平均コンセンサスアルゴリズムによる分散円あてはめ*

村西 悠[†]・林 直樹[†]・高井 重昌[†]

Distributed Circle Fitting by an Averaging Consensus Algorithm*

Yu MURANISHI[†], Naoki HAYASHI[†] and Shigemasa TAKAI[†]

This paper considers circle fitting problems by an averaging consensus algorithm of multi-agent systems. We propose a distributed approach where each agent arranged in a plane estimates a circle that minimizes the algebraic or geometric distance to all agents. The simulation result shows that the proposed circle fitting can find the optimal circle by the distributed consensus algorithm.

1. はじめに

近年、マルチエージェントシステムによる分散制御が注目されている。ここでエージェントとは、自律的に意思決定し、行動する因子であり、複数のエージェントによって構成されるシステムをマルチエージェントシステムとよぶ。マルチエージェントシステムでは、エージェントが他のエージェントと互いに通信を取り合いながら協調的に動作することで、システム全体の大域的な目的を達成する。このような制御は協調制御とよばれ、個々のエージェントのダイナミクスは単純なモデルでありながら、全体として複雑な振舞いをするシステムを構成することが可能となる。その代表的な例として、コンセンサス制御やフォーメーション制御などが挙げられ、多くの研究がなされている [1–3]。また、コンセンサス制御においてコンセンサスの達成だけではなく、コンセンサスによって得られる値を用いて画像処理分野への応用を試みた研究がある [4]。このように、エージェント間のコンセンサスに基づいて分散協調制御に関する考察を行うことは今後さらに重要となり、その応用性は高いと考えられる。

そこで本論文では [4] で提案された手法を用いて、マルチエージェントシステムにおいて代表的な制御則であるコンセンサスアルゴリズムにより、分散的に円あてはめ問題を解く手法を提案する。ここで円あてはめ問題と

は、二次元座標上に与えられた複数の点からもっともあてはまる円を推定する問題のことをいう。本論文では、推定した円のあてはめ精度を評価するために、代数的距離を最小化の問題と幾何学的距離を最小化の問題を考える。代数的距離を最小化の問題とは、円を表現する代数方程式の零空間を推定する問題のことである。また、幾何学的距離を最小化の問題とは、与えられた各点と円との距離の二乗の総和を最小化するような円を求める問題のことである。一般に、代数的距離を最小化する方法は、幾何学的距離を最小化する方法に比べてより単純なアルゴリズムで円を推定することができるが、必ずしも与えられた点と推定された円との間の幾何的な意味での距離を最小化できるわけではない。一方、幾何学的距離を最小化する円あてはめでは、どのような初期解を用いるかによって推定円の精度や収束時間が左右されるため、効率的な初期解の生成が問題となる。そこで本論文では、まず代数的距離を最小化する円あてはめを行い、得られた推定円を幾何学的距離を最小化する円あてはめの初期解とすることで、エージェント間の局所的な情報伝達のみで自律分散的に初期解の生成と円あてはめを行う手法を提案する。具体的には、コンセンサスの値がエージェントの状態の平均値となる平均コンセンサスアルゴリズム [2] と、この平均値のコンセンサスから零空間推定問題を解くアルゴリズム、および最小二乗問題を解くアルゴリズム [4] を、円あてはめ問題に応用する。

関連研究として、[5] では代数的円あてはめと幾何学的円あてはめについて考察されている。しかし [5] では、本論文の提案手法のように分散的に解くことは考慮されて

* 原稿受付 2013 年 6 月 28 日

[†] 大阪大学大学院 工学研究科 Graduate School of Engineering, Osaka University; 2-1 Yamadaoka, Suita city, Osaka 565-0871, JAPAN

Key Words: multi-agent system, consensus, circle fitting.

