トルクユニットマニピュレータの一つの制御方策*

吉田 浩治[†]・片山洋太郎[†]・衣笠 哲也[†]・福田 謙吾[‡]・大須賀公一[§]

A Control Strategy for Torque-unit Manipulators*

Koji YOSHIDA[†], Yotaro KATAYAMA[†], Tetsuya KINUGASA[†],
Kengo FUKUDA[‡] and Koichi OSUKA[§]

Torque-unit Manipulator (TUM) is a design concept of space manipulator. A device which is called “torque unit” is equipped on each link of a kinematic chain whose joints are all free. The “torque unit” can be made easily of a rotary actuator and a disc. TUM is a kind of nonholonomic system and the angular velocity of each disc at each time depends on the trajectories of the links. Controllability has been considered to control the position of each link to desired position and the angular velocity of each disc to desired constant value, by planning the trajectories of the links for 2-dimensional N d.o.f. TUM. It consequently has been shown that it is impossible to control the angular velocity of each disc to desired constant value since TUM has a first integral. However the first integral allows us to control the angular velocities of the all discs to a constant value of zero. Then, a control strategy is considered and described based on the results of the consideration on the controllability of all state valuables of TUM in this paper.

1. はじめに

トルクユニットマニピュレータ (Torque-unit Manipulator: TUM) とはマニピュレータの設計概念 [1,2] (Fig. 1) であり, 通常のマニピュレータと同じくリンクが関節でつながれてできた系であるが, 次の特徴をもつ.

- 各関節は1自由度の回転型非駆動関節である,
- 各リンクにはトルクを発生する“トルクユニット”が任意の位置に取り付けられる.

これは, 通常のマニピュレータにおいては関節が回転対偶とトルクの発生という二つの機能を有することに対して, TUM ではこれらを分解し関節に回転対偶のみの

Fig. 1 TUM: A design concept of manipulator

Fig. 2 Torque-unit

機能を, トルクユニットにトルク発生の機能を分け持たせたと考えることができる. トルクユニットはモータと円盤で簡単に作ることができる. Fig. 2 に示すように,

* 原稿受付 2012年2月6日

[†] 岡山理科大学 工学部 Faculty of Engineering, Okayama University of Science; 1-1 Ridai-cho, Kita-ku, Okayama city, Okayama 700-0005, JAPAN[‡] 株式会社 創発システム研究所 Sohatsu Systems Laboratory Inc.; 5-5-2, Minatojima-Minami, Chuo-ku, Kobe, Hyogo 650-0047, JAPAN[§] 大阪大学大学院 工学研究科 Graduate School of Engineering, Osaka University; 2-1, Yamadaoka, Suita, Osaka 565-0871, JAPAN

Key Words: torque-unit manipulator, space manipulator, nonholonomic system, control strategy, planning motion trajectory.

モータの軸に回転円盤を結合し、モータをリンクの任意の位置に装着する。モータが回転円盤にトルクをおよぼせばリンクにはその反トルクがおよぼされる。このようにしてこのトルクユニットは装着されたその位置でリンクにトルクをおよぼしそれを駆動する。上述の特徴を有するため、TUM には、

- 保守の容易性、
- 冗長アクチュエータ系の構成可能性

などの利点が生まれる。保守の容易性や冗長アクチュエータ系（一つのリンクに複数のトルクユニットを装着した系）を構成できることは高信頼性を得ることができると考えられる。高信頼性はマニピュレータが宇宙環境や危険な場所での作業のために遠隔地にある場合には特に重要であり、このような状況に対してマニピュレータの故障の発見や部位の特定の方法およびそれへの対処の研究がなされてきている [3-7]。TUM は冗長アクチュエータ系を構成できることで、アクチュエータの故障に対して有利である。TUM の動特性を表現する際、トルクユニット内の円盤は系を構成する一つのリンクと見なされるが、それらの変位角度は意味を持たず、運動方程式には各リンクの角度、角速度および角加速度、そして各円盤の角速度と角加速度のみが現れる。状態変数は各リンクの角度、角速度、および各円盤の角速度となる。そして TUM は 2 階の非ホロノミックな拘束を持つ系となることが知られている [8]。

同じく 2 階の非ホロノミックな拘束を持つマニピュレータに非駆動関節を有する劣駆動マニピュレータがある。このような系では、システムの軽量化や単純化が可能である。さらに、コストやエネルギー消費の低減といった利点を有する。また、なんらかの対象にハンマーを打ち付けるといった衝撃を伴う作業への応用や通常のマニピュレータにおいてアクチュエータが故障した際の対処の方策としての応用も考えられる [23]。劣駆動マニピュレータは運動計画と制御の観点から、特に理論的に非常に興味深い対象であり、多くの研究がなされてきている [9-27]。De Luca ら [16] は劣駆動マニピュレータにおける問題点をあらためて明確に整理して述べ、系の解析、運動計画および制御についてそれまでになされた研究の非常に良いまとめを与えている。さらに、2009 年に Roy and Asada [27] は航空機の翼を構成する wing box とよばれる部分の組立て作業に用いることを目的として劣駆動マニピュレータの研究を進めている。そこでは劣駆動マニピュレータの持つ軽量性やコンパクト性の利点が活かされている。理論的な興味だけではなく実際のアプリケーションも注目され始めている。

TUM がこれらの系と異なる点は、TUM の各リンクにはトルクユニットが装着されているために、トルクユニット内の円盤の運動を無視すれば、リンクに関しては通常のマニピュレータと同様に扱うことができることである。ただし、リンクを従来の制御則で位置制御すると、

一般にトルクユニット内の円盤に残留角速度が生じてしまう。すなわち、各リンクが目標位置に到達した後も円盤は一定の角速度で運動を続けてしまう（円盤が一定の角速度で回転している時にはリンクにはトルクをおよぼさない）。

