

# 統計量に基づくロバストカルマンフィルタの設計手法と その応用\*

金田 泰昌<sup>†‡</sup> · 入月 康晴<sup>‡</sup> · 山北 昌毅<sup>†</sup>

## Design Method of Robust Kalman Filter Based on Statistics and Its Application\*

Yasuaki KANEDA<sup>†‡</sup>, Yasuharu IRIZUKI<sup>‡</sup> and Masaki YAMAKITA<sup>†</sup>

In this paper, we propose a new design method of RKF via  $l_1$  regression for multi output systems. Parameters of conventional RKF are designed by heuristic methods, so the parameters have no physical meanings. It is shown that statistics of Gaussian measurement noise determine the parameters of RKF via a primal and dual problem of  $l_1$  optimization problem. We discuss a covariance matrix of updated state estimation error. The proposed parameters can design the parameters systematically. In addition, the parameters have physical meanings, and we need no prior information except Gaussian measurement noise. RKF with the proposed design method is applied to a two-wheeled vehicle control with outliers, and the effectiveness is demonstrated by numerical simulations.

### 1. はじめに

近年、レーダ計測や GPS (Global Positioning System), 画像計測といった非接触型センサが注目を集めているが、これらのセンサは外界の影響により外れ値とよばれる、通常のガウスノイズでは表されない非ガウスノイズが生じることが知られている。たとえば、飛行物体のレーダ追尾系 [1–3] において、クラッタとよばれる反射波などのノイズが外れ値ノイズとしてレーダの距離情報や角度情報に生じることが知られている。また、ビジュアルフィードバックを用いた UAV (Unmanned Aerial Vehicle) [4] や GPS を用いた UGV (Unmanned Ground Vehicle) [5] において、背景画像の一時的なコントラスト変化や障害物による電波障害が位置データに外れ値を発生させることがある。そして、これらの外れ値は状態推定精度や制御性能に悪影響を及ぼすことになる。

外れ値を除去するために、数多くの手法が提案されている [6–12]。たとえば、参考文献 [6] では、システム同定の際の外れ値除去として、過去の  $N$  個のデータの間値に係数をかけることで外れ値のしきい値を決め、外れ値を検出、除去している。そのため、外れ値除去のためにはデータ数が必要となり、またしきい値の決定がヒューリスティックであるという問題がある。また、参考文献 [7] では、スライディングモードを用いた外れ値除去手法を提案している。しかし、パラメータの設計がヒューリスティックであり、またデジタル実装の際にチャタリングが生じるという問題がある。

外れ値を除去するために、非ガウスノイズに対応したカルマンフィルタ (KF) もまた数多く提案されており [8–12]、これらはロバストカルマンフィルタ (RKF) とよばれている。参考文献 [8] では KF にベイズモデルを導入し、EM (Expectation Maximization) アルゴリズムを用いることで外れ値を除去している。参考文献 [9] では、変分ベイズ法を用いることで、状態とノイズの分散に関する結合事後分布を近似し、計算コストを低減している。また、参考文献 [10] では、繰り返しにより観測ノイズの共分散行列を学習している。これらの手法は外れ値に対してパラメータを学習し、自動的に調整する。しかしながら、外れ値を除去するためある種の重み付き平均を用いるため、外れ値を除去する際に遅延が生じる。

一方、参考文献 [11] では  $l_1$  正則化を KF に適用するこ

\* 原稿受付 2013年5月20日

<sup>†</sup> 東京工業大学 大学院 理工学研究科 Graduate School of Science and Engineering, Tokyo Institute of Technology; 2-12-1, Ohokayama, Meguro-ku, Tokyo 152-8552, JAPAN

<sup>‡</sup> 東京都立産業技術研究センター Tokyo Metropolitan Industrial Technology Research Institute; 2-4-10, Aomi, Koutou-ku, Tokyo 135-0064, JAPAN

**Key Words:**  $l_1$  regression, robust Kalman filter, design method, outlier, non-Gaussian noise, target tracking, vehicle control.