いない。一方、[6]ではコンセンサスアルゴリズムを用いて分散的に円の幾何学的あてはめ問題を解く手法が提案されており、円あてはめ問題を用いた火災範囲の推定への応用についても述べられている。[6]の手法では、センサノード（エージェント）があてはめる円の円周上に均等に配置されていることが仮定されている。しかし実際の円あてはめ問題では、あてはめるべき円があらかじめわかっていることはほとんどなく、[6]のような仮定をおくことは、対象領域内に密にセンサノードが配置されていなければならないことになる。したがって、[6]のような仮定をおくことは、センサネットワークへの応用を考えるうえでは現実的ではないと考えられる。本論文で提案する手法では、[6]のように特定のセンサ配置を仮定することなく、かつセンサノード間の局所的な情報伝達のみで分散的に円あてはめ問題を解くことができる点が大きな特徴であり、既存手法と比べてもより現実的な仮定のもとで実システムへ応用できると考えられる。

2. コンセンサスアルゴリズム

本節では、マルチエージェントシステムにおける協調制御の代表的な問題の一つであるコンセンサス問題に関して述べる。

2.1 通信グラフ

マルチエージェントシステムにおけるエージェント間の通信ネットワークをグラフ $\mathcal{G}=(\mathcal{V},\mathcal{E})$ によって表す。ただし、 $\mathcal{V}=\{1,\dots,N\}$ はエージェントの集合、 $\mathcal{E}\subset\mathcal{V}\times\mathcal{V}$ はエッジの集合を表している。グラフには通信の種類によって、片方向通信を表す有向グラフと双方向通信を表す無向グラフがあるが、本論文では無向グラフを用いる。さらに、エージェント i の近傍の集合を

$$\mathcal{N}_i = \{j \in \mathcal{V} \mid (j,i) \in \mathcal{E}, j \neq i\}$$

とし、 $|\mathcal{N}_i|$ はエージェント i の次数を表す。

コンセンサスアルゴリズムを利用するにあたって重要となるグラフの連結性について述べる [2]。

【定義 1】 無向グラフ $\mathcal{G}=(\mathcal{V},\mathcal{E})$ が与えられたとき、どの二つのエージェントをとっても道が存在しているとき、 $\mathcal{G}$ は連結グラフであるという。

2.2 平均コンセンサスアルゴリズム

本論文では N 個のエージェントからなるマルチエージェントシステムにおいて、各エージェントがもつ状態の値のある一つの値に収束させるコンセンサス制御、とりわけ収束させる値が初期値の平均値となる平均コンセンサスアルゴリズム [2] について考える。

各エージェントは状態 $x_i \in \mathbf{R}$ をもつとする。このとき、各エージェントのダイナミクスは

$$x_i(t+1) = x_i(t) + \varepsilon \sum_{j \in \mathcal{N}_i} (x_j(t) - x_i(t)) \quad (1)$$

で表される。ただし ε は $0 < \varepsilon < (\max_{i \in \mathcal{V}} \{|\mathcal{N}_i|\})^{-1}$ を満たす定数である。

このとき通信グラフ $\mathcal{G}$ が連結グラフであれば、(1) 式を反復することで各エージェントの状態は初期値の平均値に収束する。すなわち、 $\lim_{t \rightarrow \infty} x_i(t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i(0)$ となる。また、このように全エージェントの状態の値が、それらの初期値の平均値に等しくなるとき、平均コンセンサスが達成されるという。

3. 平均コンセンサスを用いた最良近似

本節では、平均コンセンサスの達成によって得られる値を用いて分散的に零空間推定問題を解くアルゴリズムおよび最小二乗問題を解くアルゴリズム [4] について説明する。

3.1 分散最良近似

N 個のエージェントに関して、各エージェント i は状態として行列 $\mathbf{A}_i \in \mathbf{R}^{n_i \times m}$ をもつものとする。ただし、 $n = \sum_{i=1}^N n_i$ である。このとき全エージェントの状態を表現する行列を

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1^T & \mathbf{A}_2^T & \dots & \mathbf{A}_N^T \end{bmatrix}^T \in \mathbf{R}^{n \times m}$$

で定義する。ここで $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$ に注目する。行列の性質より

$$\mathbf{A}^T \mathbf{A} = \sum_{i=1}^N \mathbf{A}_i^T \mathbf{A}_i$$

であるため、 $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$ は全エージェントの状態の情報を含んでいることがわかる。したがって、この値を分散的に各エージェントで求めることを考える。そこで行列 $\mathbf{C}$ を

$$\mathbf{C} = \frac{1}{N} \mathbf{A}^T \mathbf{A} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{A}_i^T \mathbf{A}_i = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{C}_i \quad (2)$$