これを契機として、2 次元平面内のみを運動できる TUM を対象として TUM の運動軌道を計画することによる状態変数の可制御性についての議論がなされた [28]。ある時点のトルクユニット内の円盤の角速度は、その時点までの TUM のリンクの運動履歴に依存する。この性質を用いて、TUM が任意の初期姿勢で静止し、各円盤が任意の一定値で回転している時、リンクの運動軌道を計画し、それに沿って運動を行わせることで任意の姿勢に制御し、かつ、各円盤の角速度を任意の一定値にすることの可能性について検討がなされた。その結果、TUM には第一積分が存在するため、TUM を任意の姿勢に制御できても、その時同時に円盤の角速度をすべて任意の値にすることは不可能であり、可制御ではないことがわかった。ただし、この第一積分は「円盤の全角運動量は保存される」ことを意味している。このことにより、TUM が任意の初期姿勢で静止し、各円盤の角速度が 0 の初期状態から TUM が任意の目標姿勢で静止し、各円盤の角速度が 0 の目標状態へは制御できる。TUM を運用する際には多くの場合これができるれば十分であると思われる。

本論文では、TUM のリンクの軌道計画による可制御性の考察 [28] に基づいて、TUM が任意の初期姿勢で静止し、各円盤の角速度が 0 の初期状態から任意の目標姿勢で静止し、各円盤の角速度が 0 の目標状態への制御方策を考察する。TUM のリンクの軌道計画による可制御性の考察においては円盤の角速度を任意の値にする軌道が存在することを構成することで示したが、軌道計画には TUM を構成するリンクと円盤の物理パラメータ（質量や慣性モーメントなど）について真値が必要であった。これは軌道計画を実施する際の非常な困難となる。しかし、本論文での考察の結果ではそれらの物理パラメータ値が不確かさを含む推定値あるいは概算値の場合でも各円盤の角速度を 0 に漸近させることができる。

本論文では、2. で平面内を運動する TUM の動特性モデルについて短く述べる。3. では物理パラメータ値に不確かさを含む場合でも各円盤の角速度を 0 に漸近させる問題を考察し、TUM の一つの制御方策を述べる。4. ではシミュレーションによって 3. の結果を確認する。5. でまとめと今後の課題について述べる。

2. N 自由度 TUM

Fig. 3 は本研究で対象とする TUM である。図に示すように 2 次元平面内を運動する N 自由度の TUM である。重力の影響はない状況を考える。すべての関節軸は平行でトルクユニットを構成する円盤の回転軸も

Fig. 3 2-dimensional TUM

すべて平行で関節軸にも平行である．リンク i に座標系 $(o_i; x_i, y_i, z_i)$ を設定し，リンクの長手方向に x_i をとる．円盤 i に座標系 $(o_{di}; x_{di}, y_{di}, z_{di})$ を適切に設定する．円盤の座標軸の一つを円盤の回転軸に一致させ，座標系原点を円盤の質量中心に設定する．このとき，リンク i の関節角度を θ_i で表し，関節角度ベクトルを $\theta = [\theta_1 \ \theta_2 \ \cdots \ \theta_N]^T$ と定義する．また，円盤の回転角度を φ_i で表し， $\varphi = [\varphi_1 \ \varphi_2 \ \cdots \ \varphi_N]^T$ を定義する． $[\cdot]^T$ はベクトルの転置である．リンク i について，質量を m_i ，質量中心回りの慣性モーメントを I_i で表し， o_i から o_{i+1} までの距離を l_i で表す．また，円盤 i について，質量を m_{di} で，回転軸回りの慣性モーメントを I_{di} で表す．ここで，リンク i の質量中心と o_{di} は o_i と o_{i+1} とを結ぶ線分上にあるとする．このとき r_i を o_i からリンク i の質量中心までの距離とし， o_i から o_{di} までの距離を l_{di} で表す．また，これらを用いてつぎの量を定義する．

$$M_i = \sum_{j=i}^N (m_j + m_{dj}) \quad (1)$$

$$R_i = m_i r_i + M_{i+1} l_i + m_{di} l_{di} \quad (2)$$

運動方程式は次のように導出されている [28]．

$$H_{11}(\theta) \ddot{\theta} + H_{12}(\theta) \ddot{\varphi} + \dot{H}_{11}(\theta) \dot{\theta} - \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{2} \dot{\theta}^T H_{11}(\theta) \dot{\theta} \right) = 0 \quad (3)$$

$$H_{12}^T(\theta) \ddot{\theta} + H_{22} \ddot{\varphi} = \tau_{disc} \quad (4)$$

ここで， $H_{11}(\theta)$ は円盤を固着したときのリンク系の慣性行列， H_{12} は円盤の回転軸回りの慣性モーメントを要

素に持つ上三角行列で

$$H_{12} = \begin{bmatrix} I_{d1} & I_{d2} & \cdots & I_{dN} \\ & I_{d2} & \cdots & I_{dN} \\ & & \ddots & \vdots \\ & & & I_{dN} \end{bmatrix} \quad (5)$$

H_{22} は円盤の回転軸回りの慣性モーメントを要素に持つ対角行列で

$$H_{22} = \text{diag} [I_{d1}, I_{d2}, \cdots, I_{dN}] \quad (6)$$

$\tau_{disc} = [\tau_{disc1} \ \tau_{disc2} \ \cdots \ \tau_{discN}]^T$ は円盤への入力トルクベクトルである（詳細は参考文献 [28] を参照のこと）．TUM はリンクの角度のみに注目し，円盤の運動を考慮しなければ，通常のマニピュレータと同じ運動方程式となり通常のマニピュレータと同様に扱うことができる [8]．

3. TUM の制御方策

まず，本論文で考察する問題はつぎである．

問題 TUM の初期状態：

$$\theta = \theta_s \quad \dot{\theta} = 0 \quad \dot{\varphi} = 0 \quad (7)$$

(θ_s は任意の姿勢) から終端状態：

$$\theta = \theta_d \quad \dot{\theta} = 0 \quad \dot{\varphi} = 0 \quad (8)$$

(θ_d は目標姿勢) へ至らせる制御方策を構成せよ．

このような，円盤が静止した初期状態から同じく静止した目標状態への制御の場合にはTUMの可制御性を議論する以前に大須賀ら [8] が制御方策を提案している．この方策はリンクを絶対角で見て一つずつ運動させる軌道を計画し，その計画されたリンクの軌道にフィードバック制御で追従させることで，リンクが目標状態に至った時点で各円盤の角速度を任意に小さくできることを示している．ある時点での円盤の角速度はTUMのリンクの運動軌道だけに依存しているので，この方策の本質は目的を実現するリンクの運動軌道を見つけることにある．しかし，リンクを一つずつ運動させる必要があるので，PTP(point-to-point) 制御となり障害物の有無など作業空間の都合によりリンクの軌道に制約がある場合は軌道計画に非常な労力を要することになる．本論文では，そのような欠点を改善するべく，制御方策を新たに考察する．