とでRKFを構成している。 $l_1$ 正則化[13]はあるしきい値に従ってスパースな解を与えてくれる手法である。外れ値をスパースな解とみなしKFに $l_1$ 正則化を適用することで、外れ値をしきい値処理することができる。また、構造がシンプルでかつ凸最適化問題であるため、実装および計算が簡単であるという利点がある。さらに、参考文献[12]では1出力系のRKFのパラメータ設計手法が提案されており、通常のKFのパラメータを設計することでRKFのパラメータがシステムチェックに決定されることが示されている。

本論文は、参考文献[12]を拡張し、多出力系のRKFのパラメータ設計手法を提案する。1出力系同様、多出力系においてもガウスノイズの共分散行列を設計することでRKFのパラメータが自動的に決定されることを示す。

本論文の構成は次の通りである。2.では $l_1$ 正則化を用いたRKFを説明する。3.では1出力系のRKFのパラメータ設計手法を説明した後、多出力系のRKFのパラメータ設計手法を提案する。4.ではラグランジュの双対問題からRKFのパラメータの条件を導く。5.では外れ値が存在する場合の状態誤差の共分散行列について考察する。提案設計手法を用いたRKFの応用に関して、6.では推定問題への応用としてクラッタ環境下におけるレーダ追尾系を、7.では制御問題への応用として外れ値を含む二輪車両系の制御を取り上げ、数値シミュレーションにて提案手法の有効性を示す。そして8.で本論文をまとめる。

(Notation) 本論文では、ベクトルを太文字で表し、その要素を下添字 $i$ で表す。たとえばベクトル $\mathbf{x}$ の $i$ 番目の要素は $x_i$ である。

$\|\cdot\|_1$  および  $\|\cdot\|_\infty$  はそれぞれベクトルの1ノルム、および無限大ノルムを表す。

絶対値の微分は劣勾配で与えられるとする。すなわち、

$$\frac{\partial|x_i|}{\partial x_i} := \begin{cases} \{1\} & x_i > 0 \\ [-1, 1] & x_i = 0 \\ \{-1\} & x_i < 0 \end{cases}$$

である。ここで、 $x_i > 0$ のときは $\partial|x_i|/\partial x_i = 1$ を、また $x_i < 0$ のときは $\partial|x_i|/\partial x_i = -1$ を意味する。

## 2. $l_1$ 正則化を用いたRKF

ここでは参考文献[11]で提案されているRKFについて説明する。

$\mathbf{x}(k) \in \mathbb{R}^n$  および  $\mathbf{y}(k) \in \mathbb{R}^m$  をそれぞれ時刻 $k$ における状態および観測値とする。いま、扱うシステムは次式で表される線形時不変システムとする。

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k) &= A\mathbf{x}(k-1) + \mathbf{w}(k) \\ \mathbf{y}(k) &= C\mathbf{x}(k) + \mathbf{v}(k) + \mathbf{z}(k) \end{aligned} \quad (1)$$

ここで、 $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 、 $C \in \mathbb{R}^{m \times n}$  はそれぞれ既知のシステム行列、観測行列である。また、 $\mathbf{w}(k) \in \mathbb{R}^n$  は時刻 $k$ に

おける状態ノイズを表し、 $\mathbf{v}(k), \mathbf{z}(k) \in \mathbb{R}^m$  はそれぞれ時刻 $k$ における観測ガウスノイズおよび外れ値を表す。

状態ノイズ $\mathbf{w}(k)$  および観測ガウスノイズ $\mathbf{v}(k)$  は互いに独立であると仮定する。いま、状態誤差の共分散行列を $P \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 、状態ノイズ $\mathbf{w}(k)$  および観測ガウスノイズ $\mathbf{v}(k)$  の共分散行列をそれぞれ $Q \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 、 $R \in \mathbb{R}^{m \times m}$  とする。 $P$ の初期値 $P(0|0)$  および $Q$ 、 $R$ が与えられたとき、 $l_1$ 正則化を用いたRKFの予測式および更新式はそれぞれ次式で表される。

$$\begin{aligned} \text{予測式: } \hat{\mathbf{x}}(k|k-1) &= A\hat{\mathbf{x}}(k-1|k-1) \\ P(k|k-1) &= AP(k-1|k-1)A^T + Q \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} L &= P(k|k-1)C^T(CP(k|k-1)C^T + R)^{-1} \\ \text{更新式: } \mathbf{e}(k) &= \mathbf{y}(k) - C\hat{\mathbf{x}}(k|k-1) \\ \hat{\mathbf{x}}(k|k) &= \hat{\mathbf{x}}(k|k-1) + L(\mathbf{e}(k) - \hat{\mathbf{z}}(k)) \\ P(k|k) &= (I - LC)P(k|k-1) \end{aligned} \quad (3)$$