のように定義する。ただし $\mathbf{C}_i = \mathbf{A}_i^T \mathbf{A}_i \in \mathbf{R}^{m \times m}$ をエージェント i の相関行列とする。(2) 式より全エージェントの状態の相関行列の平均値 $\mathbf{C} \in \mathbf{R}^{m \times m}$ は各エージェントの相関行列 $\mathbf{C}_i$ の平均値と等しくなることがわかる。つまり、(1) 式で表される平均コンセンサスアルゴリズムにおいて、 $\mathbf{C}_i$ の各要素を状態とすることで、各エージェントは近傍との通信のやりとりのみによって $\mathbf{C}$ を求めることができる。

同様に、各エージェント i は状態としてベクトル $\mathbf{b}_i \in \mathbf{R}^{n_i}$ をもち、全エージェントの状態を $\mathbf{b}$ とする。ここで各エージェントで $\mathbf{A}^T \mathbf{b}$ を求めることを考える。ベクトル $\mathbf{d}$ を、

$$\mathbf{d} = \frac{1}{N} \mathbf{A}^T \mathbf{b} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{A}_i^T \mathbf{b}_i = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{d}_i \quad (3)$$

のように定義する. ただし, $\mathbf{d}_i = \mathbf{A}_i^T \mathbf{b}_i \in \mathbf{R}^m$ はエージェント i の相互相関ベクトルとする. $\mathbf{d}$ は前述と同様にして, (1) 式の平均コンセンサスアルゴリズムを用いることで, 各エージェントで求めることができる.

3.2 特異値分解とその利用

行列 $\mathbf{A} \in \mathbf{R}^{n \times m}$ が与えられたとき, この行列は

$$\mathbf{A} = \mathbf{U} \mathbf{\Sigma} \mathbf{V}^T$$

の形に特異値分解することができる. ただし, $\mathbf{U} \in \mathbf{R}^{n \times r}$, $\mathbf{V} \in \mathbf{R}^{m \times r}$, $\mathbf{\Sigma} \in \mathbf{R}^{r \times r}$ で, $\mathbf{\Sigma}$ は対角要素が非負でランク (階数) が r の行列となる.

この行列 $\mathbf{A}$ の特異値分解と (2) 式より, 相関行列 $\mathbf{C}$ の特異値分解は,

$$\mathbf{C} = \mathbf{V} \left(\frac{1}{N} \mathbf{\Sigma}^2 \right) \mathbf{V}^T$$

と表すことができる. したがって平均コンセンサスの達成によって得られる $\mathbf{C}$ の特異値分解から, 行列 $\mathbf{V}$ を得ることができる.

3.3 分散型零空間推定問題

行列 $\mathbf{A}$ が与えられたとき,

$$\mathbf{x}_0 = \arg \min_{\|\mathbf{x}\|=1} \|\mathbf{A}\mathbf{x}\|^2$$

となるベクトル $\mathbf{x}_0$ は $\mathbf{x}_0 = \mathbf{v}_r$ で与えられる [7]. ただしベクトル $\mathbf{v}_r$ は行列 $\mathbf{V}$ の r 列目の列ベクトル ($\mathbf{V}$ は $m \times r$ 行列なので一番最後の列ベクトル) である. ところで $\mathbf{v}_r$ は前節より, $\mathbf{C}$ の特異値分解を計算することで得られることがわかっている. したがって, 3.1 の議論より, 分散的に $\mathbf{x}_0$ を求めることができる.

3.4 分散型線形最小二乗問題

分散型システムの方程式 $\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b}$ を最小二乗法で解く, つまり

$$\mathbf{x}_0 = \arg \min_{\mathbf{x}} \|\mathbf{A}\mathbf{x} - \mathbf{b}\|^2$$

となる解を求めることを考える. この解は $\mathbf{A}^T \mathbf{A} \mathbf{x}_0 = \mathbf{A}^T \mathbf{b}$ によって得られるが, これは $\mathbf{C} \mathbf{x}_0 = \mathbf{d}$ を解くことと等価となる. したがって, 各エージェントが (1) 式の平均コンセンサスアルゴリズムによって $\mathbf{C}$, $\mathbf{d}$ を得た後, 個々のエージェントで解を求めることができる.

4. 円あてはめ問題

円あてはめ問題とは, 平面上に与えられた点からのもともあてはめる円を推定する問題である. 推定する手法は数多く存在しているが, 本節では文献 [5] の手法について述べる.