まず，つぎの問題1に対して解が与えられている．

問題1 TUMは初期状態でリンクが任意の位置で静止し円盤は任意の一定角速度を持つとする．このとき，各リンクが運動し T 秒後のリンクの位置が初期状態と同じ状態で静止し，その時点で円盤の角速度を任意の一定値にするようなリンクの運動軌道はあるか．

これに対してつぎの命題が与えられている [28] ．

【命題 1】 TUM には第一積分が存在し、 N 個の円盤の角速度の間にはつぎの拘束条件がある。

$$\sum_{i=1}^N I_{di} \dot{\varphi}_i(T) = \sum_{i=1}^N I_{di} \dot{\varphi}_i(0) \quad : \text{const} \quad (9)$$

このため、 N 個すべての円盤の角速度を任意の一定値にすることは構造的に不可能であるが、 $N-1$ 個を任意の一定値にするようなリンクの運動軌道はすくなくとも一つは存在する。

この命題 1 は非ホロノミック系を持つ特徴的な holonomy あるいは geometric phase[29] を利用した方法であり、TUM という系を詳細に調べることで得られた結果である。この holonomy の応用は広い分野で行われてきたが、ロボティクスの分野では [30-34] などがあり、それぞれの系に巧みに用いられて有用な結果を生み出している。この命題 1 を用いれば、問題を二つに分けて考えることができる。

- STEP 1 TUM のリンクについて任意の姿勢で静止した状態から目標姿勢で静止した状態への制御
- STEP 2 リンクが目標姿勢に至った後、各円盤の角速度を 0 にする制御

STEP 1 では円盤の運動を無視して TUM を取り扱ってよいことになる。このとき、TUM は通常のマニピュレータと同様になり、必要であれば最適時間制御や障害物回避の方策など今までの様々な知見（たとえば [35-37]）を用いることができる。つぎに命題 1 により運動軌道を計画することで $N-1$ 個の円盤の角速度を 0 にでき、リンクは目標位置に戻すことができる。このとき、初期状態で各円盤が静止している場合は、第一積分である (9) 式が 0 であるので、残りの 1 個の円盤の角速度は必然的に 0 になり、すべての円盤の角速度を 0 にすることができる。STEP 2 では命題 1 に沿って運動軌道を計画し計画された軌道に十分に精度良く追従させるための制御則を与えることで各円盤の角速度を 0 にすることができる。

このように二つに分けると、STEP 2 は STEP 1 に必ずしも引き続いて実行することもないことがわかる。たとえば、STEP 1 によってマニピュレータに pick-and-place 作業を複数回おこなわせた後、円盤に蓄積した残留角速度を零にするための STEP 2 を実施することも考えられる。

ところが、命題 1 に沿って軌道を計画しようとするとき TUM の物理パラメータの真値が必要になる [28]。真値を得ることは不可能であり、さらに、pick-and-place 作業などでハンドに何か搬送物を持つ場合は、その物理パラメータ値も必要になる。これは軌道計画を実施するうえで非常な困難となる。そこで本論文の主結果である次の命題を与える。

3.1 円盤の残留角速度を 0 に漸近させるための運動軌道

【命題 2】 時刻 t_{p-1} において TUM の各リンクはそれぞれの位置で静止していて、各円盤は一定の角速度で回転しているとする。このとき、円盤 m ($m=2,3,\dots,N$) に注目し次式のように軌道を計画する。

- $m=N$ の場合

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_{N-1}(t) &= B \sin \omega(t-t_{p-1}), \quad \omega = \frac{2\pi}{t_p-t_{p-1}}, \\ \dot{\theta}_i(t) &= 0 \\ (i &= 1, 2, \dots, N-2, N) \end{aligned} \quad (10)$$

- $3 \leq m \leq N-1$ の場合

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_{m-1}(t) &= B \sin \omega(t-t_{p-1}), \quad \omega = \frac{2\pi}{t_p-t_{p-1}}, \\ \dot{\theta}_{m+1}(t) &= -\dot{\theta}_{m-1}(t), \\ \dot{\theta}_i(t) &= 0 \\ (i &= 1, 2, \dots, m-2, m, m+2, \dots, N-1, N) \end{aligned} \quad (11)$$

- $m=2$ の場合

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_1(t) &= B \sin \omega(t-t_{p-1}), \quad \omega = \frac{2\pi}{t_p-t_{p-1}}, \\ \dot{\theta}_3(t) &= -\dot{\theta}_1(t), \\ \dot{\theta}_i(t) &= 0 \\ (i &= 2, 4, \dots, N-1, N) \end{aligned} \quad (12)$$

ここで、 $B = \sqrt{a} \sqrt{|\dot{\varphi}_{dm} - \dot{\varphi}_m(t_{p-1})|}$ とする。 a は定数であり、 $\dot{\varphi}_{dm}$ は円盤 m の目標角速度である。また、 $\dot{\varphi}_m(t_{p-1})$ は時刻 t_{p-1} における円盤 m の角速度である。TUM は時刻 t_{p-1} で動き始め時刻 t_p で各リンクは元の位置に戻り静止する。

このとき、TUM がこの軌道に沿って運動を繰り返したとき、ただし B は運動ごとで更新するが、円盤 m の角速度を、運動が終了するごとに任意の目標値に漸近させることができる θ_m と a の範囲が存在する (θ_m はリンク m の位置であり、運動中は一定値として計画されている。)

(証明) リンクに関する運動方程式 (3) をリンクが運動した時間で積分する。このとき、 $\dot{\theta}(t_{p-1}) = \dot{\theta}(t_p) = 0$ を考慮すると、

$$\begin{aligned} & \int_{t_{p-1}}^{t_p} \sum_{j=i}^N I_{dj} \ddot{\varphi}_j dt \\ &= \int_{t_{p-1}}^{t_p} \frac{\partial}{\partial \theta_i} \left(\frac{1}{2} \dot{\theta}^T \mathbf{H}_{11}(\theta) \dot{\theta} \right) dt \quad (i=1, 2, \dots, N) \end{aligned} \quad (13)$$

