先行研究 [18, 19] の分散制御手法を基にしている.

時刻 t にネットワーク構造の制御権を持つコントローラの番号を $seq(t)$ で表し, $\{seq(t)\}_{t=0}^\infty = \{1, 2, \dots, N, 1, 2, \dots\}$ と定義する. また, $seq(t) = i$ となる t の集合を $\mathcal{T}_i$ と表す. 各コントローラは $seq(t)$ が自分の番号 i となる時刻 t で, 以下で定義する最適制御問題 $\mathcal{P}_i(x(t), Adj(t))$ を解き, ロボット i の制御入力 $u_i(t)$ およびネットワーク構造の制御入力 $v_i(t)$ を得る. さらに, このときの最適解を保持しておき, $seq(t)$ が自分の番号 i でない時刻 t の制御入力 $u_i(t)$ とする.

【問題 2】 $\mathcal{P}_i(x(t), Adj(t))$

$$\begin{aligned} & \min_{u_i(k;t), v_i} J_i(t) \\ & = \sum_{k=t}^{t+T-1} \left(\|x(k;t) - x_f\|_Q^2 + \|u(k;t)\|_R^2 \right), \\ & \text{subject to} \\ & x_i(k+1;t) = x_i(k;t) + u_i(k;t), \quad x_i(t;t) = x_i(t), \\ & a_{ij} = v_{ij}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \|x_i(k;t) - x_j(k;t)\| \leq r + M(1 - a_{ij}), \quad j \in \mathcal{V}, \\ & \lambda_2(Lap(k;t)) > 0, \\ & k \in \{t, \dots, t+T-1\}. \end{aligned}$$

ここで, $x_j(k;t)$ は

$$x_j(k;t) = \begin{cases} x_j^*(k;t_j), & k \in \{t_j, \dots, t_j+T\} \\ x_j^*(t_j+T;t_j), & k \geq t_j+T+1 \end{cases} \quad (12)$$

で与える. t_j は $t_j = \max\{s \mid s \in \mathcal{T}_j \cup \{0\}, s \leq t\}$ で定義され, $t_j \neq 0$ のとき $x_j^*(k;t_j)$ はコントローラ j が時刻 t_j で解いた最適化問題の解とする. $t_j = 0$ のときは $x_j^*(k;t_j) = x_j(0)$ とする.

以上に示すように, この最適制御問題はパラメータとして他のロボットの情報 $x_j^*(t;t_j), \forall j \neq i$ とシステム全体の情報であるネットワーク構造 $Adj(t)$ を必要とする. これらの情報は, 無線通信により得るものとする. コントローラ i の制御アルゴリズムとデータ送受信アルゴリズムを以下にまとめる.

アルゴリズム 1 分散制御

Input: $x_i(t), x_j^*(t;t_j), \forall j \neq i, Adj(t), u_i^*(t;t_i)$

Output: $u_i(t), v_i(t)$ 制御用, $\{u_i^*(k;t)\}_{k=t}^{t+T-1}$ 通信用

if $seq(t) \equiv i$ **then**

$\tilde{x}(t) \leftarrow (x_1^*(t;t_1), \dots, x_i(t), \dots, x_N^*(t;t_N))$

最適制御問題 $\mathcal{P}_i(\tilde{x}(t), Adj(t))$ を解き,

最適解 $\{u_i^*(k;t)\}_{k=t}^{t+T-1}, v_i^*(t)$ を得る.

$u_i(t) \leftarrow u_i^*(t;t), v_i(t) \leftarrow v_i^*(t).$

$t_i \leftarrow t.$

else

$u_i(t) \leftarrow u_i(t;t_i).$

end if

アルゴリズム 2 データの送受信

if $seq(t) \equiv i$ **then**

$\{u_i^*(k;t)\}_{k=t}^{t+T-1}, v_i(t)$ から $\{x_i^*(k;t)\}_{k=t}^{t+T}, Adj(t+1)$ を計算する.

$\{\{x_i^*(k;t)\}_{k=t}^{t+T}, Adj(t+1)\}$ を他のコントローラに送信する.

else

$\{\{x_{seq(t)}^*(k;t)\}_{k=t}^{t+T}, Adj(t+1)\}$ をコントローラ $seq(t)$ から受信する.

end if

この制御アルゴリズムを用いることで, システムは安定性を満たす.