4.1 準備

円を表現する代数方程式の零空間を推定する問題は代数的距離を最小化する問題とよばれる. 一方, 与えられ

た各点と円との距離の二乗の総和を最小化するような円を求める問題は幾何学的距離を最小化する問題とよばれる [5]. 本論文では, まず代数的距離を最小化する円あてはめ問題について考え, 続いて幾何学的距離を最小化する円あてはめ問題について考える.

4.2 代数的距離を最小とする円あてはめ問題

二次元平面上に与えられた点は, 座標ベクトル $\mathbf{x}_i = (x_i, y_i)^T$ によって表される. 平面上の円は

$$F(\mathbf{x}) = a\mathbf{x}^T \mathbf{x} + \mathbf{b}^T \mathbf{x} + c = 0 \quad (4)$$

で表せる. ただし, $a \neq 0$, $\mathbf{x}, \mathbf{b} \in \mathbf{R}^2$ とする. 代数的距離を最小とする円あてはめを行うため, 与えられた点集合から $a, \mathbf{b}, c$ を計算したい.

そこで上記の式に位置座標を代入して行列で表し直すことで, 方程式 $\mathbf{B}\mathbf{u} = \mathbf{0}$ を得る. ただし, $\mathbf{u} = (a, b_1, b_2, c)^T$, $\mathbf{B}$ を

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} x_1^2 + y_1^2 & x_1 & y_1 & 1 \\ x_2^2 + y_2^2 & x_2 & y_2 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_N^2 + y_N^2 & x_N & y_N & 1 \end{pmatrix} \in \mathbf{R}^{N \times 4}$$

とする.

方程式 $\mathbf{B}\mathbf{u} = \mathbf{0}$ の自明でない解を得るために $\|\mathbf{u}\| = 1$ という制約を設ける. ただし, この方程式は必ず解をもつとは限らないことに注意する. そこで, $\mathbf{B}\mathbf{u} = \mathbf{r}$ に関して $\|\mathbf{r}\|$ を最小とする $\mathbf{u}$ を解として求める. つまり代数的距離を最小化する円あてはめ問題の解は

$$\mathbf{u}_0 = \arg \min_{\|\mathbf{u}\|=1} \|\mathbf{B}\mathbf{u}\|$$

となる.

この問題の解 $\mathbf{u}_0$ は 3.3 で述べた通り, $\mathbf{B}$ の特異値分解から得ることができる. ただし, 解 $\mathbf{u}_0 = (a, b_1, b_2, c)^T$ のままでは円の位置や大きさがわからない. そこで $a \neq 0$ のとき, 円の代数方程式を

$$\left(x + \frac{b_1}{2a}\right)^2 + \left(y + \frac{b_2}{2a}\right)^2 = \frac{\|\mathbf{b}\|^2}{4a^2} - \frac{c}{a}$$

のように書き直す. これにより, この式の右辺が正のとき, 式から円の中心座標 $\mathbf{z}$ と半径 r は

$$\mathbf{z} = (z_1, z_2) = \left(-\frac{b_1}{2a}, -\frac{b_2}{2a}\right), \quad r = \sqrt{\frac{\|\mathbf{b}\|^2}{4a^2} - \frac{c}{a}}$$

として得ることができ, 与えられた点から代数的距離を最小とする円を求めることができる.

4.3 幾何学的距離を最小とする円あてはめ問題

幾何学的距離を最小とするために, あてはめる円と与えられた点集合との距離の二乗の総和を最小化する最小二乗問題を考える.

まず, ある関数

$$\mathbf{f}(\mathbf{u}) = (f_1(\mathbf{u}), f_2(\mathbf{u}), \dots, f_m(\mathbf{u}))^T$$

について,

$$\sum_{i=1}^m f_i(\mathbf{u})^2$$

を最小化する最小二乗問題について考える. この問題は非線形最小二乗問題となるため, 本論文ではこれを線形近似することで近似解を求める.