を得る。ここで、円盤 m の角速度を目標値に漸近させたいので、(13) 式で $i=m$ の式に注目し、

$$\frac{\partial}{\partial \theta_m} \left(\frac{1}{2} \dot{\theta}^T \mathbf{H}_{11}(\theta) \dot{\theta} \right) \quad (14)$$

を調べる．

$$\frac{\partial}{\partial \theta_m} \left(\frac{1}{2} \dot{\theta}^T H_{11}(\theta) \dot{\theta} \right) = - \sum_{i=1}^{m-1} l_i \left(\sum_{k=1}^i \dot{\theta}_k \right) \sum_{j=m}^N R_j \left(\sum_{q=1}^j \dot{\theta}_q \right) \sin \left(\sum_{p=i+1}^j \theta_p \right) \quad (15)$$

であることが簡単な計算によってわかる．このとき上のように軌道を計画すると， $\frac{\partial}{\partial \theta_m} \left(\frac{1}{2} \dot{\theta}^T H_{11}(\theta) \dot{\theta} \right)$ は

$$-l_{m-1} R_m \dot{\theta}_{m-1}^2 \sin \theta_m \quad (16)$$

となる（他の項はすべて 0 となる．）さらに， $m \leq N-1$ ならば

$$\frac{\partial}{\partial \theta_j} \left(\frac{1}{2} \dot{\theta}^T H_{11}(\theta) \dot{\theta} \right) = 0 \quad (j = m+1, m+2, \dots, N) \quad (17)$$

となる．なぜならば， $\frac{\partial}{\partial \theta_j} \left(\frac{1}{2} \dot{\theta}^T H_{11}(\theta) \dot{\theta} \right)$ ($j = m+1, m+2, \dots, N$) の各項は $\sum_{p=1}^j \dot{\theta}_p (=0)$ を積の形で含むからである．よって，(13) 式の $i = m$ の式は次式となる．

$$\begin{aligned} & \int_{t_{p-1}}^{t_p} I_{dm} \ddot{\phi}_m dt + \int_{t_{p-1}}^{t_p} \sum_{j=m+1}^N I_{dj} \ddot{\phi}_j dt \\ &= - \int_{t_{p-1}}^{t_p} l_{m-1} R_m \dot{\theta}_{m-1}^2 \sin \theta_m dt \\ \Rightarrow & \int_{t_{p-1}}^{t_p} I_{dm} \ddot{\phi}_m dt \\ &= - \int_{t_{p-1}}^{t_p} l_{m-1} R_m \dot{\theta}_{m-1}^2 \sin \theta_m dt \end{aligned} \quad (18)$$

θ_m が定数であることを考慮し積分を実行すると，

$$\begin{aligned} & \dot{\phi}_m(t_p) - \dot{\phi}_m(t_{p-1}) \\ &= \frac{-\sin \theta_m l_{m-1} R_m B^2 (t_p - t_{p-1})}{2 I_{dm}} \end{aligned} \quad (19)$$

となる． $B = \sqrt{a} \sqrt{|\dot{\phi}_{dm} - \dot{\phi}_m(t_{p-1})|}$ を代入すると，

$$\begin{aligned} \dot{\phi}_m(t_p) &= \frac{-\sin \theta_m l_{m-1} R_m (t_p - t_{p-1})}{2 I_{dm}} a \\ &\quad \times |\dot{\phi}_{dm} - \dot{\phi}_m(t_{p-1})| + \dot{\phi}_m(t_{p-1}) \end{aligned} \quad (20)$$

となる．運動後での円盤角速度の目標値 $\dot{\phi}_{dm}$ との差を評価する．

$$\begin{aligned} & |\dot{\phi}_{dm} - \dot{\phi}_m(t_p)| \\ &= |\dot{\phi}_{dm} - \dot{\phi}_m(t_{p-1})| \\ &\quad + a \sin \theta_m |\dot{\phi}_{dm} - \dot{\phi}_m(t_{p-1})| \end{aligned} \quad (21)$$

ここで，

$$b = \frac{l_{m-1} R_m (t_p - t_{p-1})}{2 I_{dm}} \quad (22)$$

とした．さて，

$$|\dot{\phi}_{dm} - \dot{\phi}_m(t_p)| < |\dot{\phi}_{dm} - \dot{\phi}_m(t_{p-1})| \quad (23)$$

となれば計画した軌道に沿った運動ごとに円盤 m の角速度 $\dot{\phi}_m(t)$ は目標値に近づく．そのための条件を調べる．

• $\dot{\phi}_{dm} - \dot{\phi}_m(t_{p-1}) > 0$ のとき

$$|1 + a \sin \theta_m| < 1 \quad (24)$$

ならば (23) 式が成立する．ここで， $\sin \theta_m \geq 0$ ならば， a ， b ともに正なので (24) 式は成立しない．また， $\sin \theta_m < 0$ ならば

$$0 < a < \frac{-2}{b \sin \theta_m} \quad (25)$$

のとき (24) 式が成立する．

• $\dot{\phi}_{dm} - \dot{\phi}_m(t_{p-1}) < 0$ のとき

$$|1 - a \sin \theta_m| < 1 \quad (26)$$

ならば (23) 式が成立する．ここで， $\sin \theta_m \leq 0$ ならば， a ， b ともに正なので (26) 式は成立しない．また， $\sin \theta_m > 0$ ならば

$$0 < a < \frac{2}{b \sin \theta_m} \quad (27)$$

のとき (26) 式が成立する．

以上で円盤 m ($m = 2, 3, \dots, N$) の角速度を任意の目標値に近づけることができる， θ_m と a の範囲を示すことができた．

このようにリンクが運動したとき，円盤 m ($m = 2, 3, \dots, N$) の角速度を目標値に近づけることができる．さらに， $m \neq N$ である円盤 m については角速度を目標値に近づけることができる一方で，その円盤より先端側にあるすべての円盤，すなわち $i > m+1$ である円盤 i の角速度は繰り返される運動前後で変化はない．これについては，軌道計画における B の値には関係なく (17) 式が成立することで得られる．