ここで、 $\hat{\mathbf{z}}(k)$  は次式の $l_1$ 正則化された最適化問題の解として与えられる。

$$\min_{\mathbf{z}(k)} (\mathbf{e}(k) - \mathbf{z}(k))^T W (\mathbf{e}(k) - \mathbf{z}(k)) + \lambda \|\mathbf{z}(k)\|_1 \quad (4)$$

ただし、 $W$  は正定行列であり、 $W = (I - CL)^T R^{-1} (I - CL) + L^T P(k|k-1)^{-1} L = (CP(k|k-1)C^T + R)^{-1}$  で与えられる。また、 $\lambda$  は正則化パラメータであり、従来手法ではアプリケーションに合わせて試行錯誤的に決めている。本研究では、この正則化パラメータをガウスノイズの共分散行列 $Q$  および $R$  からシステムチェックに設計する手法を提案する。

## 3. 統計量に基づいたRKFの設計手法の提案

### 3.1 1出力系のパラメータ設計手法

多出力系のパラメータ設計手法の理解を手助けするために、まず1出力系のパラメータ設計手法[12]を説明する。

1出力系の場合、(4)式的最適解 $\hat{\mathbf{z}}(k)$ は次式として解析的に与えられる[13,14]。

$$\hat{\mathbf{z}}(k) = \begin{cases} \mathbf{e}(k) - \frac{\lambda}{2W} \begin{pmatrix} \mathbf{e}(k) \geq \frac{\lambda}{2W} \\ -\frac{\lambda}{2W} \leq \mathbf{e}(k) < \frac{\lambda}{2W} \\ \mathbf{e}(k) < -\frac{\lambda}{2W} \end{pmatrix} \\ 0 \\ \mathbf{e}(k) + \frac{\lambda}{2W} \begin{pmatrix} \mathbf{e}(k) < -\frac{\lambda}{2W} \end{pmatrix} \end{cases} \quad (5)$$

例として、 $W=1$ 、 $\lambda=10$ としたときの(5)式をFig.1に示す。このグラフからわかるように、 $-\lambda/(2W) \leq \mathbf{e}(k) < \lambda/(2W)$ では外れ値 $\hat{\mathbf{z}}(k)$ はゼロに切り捨てられ、(3)式は通常の線形KFとなる。また予測誤差 $\mathbf{e}(k)$ の絶対値が $\lambda/(2W)$ 以上の場合、外れ値 $\hat{\mathbf{z}}(k)$ は非ゼロとなる。すなわち、 $\lambda/(2W)$ をしきい値として $\mathbf{e}(k)$ に外れ値 $\hat{\mathbf{z}}(k)$ が含まれているかどうかを判定している。言い換え

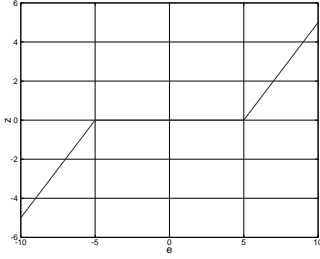


Fig. 1 Solution of robust Kalman filter, where  $W = 1$  and  $\lambda = 10$ , therefore  $\lambda/(2W) = 5$ .

ると,  $\lambda/(2W)$  は, 外れ値  $\hat{z}(k)$  が存在しない場合の  $e(k)$  ( $\therefore e(k)|_{z(k)=0}$ ) の取りうる値の範囲に等しいと解釈することができる.