【定理 1】 システム (1)(3)(5) はアルゴリズム 1 により制御されているとする. このとき, 問題 2 は $\forall t \geq 0$ で解を持ち (実行可能), システムは安定である. さらに, 補題 3 を満たすような Q を用いるとき, $x(t)$ は x_f に漸近収束する.

(証明) まず, 実行可能性を示す. 時刻 t で $i = seq(t)$

Fig. 2 Snapshot of the vehicle positions and network structure

に対し最適解 $u_i^*(k, t)$, $v_{ij}^*(t)$ が存在すると仮定する．これは，与えられた $x_j^*(k; t_j)$, $\forall j \neq i$ と $Adj(t)$ に対して制約を満たす．具体的に書くと， $v_{ij}^*(t)$ と $a_{lm \neq ij}(t)$ により生成される $Adj(t+1)$ と

$$\{x_i^*(k; t)\}_{k=t+1}^{t+T} = \{x_i^*(t+1; t), \dots, x_i^*(t+T; t)\}$$

が

$$\{x_j(k; t)\}_{k=t+1}^{t+T} = \{x_j^*(t+1; t_j), \dots, x_j^*(t_j+T; t_j), \dots, x_j^*(t_j+T; t_j)\}$$

に対して制約を満たすこととなる．したがって，時刻 $t+1$, $j = seq(t+1)$ において，

$$\{x_j(k; t+1)\}_{k=t+2}^{t+1+T} = \{x_j^*(t+2; t_j), \dots, x_j^*(t_j+T; t_j), \dots, x_j^*(t_j+T; t_j)\}$$

となるような $\{u_j(k; t+1)\}_{k=t+1}^{t+1+T}$ と $v_{jl}(t) = a_{jl}(t)$ は制約を満たし，解の候補となる．つまり，時刻 t で実行可能ならば時刻 $t+1$ でも実行可能である．また，初期状態 $x(0)$, $Adj(0)$ が制約 (5)(6) を満たすこと（仮定 1）から，時刻 $t=0$ で $u_1(k, t)=0$, $v_{1j}(t)=a_{1j}$ は状態 $x(t)$, $Adj(t)$ を変化させず制約を満たすので，解の候補となる．以上より，問題 2 は $\forall t \geq 0$ で実行可能であることが示された．

つぎに，安定性を示す． $x(t) = x_f$ のとき， $u_i^*(k; t) = 0$ なので， x_f は不動点である．ここで，正定関数 $V(x(t))$ を

$$V(t) = \sum_{k=t}^{t+T-1} \|x(k; t) - x_f\|_Q^2$$

と定義する．関数 $V(x(t))$ は

$$\begin{aligned} & V(x(t+1)) - V(x(t)) \\ & \leq \|x^*(t+T; t) - x_f\|_Q^2 - \|x(t; t) - x_f\|_Q^2 \\ & \leq 0 \end{aligned}$$

であるので，システムは安定である．さらに補題 3 より， $x(t)$ は少なくとも $\text{Proj}_{C(Adj)}(x_f)$ に収束することがわかるが， $\text{Proj}_{C(Adj)}(x_f)$ の近傍では $\|x - x_f\|_Q^2$ を改善できる v_i が少なくとも一つ存在するので，最終的に $x(t)$ は x_f に収束する．

4. 計算機シミュレーション

前節にて提案した分散制御手法の計算機シミュレーションを示す．ロボット数は $N=6$ 台とし，2次元空間を

$$x_i(t+1) = x_i(t) + u_i(t), \quad x_i = [q_i^x, q_i^y]^T \quad (13)$$

にしたがって移動するものとする．通信可能範囲は $r=10$ とし，初期位置 Fig. 1(a) から目標位置 Fig. 1(b) まで移動させる例を示す．最適化問題のパラメータは $Q=(10)$ 式， $\epsilon^2=0.1$, $R=I$ とする．

最適化問題の求解には，2.93GHz の Intel Core 2 Duo CPU，2GB の RAM を持つ計算機で，MATLAB7.5 にて CVXGEN[17] を用いた．さらに求解の高速化のため，通信可能範囲を円形ではなく内接正八角形で近似した．