この命題 2 を用いると，(10)-(12) 式でリンクの運動軌道を計画し，必要な回数だけ繰り返して運動させれば円盤 m の角速度は目標値を 0 とすることで 0 に漸近させることができる．運動軌道における振幅 B は円盤の現時点における角速度 $\dot{\phi}_m(t_{p-1})$ と定数 a によって決定すればよく， a の値は次式で示される範囲にあればよいことになる．

$$0 < a < \left| \frac{2}{b \sin \theta_m} \right| \quad (28)$$

上限の値は物理パラメータ値と制御時間および θ_m で決定される．したがって，あらかじめ得られた物理パラメータ値の推定値や概算値を用いれば a を設定できる．そして，これを円盤 N の角速度に対して実施を開始し，

順次，円盤 2 の角速度に対してまで実施すればこれらの円盤の角速度を 0 に近づけることができる．このとき，TUM の第一積分である (9) 式を考慮すると，初期状態で円盤の角速度はすべて 0 であったので

$$\sum_{i=1}^N I_{di} \dot{\varphi}_i(T) = \sum_{i=1}^N I_{di} \dot{\varphi}_i(0) = 0 \quad (29)$$

により円盤 1 の角速度も十分に 0 に近い値となっている．ただし，命題 2 で示したように，円盤 m の角速度と目標値との誤差の正負によってリンク m の角度 θ_m を変更する必要が生じる場合がある．これについては文献 [28] における補題を用いることで解決できる．すなわち，必要に応じてリンク m の角度を変更する運動をおこなっても，運動前後ですべての円盤の角速度に変化が生じないようにすることは可能である．

3.2 STEP 2 における軌道追従のための制御則

STEP 2 において計画された運動軌道にリンクを追従させるための制御則に PD 型二重構造ロバストモデル追従制御 [38] を用いる．これによりモデリング誤差に対してロバストであり，固定ゲイン型の制御系が構成できる．制御則を次のように与える．(3) 式および (4) 式より $\ddot{\varphi}$ を消去すると，

$$\begin{aligned} \tau_{disc} = & -(H_{12}H_{22}^{-1})^{-1} \\ & [(H_{11}(\theta) - H_{12}H_{22}^{-1}H_{12}^T)\ddot{\theta} \\ & + \dot{H}_{11}(\theta)\dot{\theta} - \frac{\partial}{\partial\theta}(\frac{1}{2}\dot{\theta}^T H_{11}(\theta)\dot{\theta})] \end{aligned} \quad (30)$$

が得られるので，

$$\begin{aligned} J(\theta) = & -(H_{12}H_{22}^{-1})^{-1} \\ & [(H_{11}(\theta) - H_{12}H_{22}^{-1}H_{12}^T)], \\ f(\theta, \dot{\theta}) = & -(H_{12}H_{22}^{-1})^{-1} \\ & [\dot{H}_{11}(\theta)\dot{\theta} - \frac{\partial}{\partial\theta}(\frac{1}{2}\dot{\theta}^T H_{11}(\theta)\dot{\theta})] \end{aligned} \quad (31)$$

として，入力 u を次のように決定する．

$$\begin{aligned} u = & \hat{J}(\theta)(u_M + \tau) + \hat{f}(\theta, \dot{\theta}), \\ u_M = & \ddot{\theta}_d - b_2(\dot{\theta}_M - \dot{\theta}_d) - b_1(\theta_M - \theta_d), \\ \tau = & -kh_2(\dot{\theta} - \dot{\theta}_M) - kh_1(\theta - \theta_M) \end{aligned} \quad (32)$$

ここで， θ_M と $\dot{\theta}_M$ は

$$\ddot{\theta}_M = u_M \quad (33)$$

で構成された線形中間モデルから得られる出力であり， $\ddot{\theta}_d(t)$ ， $\dot{\theta}_d(t)$ ， $\theta_d(t)$ は目標軌道である．また， b_1 ， b_2 ， kh_1 ， kh_2 はゲインである． $\hat{J}(\theta)$ と $\hat{f}(\theta, \dot{\theta})$ は物理パラメータの推定値や概算値および θ ， $\dot{\theta}$ で得られる慣性行列とコリオリ・中心力項である．このとき，目標軌道の初期状態を TUM の運動開始前の状態に一致させておけば，任意の時刻で必要な精度で目標軌道に追従させることができる．

4. 制御方策のシミュレーション

3. で考察した制御方策のシミュレーションをおこなう．本論文の主結果である，STEP 2 において TUM が計画された運動軌道に沿って繰り返し運動をおこなうことによって円盤の残留角速度を 0 に漸近させることができることを確認する．2 次元平面内の 3 リンクの TUM を用いてシミュレーションをおこなう．

4.1 3 自由度 TUM

TUM の各リンクはアルミ棒で，トルクユニットの円盤は鉄製，モータは小型の DC サーボモータで構成されているものとした．諸元を Table 1 に示す．三つのリンクの諸元は同じにした．これらは，文献 [28] におけるシミュレーションで用いた諸元と同じであり，現実の物に即した量である．また， $b_1 = 10$ ， $b_2 = 30$ ， $kh_1 = 330$ ， $kh_2 = 330$ とした． $\hat{J}(\theta)$ と $\hat{f}(\theta, \dot{\theta})$ は TUM の基底パラメータ値の真値に対してそれぞれ $\pm 10\%$ の誤差を含む値を用いて計算した．これは，TUM の運動データでパラメータ同定をおこない，それによって得られたパラメータ値を用いることを考えていることによる． a については誤差を含む基底パラメータ値を用いて (28) 式の上限値を計算しそれに 0.98 を乗じた値を用いた．シミュレーションでは，STEP 1 においても目標軌道を計画して同じ制御側を用いることにする．

Table 1 Physical parameter value

Parameter	Value
l_i	0.3 [m]
m_i	0.806 [kg]
r_i	0.15 [m]
I_i	0.00380 [kgm ²]
l_{di}	0.15 [m]
m_{di}	0.176 [kg]
I_{di}	0.00234 [kgm ²]