いま, 外れ値  $z(k)$  が存在しない場合の予測誤差を  $e^*(k)$  と定義する. すなわち,

$$\begin{aligned} e^*(k) &:= e(k)|_{z(k)=0} \\ &= C(x(k) - \hat{x}(x|k-1)) + v(k) \end{aligned} \quad (6)$$

である. よって,  $e^*(k)$  の取りうる値の範囲は推定誤差  $x(k) - \hat{x}(k|k-1)$  および観測ガウスノイズ  $v(k)$  の分布に依存する. つまり,  $e^*(k)$  もまたガウス分布に従う. そこで,  $e^*(k)$  の取りうる値の範囲として  $e^*(k)$  の標準偏差を用いる. いま,  $e^*(k)$  の標準偏差を  $\sigma_{e^*}$  とすると, 分散  $\sigma_{e^*}^2$  は次式で与えられる.

$$\sigma_{e^*}^2 = E[(e^*(k))^2] = CP(k|k-1)C^T + R$$

ここで,  $E[X]$  は  $X$  の期待値を表す. 以上より, 1 出力系の RKF のパラメータ  $\lambda$  は次式で与えられる.

$$\lambda = 2W\sigma_{e^*} \quad (7)$$

### 3.2 多出力系のパラメータ設計手法

多出力系の場合, 最適化問題 (4) 式は正則化パラメータを複数用いることで次のように一般化できる.

$$\min_{z(k)} (e(k) - z(k))^T W (e(k) - z(k)) + \sum_{i=1}^m \lambda_i |z_i(k)| \quad (8)$$

ここで,  $\lambda = [\lambda_1, \dots, \lambda_m]^T \in \mathbb{R}^m$  である.

1 出力系と同様の手順で, 多出力系のパラメータを導出する. (8) 式に関して, 最適性の必要条件より次式が成り立つ.

$$\left(2W(e(k) - \hat{z}(k))\right)_i \in \begin{cases} \{\lambda_i\} & \hat{z}_i(k) > 0 \\ [-\lambda_i, \lambda_i] & \hat{z}_i(k) = 0 \\ \{-\lambda_i\} & \hat{z}_i(k) < 0 \end{cases} \quad (9)$$

ここで,  $(\cdot)_i$  は  $i$  番目の要素を意味する. (8) 式は凸最適化問題であるため, 逆もまた成り立つ. 1 出力系の場合と異なり, 多出力系では  $\hat{z}(k)$  が解析的に求まらないことに注意する.

1 出力系同様, 外れ値  $z(k)$  が存在しない場合, すなわ

ち  $z(k) = \mathbf{0}$  の場合を考える.  $e^*(k) := e(k)|_{z(k)=0}$  とすると, (9) 式より,

$$\left(2W e^*(k)\right)_i \in [-\lambda_i, \lambda_i] \quad (10)$$

となる. (10) 式は,  $\lambda_i$  が  $e_i^*(k)$  に関するある種の上限になっていることを意味する. 逆にいえば, あらかじめ全時刻に関して  $e_i^*(k)$  の上限がわかれば, その値から  $\lambda_i$  を計算することができる. すなわち, RKF のパラメータは次式で与えられる.

$$\boldsymbol{\varepsilon} = 2W \sup_k e_k^* \quad (11)$$

$$\lambda_i = |\varepsilon_i| \quad (12)$$

ここで,  $\sup_k e^*(k) := [\sup_k e_1^*(k), \dots, \sup_k e_m^*(k)]^T$ ,  $\boldsymbol{\varepsilon} = [\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_m]^T \in \mathbb{R}^m$  である.

しかしながら,  $\sup_k e^*(k)$  を事前に計算することは困難である. そこで, 本研究では他の指標で  $\sup_k e^*(k)$  を置き換える. いま,  $|z_i(k)|$  の劣微分が  $\eta_i \in [-1, 1]$  で与えられたとする. このとき (10) 式は次式で表される.

$$\left[\lambda_1 \eta_1 \ \dots \ \lambda_m \eta_m\right]^T = 2W e^*(k) \quad (13)$$

ここで,  $\eta_i$  はランダムに選択可能であるため, 確率変数とみなしても一般性は失われない. また,  $\eta_i$  の選択は他の確率変数に依存せず, 独立である. いま,  $e^*(k)$  は観測ノイズとしてガウスノイズのみを考慮した場合の予測誤差であることに注意する. このとき,  $e^*(k)$  の共分散行列  $\Sigma_{e^*}$  は次式で与えられる.