関数 $\mathbf{f}$ を $\tilde{\mathbf{u}}$ の周りでテイラー展開することで

$$\mathbf{f}(\tilde{\mathbf{u}} + \mathbf{h}) \approx \mathbf{f}(\tilde{\mathbf{u}}) + \mathbf{J}(\tilde{\mathbf{u}})\mathbf{h} \approx 0 \quad (5)$$

となる. ただし $\mathbf{J}$ はヤコビアン行列である. (5) 式より,

$$\mathbf{J}(\tilde{\mathbf{u}})\mathbf{h} - (-\mathbf{f}(\tilde{\mathbf{u}})) \approx 0 \quad (6)$$

となる. したがって, (5) 式をベクトル $\mathbf{h}$ に対する線形最小二乗問題として近似して解くと, 近似解は

$$\mathbf{h}_0 = \arg \min_{\mathbf{h}} \|\mathbf{J}(\tilde{\mathbf{u}})\mathbf{h} - (-\mathbf{f}(\tilde{\mathbf{u}}))\|$$

となる. よって, 非線形最小二乗問題の解は, 次のような二つの操作を反復することで得られる.

- (a) 与えられた $\tilde{\mathbf{u}}$ に対して, (6) 式を解いて $\mathbf{h}$ を求める.
- (b) 解を $\tilde{\mathbf{u}} := \tilde{\mathbf{u}} + \mathbf{h}$ で更新する.

上記の反復法を用いて, 幾何学的距離を最小とする円を推定する問題について考える. 距離の二乗の総和を最小化するためには, 非線形最小二乗問題

$$\text{minimize } \sum_{i=1}^N f_i(\mathbf{u})^2 \quad (7)$$

$$= \sum_{i=1}^N \left(r - \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2} \right)^2 \quad (8)$$

を解く必要がある. ただし, $\mathbf{u} = (x, y, r)^T$ である.

そこで, これを線形最小二乗問題として解くために, ヤコビアン行列 $\mathbf{J}(\tilde{\mathbf{u}})$ とベクトル $-\mathbf{f}(\tilde{\mathbf{u}})$ を

$$\mathbf{J}(\tilde{\mathbf{u}}) = \begin{pmatrix} \frac{x_a - x_1}{l_1} & \frac{y_a - y_1}{l_1} & -1 \\ \frac{x_a - x_2}{l_2} & \frac{y_a - y_2}{l_2} & -1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{x_a - x_n}{l_N} & \frac{y_a - y_n}{l_N} & -1 \end{pmatrix}$$

$$-\mathbf{f}(\tilde{\mathbf{u}}) = \begin{pmatrix} r_a - l_1 & r_a - l_2 & \cdots & r_a - l_N \end{pmatrix}^T$$

とおく. ただし $\tilde{\mathbf{u}} = (x_a, y_a, r_a)^T$ を現在の解, x_i, y_i をエージェント i の位置座標, $l_i = \sqrt{(x_a - x_i)^2 + (y_a - y_i)^2}$ とする. このとき, 前述の操作 (a), (b) により初期解から解を更新することで, 最終的に (8) 式の近似解 $\hat{\mathbf{u}}$ が得られる.

5. コンセンサスアルゴリズムを用いた円あてはめアルゴリズム

本節では, 前節までで紹介したアルゴリズムによって分散的に円あてはめ問題を解く手法を提案する. 幾何学的距離を最小とする円あてはめ問題では, 代数的距離を最小とする円あてはめ問題で得られた解が, よい初期解となることが知られている [5]. そこで, 本論文では 4.2 で述べた代数的距離を最小とする円あてはめ問題を解くことで得られた解を初期解として, 4.3 で述べた幾何学的距離を最小とする円あてはめ問題を解く手法を提案する.

本論文では N 個のエージェントに関して, 各エージェントは二次元座標上に配置されており, 座標ベクトルとして $\mathbf{x}_i = (x_i, y_i)^T$ が与えられているものとする.

5.1 代数的距離を最小とするアルゴリズム

与えられた座標から, 各エージェントは行列 $\mathbf{B}_i = (x_i^2 + y_i^2, x_i, y_i, 1) \in \mathbf{R}^{1 \times 4}$ を計算することができる. さらに平均コンセンサスアルゴリズムを利用するため, 各エージェントは $\mathbf{C}_{ai} = \mathbf{B}_i^T \mathbf{B}_i \in \mathbf{R}^{4 \times 4}$ について計算を行い, $\mathbf{C}_{ai}$ の各要素をエージェントの状態とする. エージェント間の通信を表すグラフには無向グラフ $\mathcal{G} = (\mathcal{V}, \mathcal{E})$ を用い, このグラフは連結グラフであるものとする. 各エージェントは $\mathbf{C}_{ai}$ の各要素ごとに (1) 式の平均コンセンサスアルゴリズムを用いて平均コンセンサスを達成することで, 状態の初期値の平均値 $\mathbf{C}_a = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{C}_{ai}(0)$ を得ることができる.