4.2 シミュレーション

STEP 1 として，すべてのリンクと円盤の角速度が 0 (静止状態) の初期状態からリンクをある目標角度に制御したのち，STEP 2 として，そのとき生じた円盤の残留角速度を 0 に近づける．まず，

- 初期状態：

$$\theta(0) = \begin{pmatrix} \pi/3 \\ \pi/4 \\ -\pi/6 \end{pmatrix} [\text{rad}], \dot{\theta}(0) = \dot{\varphi}(0) = \mathbf{0} [\text{rad/s}] \quad (34)$$

- 目標状態：

$$\theta(T) = \begin{pmatrix} 3\pi/4 \\ -\pi/6 \\ -\pi/2 \end{pmatrix} [\text{rad}], \dot{\theta}(T) = \dot{\varphi}(T) = \mathbf{0} [\text{rad/s}] \quad (35)$$

とする．

- STEP 1 ($0 \leq t \leq 5 (= t_1)$): 各リンクを目標角度に制御する．

目標角度までの各リンクの目標軌道を次式のように時間に関する 3 次の多項式で作成する．

$$\theta_{di} = a_{i,0} + a_{i,1}t + a_{i,2}t^2 + a_{i,3}t^3 \quad (36)$$

ここで, $a_{i,j}$ ($i=1,2,3, j=0,1,2,3$) は初期状態における角度と目標角度および運動に必要とする時間によって一意に決定できる． $\dot{\theta}_{di}, \ddot{\theta}_{di}$ ($i=1,2,3$) は (36) 式を時間微分することで得られる．

各リンクが目標角度に到達したとき, $\dot{\varphi}_1(t_1) = 4.1047[\text{rad/s}]$, $\dot{\varphi}_2(t_1) = -0.0002[\text{rad/s}]$, $\dot{\varphi}_3(t_1) = -4.1049[\text{rad/s}]$ の残留角速度が生じた．

- STEP 2

- (i) ($5 < t < 10$): 状態の保持．
- (ii) ($10 \leq t \leq 25 (= t_2)$): 円盤 3 の残留角速度 $\dot{\varphi}_3(t_1)$ を 0 に漸近させる．
命題 2 に従って軌道を計画し, 運動を 2 回繰り返しておこなわせる．2 回の運動ごとに B は更新される．一度目の運動が終了したとき ($t = 15[\text{s}]$), 円盤の角速度は $\dot{\varphi}_1(15) = 4.1050[\text{rad/s}]$, $\dot{\varphi}_2(15) = -4.0228[\text{rad/s}]$, $\dot{\varphi}_3(15) = -0.0822[\text{rad/s}]$ となった．二度目の運動が終了したとき, 円盤の角速度は $\dot{\varphi}_1(t_2) = 4.1050[\text{rad/s}]$, $\dot{\varphi}_2(t_2) = -4.1033[\text{rad/s}]$, $\dot{\varphi}_3(t_2) = -0.0016[\text{rad/s}]$ となった．
- (iii) ($25 < t < 30$): 状態の保持．
- (iv) ($30 \leq t \leq 45 (= t_3)$): 円盤 2 の残留角速度 $\dot{\varphi}_2(t_2)$ を 0 に漸近させる．
同じく命題 2 に従って軌道を計画し, 運動を 2 回繰り返しておこなわせる．2 回の運動ごとに B は更新される．一度目の運動が終了したとき ($t = 35[\text{s}]$), 円盤の角速度は $\dot{\varphi}_1(35) = 0.0837[\text{rad/s}]$, $\dot{\varphi}_2(35) = -0.0821[\text{rad/s}]$, $\dot{\varphi}_3(35) = -0.0016[\text{rad/s}]$ となった．二度目の運動が終了したとき, 円盤の角速度は $\dot{\varphi}_1(t_3) = 0.0034[\text{rad/s}]$, $\dot{\varphi}_2(t_3) = -0.0016[\text{rad/s}]$, $\dot{\varphi}_3(t_3) = -0.0016[\text{rad/s}]$ となった．

シミュレーション結果は Figs.4-6 である．各リンクの運動軌道は目標軌道に重なって軌道追従が十分にできていることがわかる．運動を繰り返すことで, 円盤の角速度は 0 に漸近させられることがわかる．最終的に各円盤の角速度は $\dot{\varphi}_1(T) = 0.0034[\text{rad/s}]$, $\dot{\varphi}_2(T) = -0.0016[\text{rad/s}]$, $\dot{\varphi}_3(T) = -0.0016[\text{rad/s}]$ となった．

5. おわりに

2 次元平面内を運動する N 自由度の TUM を対象にしてつぎの問題を考察した．

TUM の初期状態ではリンクが任意の位置で静止し各円盤の角速度が 0 であるとき, TUM のリンクについては

Fig. 4 Joint angles

Fig. 5 Angular velocities of links

Fig. 6 Angular velocities of discs

任意の目標位置で静止させ, 各円盤の角速度を 0 にするための制御方を構成せよ．

この問題をつぎの二つに分けた．

- (1) リンクを目標位置に制御すること
- (2) 各円盤の角速度 0 にすること

TUM は円盤の運動を無視すれば通常のマニピュレータ

と同様に扱えるので、(1) に対しては通常のマニピュレータに対してこれまでに提案された制御方法を用いることができる。(2) に対しては円盤 N の角速度を 0 に漸近させることから開始して順次円盤の角速度を 0 に漸近させ、最終的にすべての円盤の角速度を 0 に漸近させるためのリンクの運動軌道を計画する方法を与えた。この方法での軌道計画は TUM のリンクや円盤の物理パラメータ値に不確かさが含まれていても可能である。計画された運動軌道への追従制御にはモデル誤差に対してロバストで固定ゲイン型の制御則を用いる。問題を二つに分けて解決できることで、(1) と (2) を必ずしも連続しておこなう必要はなく、TUM に (1) によって pick-and-place などの作業を連続しておこなわせた後に円盤の角速度の大きさを監視しながら、独立して (2) を実施するなどのことも考えられる。