$$\Sigma_{e^*} = E[e^*(k)e^*(k)^T] = CP(k|k-1)C^T + R \quad (14)$$

$W^{-1} = CP(k|k-1)C^T + R$ ,  $E[\eta_i^2] \leq 1$ , および  $E[\eta_i \eta_j] = 0$  ( $i \neq j$ ) に注意すると, (13) 式より次式が得られる.

$$\begin{aligned} \text{diag}(\lambda_1^2, \dots, \lambda_m^2) &\geq \text{diag}(\lambda_1^2 E[\eta_1^2], \dots, \lambda_m^2 E[\eta_m^2]) \\ &= 4WE \left[ e^*(k)(e^*(k))^T \right] W \\ &= 4W \end{aligned} \quad (15)$$

ここで,  $\text{diag}(\cdot)$  は引数を対角成分とする対角行列である. つまり, パラメータ  $\lambda$  は (15) 式を満たすように決定すればよい.

いま, 行列  $\Sigma_{e^*} = W^{-1}$  が対角行列の場合を考え,  $\Sigma_{e^*} = \text{diag}(\sigma_1^2, \dots, \sigma_m^2)$  で与えられるとする. このとき, パラメータ  $\lambda$  は  $\text{diag}(\lambda_1^2, \dots, \lambda_m^2) = 4W$  とすればよい. すなわち,  $\boldsymbol{\sigma}_{e^*(k)} = [\sigma_1, \dots, \sigma_m]^T \in \mathbb{R}^m$  とすると,

$$\lambda = 2 \left[ 1/\sigma_1 \ \dots \ 1/\sigma_m \right]^T = 2W \boldsymbol{\sigma}_{e^*} \quad (16)$$

1 出力系の場合, (16) 式は (7) 式と一致する.

なお, 正則化パラメータがスカラの場合には, (10) 式は次式で置き換わる.

$$\|2W e^*(k)\|_\infty \leq \lambda$$

すなわち、 $\lambda$ として $\|2W \sup_k e^*(k)\|_\infty$ を設定すればよく、これは(16)式の最大値を選択することを意味する。

(注意 1) (15), (16)式は、(11)式において $\sup_k e^*(k)$ の代わりに標準偏差を用いていることを意味する。これは、 $e^*(k)$ が外れ値を含まない値の集合、すなわち正常値集合に属し、かつ標準偏差が正常値集合の範囲を表す値の一つと解釈し、実用的な観点から標準偏差を $\sup_k e^*(k)$ の代わりとして用いていると解釈できる。標準偏差を用いて正則化パラメータを決定することで、計算が容易になるほかに、5.で述べるようにRKFのイノベーションの共分散行列が、外れ値が存在しない場合の通常のKFの共分散行列で抑えられる。

(注意 2) (14), (16)式で用いる共分散行列 $P$ はKFによって予測、修正される。そして、そのパラメータは共分散行列 $Q$ および $R$ である。つまり、 $l_1$ 正則化を用いたRKFを設計するためには共分散行列 $Q$ 、 $R$ のみを設計すればよいことになる。このことは、提案手法によるRKFの設計は通常のKFの設計をすることにほかならず、また外れ値に関する事前情報を一切必要としないことを意味する。

(注意 3) 通常のKFの設計さえ行えば、自動的にパラメータ $\lambda$ が決定され、かつ修正されるため、セルフチューニング型のRKFと解釈することもできる。

(注意 4) 従来までは設計パラメータがヒューリスティックに決定されていた。そのため、設計手法の物理的な妥当性が保証されなかった。一方、提案設計手法はノイズの統計量である $Q$ 、 $R$ を基に設計するため、設計パラメータに物理的意味をもたせることができる。

#### 4. ラグランジュの双対問題を用いた提案設計手法の導出

いま、新しい変数 $\mathbf{r}(k) \in \mathbb{R}^m$ を導入する。このとき、最適化問題(8)式は次式として書き直すことができる[15]。