代数的距離を最小とする円あてはめ問題

$$\mathbf{u}_0 = \arg \min_{\|\mathbf{u}\|=1} \|\mathbf{B}\mathbf{u}\|$$

の解は $\mathbf{B}$ の特異値分解によって得られるが, これは $\mathbf{C}_a$ の特異値分解によっても得ることができる. したがって各エージェントは平均コンセンサスの達成から得られる $\mathbf{C}_a$ によって解ベクトル $\mathbf{u}_0$ を計算することができる. 以上により各エージェントで代数的距離を最小とする円が得られる.

ここで, (1) 式の平均コンセンサスアルゴリズムにより $\mathbf{C}_a$ を求める際の各エージェント i の状態の要素数は, 行列 $\mathbf{C}_{ai} \in \mathbf{R}^{4 \times 4}$ の要素数と一致するため $4 \times 4 = 16$ となり, 各エージェントの状態の要素数はマルチエージェントシステムを構成するエージェントの総数 N に依存しない. また, エージェント間の通信グラフ $\mathcal{G}$ は連結グラフであればよい場合, 完全グラフのような大域的な通信構造やすべてのエージェントの情報を集中管理するようなリーダエージェントのようなエージェントを必要としない. したがって, 提案手法のように平均コンセンサスアルゴリズムを用いて分散的に円あてはめ問題を解くことで, センサネットワークのような大規模システムに

対しても、各エージェントの計算負荷や通信負荷を上げることなく、推定円を求めることができる。

5.2 幾何学的距離を最小とするアルゴリズム

与えられた点の座標から、各エージェントは行列 $J_i = \begin{pmatrix} (x_a - x_i)/l_i & (y_a - y_i)/l_i & -1 \end{pmatrix} \in \mathbf{R}^{1 \times 3}$ と $-f_i = r_a - l_i$ を計算することができる。ただし、ここでは初期解を代数的距離を最小とする円あてはめ問題の解とする。さらに平均コンセンサスアルゴリズムを利用するため、各エージェントは $C_{gi} = J_i^T J_i \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$ および $d_i = J_i^T (-f_i) \in \mathbf{R}^{3 \times 1}$ について計算を行い、これがエージェントの状態の値となる。また、5.1と同様にエージェント間の通信を表すグラフには無向グラフを用い、このグラフは連結グラフであるものとする。各エージェントは C_{gi} と d_i の各要素ごとに(1)式の平均コンセンサスアルゴリズムを用いて平均コンセンサスを達成することで、状態の初期値の平均値 $C_g = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N C_{gi}(0)$ と

$$d = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N d_i(0) \text{ を得ることができる。}$$

幾何学的距離を最小とする円あてはめ問題は

$$h_0 = \arg \min_h \|J(\tilde{u})h - (-f(\tilde{u}))\|$$

の解 h_0 を求め、4.3の反復操作(a), (b)により $\tilde{u}$ を更新していくことで解が得られる。ところで h_0 は、 $C_g h_0 = d$ を解くことによって得ることができる。したがって各エージェントは、現在の解 $\tilde{u}$ をもとにして、平均コンセンサスの達成から得られる C_g と d によって解ベクトル h_0 を計算し、これによって $\tilde{u}$ を更新する。この操作を繰り返すことで、各エージェントで幾何学的距離を最小とする円が得られる。代数的距離を最小化する円あてはめ問題の場合と同様に、(1)式の平均コンセンサスアルゴリズムで $C_g \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$ と $d \in \mathbf{R}^{3 \times 1}$ を求める際の各エージェント i の状態の要素数は、 C_{gi} と d_i の要素数の総和と一致するため $3 \times 3 + 3 = 12$ となり、これはエージェントの総数 N に依存しない。

5.3 シミュレーション

本節では、提案手法を無風環境下での火災の延焼のように、円状に広がる拡散現象を推定するセンサネットワークへ応用したシミュレーションをおこなった。本シミュレーションでは、Fig.1のように 80×100 の平面上に配置されたエージェント(センサ)のうち、火災を検知したエージェント同士で互いに通信を行い、円状の火災の延焼範囲を推定する問題を考えた。Fig.1において、黒丸は火災を検知したエージェントを表し、白丸は検知していないエージェントを表す。