Arai ら [22-25] は平面内を運動するリンクに非駆動関節によって力をおよぼす場合、リンクの長手方向とそれに直交する方向とに分けることでそのリンクの衝撃中心の位置と角度を独立に変更できるという物理的洞察に基づいて一連の研究をおこなっている。この物理的事実は De Luca ら [13-18] によっても用いられ厳密な線形化 [39] による N 個の非駆動関節を持つマニピュレータのフィードバック制御法が提案されている。このように物理的な洞察は重要である。本論文では円盤 i の角速度を目標の値に漸近させるためにはリンク $i-1$ と $i+1$ の角速度をそれぞれ正弦波状にしかもお互いが逆の方向（マイナスが掛かる）になるような運動を繰り返すことで達成できることを示した。しかし、このことの物理的な解釈はなされていない。さきに述べた観点からこの系をよりよく理解するために物理的解釈を今後の課題とする。このことは、目標を達成する運動軌道を得る際に物理的なイメージや予想が先行したわけではないことを意味する。本論文における命題 2 で示した軌道については、(15) 式が (16) 式のように簡単になることが、運動方程式を詳細に調べることではじめて理解され、そのように簡単になるための運動軌道が満たすべき条件がわかり、そこから得られたものである。このような系を対象とする場合に物理的な予想、あるいは物理的な解釈が難しいことが問題の解決における困難の一つであると思われる。

本論文の結果は、

- 実験機による検証

が課題としてある。さらに、本論文では、重力の作用しない 2 次元平面内のみを運動する TUM を対象にしていたが（重力がリンクに作用する場合、たとえばリンクを静止状態にさせるためには、定常的なトルクをトルクユニットが発生する必要がある。それは円盤の定常的な角加速度運動を引き起こすため実際的ではない。）

- 宇宙空間のような重力の作用しない場合で 3 次元的に運動する TUM に対して同様の問題の考察

が課題となると思われる。また、すべての関節が非駆動

関節で構成された運動学鎖にトルクユニットを 2 個か 3 個で関節数より少ない個数を装着した劣駆動 TUM の構成が考えられる。このような系の制御方策も今後の課題である。また、Acrobot[17,40] や Pendubot[41] は平面内を運動する劣駆動系の一つであるが、これらを重力が作用する鉛直面内で倒立させるための振上げ動作が研究されている。劣駆動 TUM では円盤の残留角速度を考慮した同様の問題は課題として挙げられる。

参考文献

- [1] K. Osuka, K. Yoshida and T. Ono: New design concept of space manipulator; *Proc. of The 33rd IEEE Conference on Decision and Control*, pp. 1823–1825 (1994)
- [2] 大須賀, 吉田, 小野: トルクユニットマニピュレータの提案; 日本ロボット学会誌, Vol. 14, No. 7, pp. 104–111 (1996)
- [3] M. L. Visinsky, J. R. Cavallaro and I. D. Walker: A dynamic fault tolerance framework for remote robots; *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol. 11, No. 4, pp. 477–489 (1995)
- [4] S. Simant, C. Fantuzzi and R. Patton: *Model-based Fault Diagnosis in Dynamic Systems using Identification Techniques*, Springer-Verlag (2002)
- [5] M. M. W. Dixon, D. Dawson and I. Walker: Fault detection and identification for robot manipulators; *Proc. of 2004 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 4981–4986 (2004)
- [6] A. De Luca and R. Mattone: An identification scheme for robot actuator faults; *Proc. of 2005 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pp. 634–639 (2005)
- [7] A. De Luca and L. Ferrajoli: A modified Newton-Euler method for dynamic computations in robot fault detection and control; *Proc. of 2009 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 3359–3364 (2009)
- [8] 大須賀, 野原: トルクユニットマニピュレータの軌道計画による姿勢制御 - 非ホロノミック系としての取り扱い - ; 日本ロボット学会誌, Vol. 18, No. 4, pp. 150–153 (2000)
- [9] J. Imura, K. Kobayashi and T. Yoshikawa: Nonholonomic control of 3 link planar manipulator with a free joint; *Proc. of IEEE Conference on Decision and Control*, pp. 1682–1687 (1996)
- [10] K. Kobayashi and T. Yoshikawa: Controllability of under-actuated planar manipulators with one un-actuated joint; *Proc. of 2000 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and System*, pp. 133–138 (2000)
- [11] M. Reyhanoglu, A. van der Schaft and N. Harris: Nonlinear control of a class of under actuated systems; *Proc. of 1996 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 2668–2675 (1996)