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{r}(k), \mathbf{z}(k)} \quad & \mathbf{r}(k)^T W \mathbf{r}(k) + \sum_{i=1}^m \lambda_i |z_i(k)|, \\ \text{s.t.} \quad & \mathbf{r}(k) = \mathbf{e}(k) - \mathbf{z}(k) \end{aligned} \quad (17)$$

$\boldsymbol{\nu} \in \mathbb{R}^m$ をラグランジュの未定乗数とすると、ラグランジアンは次式として表される。

$$\begin{aligned} L(\mathbf{r}(k), \mathbf{z}(k), \boldsymbol{\nu}) := & \mathbf{r}(k)^T W \mathbf{r}(k) + \sum_{i=1}^m \lambda_i |z_i(k)| \\ & + \boldsymbol{\nu}^T (\mathbf{r}(k) - \mathbf{e}(k) + \mathbf{z}(k)) \end{aligned} \quad (18)$$

このとき、ラグランジュの共役関数を $g(\boldsymbol{\nu})$ とすると、ラグランジュの双対問題は次式の最大化問題として与えられる。

$$\max_{\boldsymbol{\nu}} g(\boldsymbol{\nu}), \quad g(\boldsymbol{\nu}) := \inf_{\mathbf{r}(k), \mathbf{z}(k)} L(\mathbf{r}(k), \mathbf{z}(k), \boldsymbol{\nu})$$

つぎに、このラグランジュの共役関数 $g(\boldsymbol{\nu})$ を導出す

る。ラグランジアン(18)式は $\mathbf{r}(k)$ に関する二次形式であり、かつ $W$ が正定行列であるため、 $\mathbf{r}(k)$ について下に有界である。一方で、 $\mathbf{z}(k)$ に関して線形であるため、 $\mathbf{z}(k)=0$ のときのみ下に有界となる。そのため、 $\mathbf{z}(k) \neq 0$ のとき、 $\inf_{\mathbf{r}(k), \mathbf{z}(k)} L(\mathbf{r}(k), \mathbf{z}(k), \boldsymbol{\nu}) = -\infty$ となる。

$\mathbf{z}(k)=0$ のとき、 $\partial L / \partial \mathbf{r}(k) = 0$ より

$$\mathbf{r}(k) = -\frac{1}{2} W^{-1} \boldsymbol{\nu} \quad (|\nu_i| \leq \lambda_i, i=1 \dots m)$$

このとき、ラグランジアン(18)式は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} L(\boldsymbol{\nu}, \mathbf{r}(k), \mathbf{z}(k)) = \\ -\frac{1}{4} \boldsymbol{\nu}^T W^{-1} \boldsymbol{\nu} - \boldsymbol{\nu}^T \mathbf{e}^*(k), \quad (|\nu_i| \leq \lambda_i, i=1 \dots m) \end{aligned}$$

ゆえに、 $g(\boldsymbol{\nu})$ は次式として与えられる。

$$\begin{aligned} g(\boldsymbol{\nu}) = \inf_{\mathbf{r}(k), \mathbf{z}(k)} L(\mathbf{r}(k), \mathbf{z}(k), \boldsymbol{\nu}) \\ = \begin{cases} -\frac{1}{4} \boldsymbol{\nu}^T W^{-1} \boldsymbol{\nu} - \boldsymbol{\nu}^T \mathbf{e}^*(k) & |\nu_i| \leq \lambda_i, i=1 \dots m \\ -\infty, & \text{otherwise} \end{cases} \end{aligned}$$

よって、ラグランジュの双対問題は $|\nu_i| \leq \lambda_i$ のときに実行可能解をもつ。これは双対空間において正則化パラメータ $\boldsymbol{\lambda}$ が実行可能領域の上限を与えていることを意味する。また、主問題(17)式は凸でかつスレータ条件を満たすため[15]、主問題および双対問題の最適解は一致する。