火災の延焼範囲を推定するアルゴリズムとして、代数的距離を最小とするアルゴリズムおよび幾何学的距離を最小とするアルゴリズムを適用した。Fig.2は代数的距

Fig. 1 Sensor network for fire detection. The black point shows an agent detecting fire, and the white point shows an agent not detecting fire

Fig. 2 Circle fitting with minimizing the algebraic distance

Fig. 3 Circle fitting with minimizing the geometric distance

離を最小とする円、Fig.3は幾何学的距離を最小とする円の結果である。描かれている円は最終的に各エージェントで得られた結果となっており、すべてのエージェン

トが局所的なデータのやり取りによって分散的に円状の延焼範囲を推定することができることが確認できる。

6. おわりに

マルチエージェントシステムは分散型構造であり、集中型構造をしたシングルエージェントシステムとはまったく異なるアプローチによってシステムの構築を考える必要がある。その代表的なシステムの例がコンセンサス制御であり、本論文では平均コンセンサスアルゴリズムを利用して、代数的距離および幾何学的距離を最小とする円あてはめ問題を分散的に解く手法を提案した。

本論文では、平均コンセンサスの達成が可能でさえあれば、円のあてはめ問題を解くことができることを示した。提案手法ではエージェントの配置に制約を設ける必要がなく、火災発生時の延焼範囲を推定する問題に容易に適用できることを示した。本論文では無風環境下における火災発生状況を仮定しているが、より現実的な状況での検証は今後の課題である。

謝 辞

本研究の一部は、公益財団法人三豊科学技術振興協会平成24年度研究助成を受けて行われました。ここに謝意を表します。

参 考 文 献

- [1] W. Ren and R. W. Beard: Consensus seeking in multiagent systems under dynamically changing interaction topologies; *IEEE Trans. Automat. Contr.*, Vol. 50, No. 5, pp. 655–661 (2005)
- [2] R. Olfati-Saber, J. Fax and R. Murray: Consensus and cooperation in networked multi-agent systems; *Proceedings of the IEEE*, Vol. 95, No. 1, pp. 215–233 (2007)
- [3] 藤田, 畑中: 協調制御 ～ 合意から被覆まで ～; 第52回システム制御情報学会研究発表講演会講演論文集, pp. 1–6 (2008)
- [4] R. Tron and R. Vidal: Distributed computer vision algorithms through distributed averaging; *2011 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, pp. 57–63 (2011)
- [5] W. Gander, G. H. Golub and R. Strebler: Least-squares fitting of circles and ellipses; *BIT Numerical Mathematics*, Vol. 34, No. 4, pp. 558–578 (1994)
- [6] A. Khadivi and M. Hasler: Fire detection and localization using wireless sensor networks; *Sensor Applications, Experimentation, and Logistics*, Vol. 29, pp. 16–26 (2010)
- [7] R. A. Horn and C. R. Johnson: *Matrix Analysis*, Cambridge University Press (1985)

著 者 略 歴

むらにし
村 西

2013年3月大阪大学工学部電子情報工学科卒業、同年4月大阪大学大学院工学研究科電気電子情報工学専攻博士前期課程入学、現在に至る。

はやし
林

2011年3月大阪大学大学院基礎工学研究科博士後期課程修了。同年4月より京都大学大学院情報学研究科研究員、2012年4月大阪大学大学院工学研究科助教となり現在に至る。協調制御の研究に従事。博士(工学)。IEEE, SICE, IEICEの会員。

たか い しげ まさ
高 井 重 昌 (正会員)

1966年6月26日生。1991年3月神戸大学大学院工学研究科システム工学専攻修士課程修了。1992年6月大阪大学工学部助手、1998年4月和歌山大学システム工学部講師、1999年10月同助教授、2004年10月京都工芸繊維大学工学部助教授、2007年4月同大学大学院工芸科学研究科准教授、2009年4月大阪大学大学院工学研究科教授となり現在に至る。離散事象システムの制御、診断などの研究に従事。博士(工学)。電子情報通信学会、計測自動制御学会、IEEEの会員。