- [12] F. Bullo and K. M. Lynch : Kinematic controllability and decoupled trajectory planning for underactuated mechanical systems; *Proc. of 2001 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 3300–3307 (2001)
- [13] A. De Luca, R. Mattone and G. Oriolo : Control of underactuated mechanical systems: Application to the planar 2R robot; *Proc. of IEEE Conference on Decision and Control*, pp. 1455–1460 (1996)
- [14] A. De Luca, R. Mattone and G. Oriolo : Stabilization of an underactuated planar 2R manipulator; *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, Vol. 10, pp. 181–198 (2000)
- [15] A. De Luca and G. Oriolo : Motion planning and trajectory control of an underactuated three-link robot via dynamic feedback linearization; *Proc. of 2000 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 2789–2795 (2000)
- [16] A. De Luca, S. I. R. Mattone and G. Oriolo : Underactuated manipulators: Control properties and techniques; *Machine Intelligence and Robotic Control*, Vol. 4, No. 3, pp. 113–126 (2002)
- [17] A. De Luca and G. Oriolo : Trajectory planning and control for planar robots with passive last joint; *The International Journal of Robotics Research*, Vol. 21, No. 5-6, pp. 575–590 (2002)
- [18] S. Iannitti and A. De Luca : Dynamic feedback control of XYnR planar robots with n rotational passive joints; *Journal of Robotics Systems*, Vol. 20, No. 5, pp. 251–270 (2003)
- [19] G. Oriolo and Y. Nakamura : Free-joint manipulation: Motion control under second-order nonholonomic constraints; *Proc. of IEEE/RSJ International Workshop on Intelligent Robots and Systems'91*, pp. 1248–1253 (1991)
- [20] 中村, 濃沼, 鈴木 : 自由関節を持つ平面アームのカオスの挙動と非線形制御 - ドリフトを持つ非ホロノミック機械の制御 - ; *日本ロボット学会誌*, Vol. 14, No. 4, pp. 602–611 (1996)
- [21] 鈴木, 三好, 中村 : 非ホロノミック自由関節マニピュレータの制御; *日本ロボット学会誌*, Vol. 19, No. 4, pp. 499–509 (2001)
- [22] 荒井 : 非駆動関節を有する3自由度マニピュレータの非ホロノミック拘束下における可制御性; *日本ロボット学会誌*, Vol. 14, No. 5, pp. 751–758 (1996)
- [23] H. Arai, K. Tanie and N. Shiroma : Nonholonomic control of a three-DOF planar underactuated manipulator; *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol. 14, No. 5, pp. 681–695 (1998)
- [24] K. M. Lynch, N. Shiroma, H. Arai and K. Tanie : Collision-free trajectory planning for a 3-DoF robot with a passive joint; *The International Journal of Robotics Research*, Vol. 19, No. 12, pp. 1171–1184 (2000)
- [25] N. Shiroma, H. Arai and K. Tanie : Nonholonomic motion planning for coupled planar rigid bodies with passive revolute joints; *The International Journal of Robotics Research*, Vol. 21, No. 5-6, pp. 563–574 (2002)
- [26] S. K. Agrawal and V. Sangwan : Differentially flat designs of underactuated open-chain planar robots; *IEEE Transactions on Robotics*, Vol. 24, No. 6, pp. 1445–1451 (2008)
- [27] B. Roy and H. H. Asada : Nonlinear feedback control of a gravity-assisted underactuated manipulator with application to aircraft assembly; *IEEE Transactions on Robotics*, Vol. 25, No. 5, pp. 1125–1133 (2009)
- [28] 吉田, 大須賀 : トルクユニットマニピュレータの全状態変数を制御するための運動軌道に関する考察; *日本ロボット学会誌*, Vol. 25, No. 7, pp. 1108–1117 (2007)
- [29] たとえば, J. E. Marsden and T. S. Ratiu : *Introduction to Mechanics and Symmetry*, 2nd edition, Springer-Verlag (1999)
- [30] Z. Li, R. Montgomery and M. Raibert : Dynamics and optimal control of a legged robot in flight phase; *Proc. of IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 1816–1821 (1989)
- [31] R. E. Murray and S. S. Sastry : Nonholonomic motion planning: Steering using sinusoids; *IEEE Trans. on Automat. Contr.*, Vol. 38, No. 5, pp. 700–716 (1993)
- [32] G. C. Walsh and S. S. Sastry : On reorienting linked rigid bodies using internal motions; *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol. 11, No. 1, pp. 139–146 (1995)
- [33] J. Ostrowski and J. Burdick : Gait kinematics for a serpentine robot; *Proc. of 1996 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 1294–1299 (1996)
- [34] 石川 : 三叉ヘビ型ロボットの推進原理と周期入力による制御; *計測自動制御学会論文集*, Vol. 39, No. 5, pp. 520–528 (2006)
- [35] F. Pfeiffer and R. Johanni : A concept for manipulator trajectory planning; *IEEE Journal of Robotics Automat.*, Vol. RA-3, No. 2, pp. 115–123 (1987)
- [36] J.-J. E. Slotine and H. S. Yang : Improving the efficiency of time-optimal path-following algorithms; *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol. 5, No. 1, pp. 118–124 (1989)
- [37] Z. Shiller and S. Dubowsky : On computing the global time-optimal motions of robotic manipulators in the presence of obstacles; *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol. 7, No. 6, pp. 785–797 (1991)
- [38] 大須賀, 杉江, 小野 : マニピュレータのPD型二重構造ロバストモデル追従制御; *計測自動制御学会論文集*, Vol. 25, No. 1, pp. 46–53 (1989)
- [39] A. Isidori : *Nonlinear Control Systems*, 3rd edition, Springer-Verlag (1995)
- [40] M. W. Spong : The swing up control problem for the acrobot; *IEEE Control Systems*, Vol. 15, No. 1, pp. 49–55 (1995)

- [41] M. W. Spong and D. Block: The Pendubot: A mechatronic system for control research and education; *Proc. of the 34th IEEE Conference on Decision and Control*, pp. 555–557 (1995)

著者略歴

よし だ こう じ (正会員)

1993年大阪大学大学院基礎工学研究科博士後期課程単位取得認定退学。同年、大阪府立大学工学部助手。1997年岡山県立大学情報工学部講師，助教授を経て，2006年岡山理科大学工学部助教授，2008年同教授，現在に至る。制御工学やロボティクスなどの研究に従事。博士（工学）。日本ロボット学会，計測自動制御学会，日本機械学会，IEEEなどの会員。

かた やま よう た ろう

2011年岡山理科大学工学部機械システム工学科卒業。現在，岡山理科大学大学院工学研究科修士課程在学中。制御工学に関する研究に従事。

きぬ がさ てつ や (正会員)

1999年大阪府立大学大学院工学研究科博士後期課程修了。同年津山工業高等専門学校助手，2002年岡山理科大学工学部機械システム工学科講師を経て，2008年同准教授，現在に至る。2006年～2007年，Institute de Recherche en Communications et Cybernétique de Nantes 客員研究員。制御工学，ロボティクスに関する研究に従事。博士（工学）。日本ロボット学会，計測自動制御学会，日本機械学会，IEEEなどの会員。

ふく だ けん 吾

1983年大阪府立大学工学部機械工学科卒業。大和製衡（株）を経て，1995年応用計測工業（株）入社。その後，2003年に姫路工業大学大学院工学研究科博士後期課程修了。はかりの設計，研究開発，振動データの現場計測，解析などに従事した。2011年株式会社創発システム研究所に入社，現在は動的質量計測や制御工学に関する研究に従事。博士（工学）。計測自動制御学会などの会員。

おお す か こう いち (正会員)

1984年大阪大学大学院基礎工学研究科修士課程修了。同年（株）東芝入社，総合研究所勤務。1986年大阪府立大学工学部助手。その後，同講師，同助教授を経て，1998年京都大学大学院情報学研究科助教授，2003年神戸大学工学部教授，2009年大阪大学大学院工学研究科教授，現在に至る。ロボティクス，制御工学の研究に従事。博士（工学）。日本ロボット学会，計測自動制御学会，日本機械学会，IEEEなどの会員。