$|\nu_i| \leq \lambda_i$ のとき、ラグランジュの双対問題の最適解は次式で与えられる。

$$\boldsymbol{\nu}^* = -2W \mathbf{e}^*(k) \quad (|\nu_i| \leq \lambda_i)$$

これは(10)式を意味していることにほかならない。よって、ラグランジュの双対問題からRKFのパラメータ設計問題を考えた場合においても3.と同様の結果が得られる。

(注意 5) 前章では $\mathbf{z}(k) = \mathbf{0}$ を仮定することでパラメータ条件を導出したが、双対問題ではこの仮定を用いずにパラメータ条件を導出している。

#### 5. 外れ値が存在する場合の共分散行列

##### 5.1 イノベーションおよび外れ値の推定誤差の共分散行列とその上限

いま、 $|z_i(k)|$ の劣微分が $\eta_i \in [-1, 1]$ で与えられたとき、(8)式の最適性の必要条件は次式で表される。

$$\forall \hat{\mathbf{z}}(k), \quad -2W(\mathbf{e}(k) - \hat{\mathbf{z}}(k)) + \begin{bmatrix} \lambda_1 \eta_1 \\ \vdots \\ \lambda_m \eta_m \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (19)$$

(13)式同様、 $\eta_i$ は互いに独立な確率変数と見なしでも一般性は失われない。いま、(15)式を満たす $\boldsymbol{\lambda}$ が与えられたとする。このとき、 $4W \leq \text{diag}(\lambda_1^2, \dots, \lambda_m^2) \leq 4\alpha W$ を満たす実数 $\alpha \geq 1$ が存在し、(19)式より次式が成り立つ。

$$4W E[(\mathbf{e}(k) - \hat{\mathbf{z}}(k))(\mathbf{e}(k) - \hat{\mathbf{z}}(k))^T] W^T \\ \leq \text{diag}(\lambda_1^2, \dots, \lambda_m^2) \leq 4\alpha W$$

$$\therefore E[(\mathbf{e}(k) - \hat{\mathbf{z}}(k))(\mathbf{e}(k) - \hat{\mathbf{z}}(k))^T] \\ \leq \alpha W^{-1} = \alpha (CP(k|k-1)C^T + R), \quad \alpha \geq 1 \quad (20)$$

(20) 式は、RKF のイノベーションの共分散行列が、通常の KF の共分散行列で抑えられることを意味する。つまり、外れ値が存在する場合でも、RKF のイノベーションの共分散行列は理想的な値に近づくことを意味する。

また、(1) 式より、

$$\mathbf{z}(k) - \hat{\mathbf{z}}(k) = \mathbf{y}(k) - C\mathbf{x}(k) - \mathbf{v}(k) - \hat{\mathbf{z}}(k) \\ = \mathbf{e}(k) - C(\mathbf{x}(k) - \mathbf{x}(k|k-1)) - \mathbf{v}(k) - \hat{\mathbf{z}}(k) \\ = \frac{1}{2}W^{-1} \begin{bmatrix} \lambda_1 \eta_1 \\ \vdots \\ \lambda_m \eta_m \end{bmatrix} - C(\mathbf{x}(k) - \mathbf{x}(k|k-1)) - \mathbf{v}(k)$$

いま、各確率変数が独立であるため、前述の議論と同様に、外れ値の推定誤差の共分散行列は次の不等式で抑えられる。

$$E[(\mathbf{z}(k) - \hat{\mathbf{z}}(k))(\mathbf{z}(k) - \hat{\mathbf{z}}(k))^T] \\ \leq (1 + \alpha)(CP(k|k-1)C^T + R), \quad \alpha \geq 1 \quad (21)$$

## 5.2 外れ値が存在する場合の状態誤差の共分散行列

(1), (3) 式より、

$$\mathbf{x}(k) - \hat{\mathbf{x}}(k|k) = \mathbf{x}(k) - \hat{\mathbf{x}}(k|k-1) - L(\mathbf{e}(k) - \hat{\mathbf{z}}(k)) \\ = (I - LC)(\mathbf{x}(k) - \hat{\mathbf{x}}(k|k-1)) \\ - L\mathbf{v}(k) - L(\mathbf{z}(k) - \hat{\mathbf{z}}(k))$$