提案手法によって制御を行った場合の，時刻 $t=0$ から 4 ステップごとの各ロボットの位置とネットワーク構造を Fig. 2 に示す．ネットワークを連結に保ちつつ，各ロボットが目標位置へ移動していることがわかる．

また，集中型の Receding Horizon 制御を行った場合と，提案する分散制御手法を行った場合の計算時間を Table 2 に示す．ここでは最適化問題（問題 1 あるいは問題 2）を $t=0$ から 39 までの計 40 回解いた際の，1 回あたりの計算時間の最大値，平均値，最小値を示している．集中型の場合と比較して，提案手法は計算時間が大幅に削減されていることがわかる．

Table 2 Computational time of the optimal control problem [sec]

	max	mean	min
Centralized control	24432	18220	12723
Distributed control	0.43	0.16	0.02

5. おわりに

本論文では、無線通信の範囲に制約がある群ロボットシステムの分散制御を考えた。これによって、各ロボットとネットワーク構造の同時制御ができ、より柔軟な群ロボット制御が可能となった。本研究ではまず、群ロボットシステムを通信距離制約およびネットワークの連結性制約を含むハイブリッドダイナミカルシステム（切替えシステム）として定式化した。ハイブリッドシステムの制御としては Receding Horizon 制御が考えられるが、この手法は計算時間に関する課題がある。この課題を解決するために、制約となる集合を解析し、分散制御手法と合わせることで計算時間の削減を行った。

ネットワーク構造のつなぎ換えが必要な場合の群ロボット制御に関する先行研究としては、文献 [20] が存在する。この先行研究では全ロボットを集合させることでネットワーク構造を完全グラフにし、その後グラフを目標の構造に変化させ、目標フォーメーションを達成させるという手法を提案している。一方で本研究の提案手法は最適制御ベースなので、多くの場合完全グラフを経由することはなく、各ロボットはより短い経路で目標位置に到達できると考えられる。また、通信チャンネル数の制約などのネットワーク構造制御に関する事柄を最適制御問題に導入することで、さらに多様な制約を考慮した制御も可能になると考えられる。

本論文で提案した分散制御手法は制御権をコントローラ 1 から N まで順に回す方法をとっている。これは、本研究のように各ロボットに制御権を送信するためにかかる時間を 1 ステップと仮定している場合、 N ステップごとに制御権が回ってくることが保証されているためである。しかし一般的には、ネットワーク構造に依存して制御権の送信にかかる時間が変わると考えられるので、今後はそのような場合を考慮する必要がある。また、提案手法で解く必要のある最適化問題はロボット数 N に対して計算時間が $O(2^{(N-1)})$ の指数関数オーダーとなるため、計算時間に関して改良の余地を残している。最適化問題の解法として ACO[21] などのメタヒューリスティクスを利用することによる計算時間の削減も考えられる。

参考文献

- [1] C. A. Rabbath, C. -Y. Su and A. Tsourdos: Special issue on multivehicle systems cooperative control with application; *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 15, No. 4 (2007)
- [2] R. M. Murray: Recent research in cooperative control of multivehicle systems; *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 129, No. 5, pp. 569–754 (2007)
- [3] J. A. Fax and R. M. Murray: Infomation frow and cooperative control of vehicle formations; *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 49, No. 9, pp. 1465–1476 (2004)
- [4] W. B. Dunbar and R. M. Murray: Distributed receding horizon control for multi-vehicle formation stabilization; *Automatica*, Vol. 42, No. 4, pp. 549–558 (2006)
- [5] B. Johansson, A. Speranzon, M. Johansson and K. H. Johansson: Distributed model predictive consensus; *Proc. 17th Int. Symp. Math. Theory Networks Syst.*, pp. 2638–2444 (2006)
- [6] G. Ferrari-Trecate, L. Galbusere, M. P. E. Marciandi and R. Scattolini: Model predictive control schemes for consensus in multi-agent systems with single- and double-integrator dynamics; *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 54, No. 11, pp. 2560–2572 (2009)
- [7] P. Santi: *Topology Control in Wireless Ad Hoc and Sensor Networks*, Wiley (2005)
- [8] M. M. Zavlanos and G. J. Pappas: Potential fields for maintaining connectivity of mobile network; *IEEE Transactions on Robotics*, Vol. 23, No. 4, pp. 812–816 (2007)
- [9] M. M. Zavlanos and G. J. Pappas: Distributed connectivity control of mobile networks; *IEEE Transactions on Robotics*, Vol. 24, No. 6, pp. 1416–1428 (2008)
- [10] C. Godsil and G. Royle: *Algebraic Graph Theory*, Springer-Verlag (2001)
- [11] D. Mayne, J. Rawlings, C. Rao and P. Scokaert: Constrained model predictive control: stability and optimality; *Automatica*, Vol. 36, pp. 789–814 (2000)
- [12] A. Bemporad and M. Morari: Control of systems integrating logic, dynamics and constraints; *Automatica*, Vol. 35, pp. 407–427 (1999)
- [13] 井村：システム制御のための安定論，コロナ社 (2000)
- [14] B. Korte and J. Vygen, 浅野ら訳：組み合わせ最適化理論とアルゴリズム，シュプリンガー・ジャパン (2005)
- [15] 小島，土谷，水野，矢部：内点法，朝倉書店 (2001)
- [16] M. Grant and S. Boyd: CVX: Matlab software for disciplined convex programming, version 1.21, <http://cvxr.com/cvx> (April 2011)
- [17] J. Mattingley, Y. Wang and S. Boyd: Receding horizon control: automatic generation of high-speed solvers; *IEEE Control Systems Magazine*, pp. 52–65 (June 2011)
- [18] 根，福島，松野：衝突回避を考慮した複数移動体のモデル予測編隊制御；計測自動制御学会論文集, Vol. 42, No. 8, pp. 877–883 (2006)
- [19] F. Tedesco, D. M. Raimondo, A. Casavola and J.

Lygeros: Distributed collision avoidance for interacting vehicles: a command governor approach; *2nd IFAC Workshop on Distributed Estimation and Control in Networked Systems* (NecSys'10) (2010)

- [20] M. Ji and M. Egerstedt: Distributed coordination control of multi-agent systems while preserving connectedness; *IEEE Transactions on Robotics*, Vol. 23, No. 4, pp. 693–703 (2007)
- [21] M. Schluter, J. A. Egea and J. R. Banga: Extended ant colony optimization for non-convex mixed integer nonlinear programming; *Computers & Operations Research*, Vol. 36, Issue 7, pp. 2217–2229 (2009)

著者略歴

むら やま
村 山

1984年11月4日生。2009年9月神戸大学大学院工学研究科情報知能学専攻博士前期課程修了。同年10月神戸大学大学院工学研究科情報知能学専攻博士後期課程進学、現在に至る。

とある
暢

なが の
長 野 明 紀

1996年東京大学教養学部基礎科学科第II卒業，1998年東京大学大学院総合文化研究科広域システム科学系修了，2001年アリゾナ州立大学博士課程修了（Ph.D.）。（株）日立製作所，ボストン大学，ハーバード大学，理化学研究所，アバディーン大学などを経て2007年神戸大学大学院工学研究科情報知能学専攻講師，2009年同准教授，2010年神戸大学大学院システム情報学研究科計算科学専攻准教授（現職）。専門はヒト筋骨格系のバイオメカニクス。日本バイオメカニクス学会理事。国際バイオメカニクス学会，アメリカバイオメカニクス学会，日本体育学会の会員。

ら し
羅 志 偉（正会員）

1963年10月3日生。1984年中国華中工学院自動制御と計算機学部卒業。同年中国蘇州大学教師，1986年より愛知工業大学客員研究員。1991年名古屋大学大学院工学研究科情報工学専攻博士課程前期課程修了，1992年同大学大学院博士課程後期課程修了。同年豊橋技術科学大学助手。理化学研究所フロンティア研究員，山形大学工学部助教授，理化学研究所バイオ・ミメティックコントロール研究センター環境適応ロボットシステム研究チーム・チームリーダーを経て，現在，神戸大学大学院システム情報学研究科計算科学専攻教授。ロボティクス，制御工学の研究に従事。博士（工学）。計測自動制御学会，日本神経回路学会，IEEEなどの会員。