KF や RKF では (3) 式で状態誤差の共分散行列を更新する。しかしながら、外れ値が存在する場合、状態誤差の更新後の共分散行列は実際には次式で与えられる。

$$P(k|k) = E[(\mathbf{x}(k) - \hat{\mathbf{x}}(k|k))(\mathbf{x}(k) - \hat{\mathbf{x}}(k|k))^T] \\ = (I - LC)P(k|k-1)(I - LC)^T + LRL^T \\ + LE[(\mathbf{z}(k) - \hat{\mathbf{z}}(k))(\mathbf{z}(k) - \hat{\mathbf{z}}(k))^T]L^T \\ = (I - LC)P(k|k-1) \\ + LE[(\mathbf{z}(k) - \hat{\mathbf{z}}(k))(\mathbf{z}(k) - \hat{\mathbf{z}}(k))^T]L^T \quad (22)$$

通常の KF の場合、 $\hat{\mathbf{z}}(k) = \mathbf{0}$  であり、外れ値が存在する場合の  $P(k|k)$  は  $\mathbf{z}(k)$  の二次モーメントに依存する。そのため、たとえば  $\mathbf{z}(k)$  がコーシー分布のような二次モーメントが無限大となる分布 [16] に従う場合、理論的には更新後の共分散行列  $P(k|k)$  を無限大にする必要がある。しかしながら、その際、状態の更新が行われないう矛盾が生じる。一方、提案設計手法を用いた RKF の場合、(22) 式は次式の関係を満たし、有界となる。

$$P(k|k) \leq (I - LC)P(k|k-1) + (1 + \alpha)LCP(k|k-1)$$

$$= (I + \alpha LC)P(k|k-1), \quad \alpha \geq 1 \quad (23)$$

つまり、提案設計手法を用いた RKF は、外れ値が存在する場合、その更新後の共分散行列は (23) 式の範囲を満たす解を選択すればよいことになる。そして、更新則 (3) 式は (23) 式を満たす解の一つである。

## 6. クラッタ環境下におけるレーダ追尾への応用

### 6.1 カルマンフィルタを用いたレーダ追尾法

推定問題への応用として、参考文献 [1] に示されている飛行物体に対するレーダ追尾問題に対して本手法を適用する。

Fig. 2 にレーダ追尾系の座標系を示す。レーダを原点、東を  $x$  軸、北を  $y$  軸、水平面鉛直上方向を  $z$  軸にとった直交座標を「北基準直交座標」とよぶ。また、レーダからの距離、仰角、方位角からなる極座標を考えると、北基準直交座標と極座標には以下の関係が成り立つ。

$$x = r \cos \theta \sin \varphi, \quad y = r \cos \theta \cos \varphi, \quad z = r \sin \theta \quad (24)$$

$\mathbf{x}(k) = [x(k), \dot{x}(k), y(k), \dot{y}(k), z(k), \dot{z}(k)]^T \in \mathbb{R}^6$  を時刻  $k$  におけるターゲットの状態とし、状態方程式は次式の北基準直交座標での等速直線運動モデルで与える。

$$\mathbf{x}(k) = A_a \mathbf{x}(k-1) + \mathbf{w}(k) \quad (25)$$

ただし、 $A_a$ 、 $\mathbf{w}(k)$  は次式のとおりである。

$$A_a = \text{diag}(A, A, A), \quad \mathbf{w}(k) = [G^T a_x \quad G^T a_y \quad G^T a_z]^T$$

ここで、 $A = \begin{bmatrix} 1 & \Delta t \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ 、 $G = \begin{bmatrix} \frac{\Delta t^2}{2} & \Delta t \end{bmatrix}^T$  である。また、 $\Delta t$  は微小時間、 $a_x$ 、 $a_y$ 、 $a_z$  はそれぞれ  $x(k)$ 、 $y(k)$ 、 $z(k)$  の加速度である。ここで、 $a_x$ 、 $a_y$ 、 $a_z$  は互いに独立であると仮定し、それぞれの標準偏差を  $\sigma_{a_x}$ 、 $\sigma_{a_y}$ 、 $\sigma_{a_z}$  とすると、 $\mathbf{w}(k)$  の共分散行列  $Q$  は次式で与えられる。

$$Q = E[\mathbf{w}(k)\mathbf{w}^T(k)] = \begin{bmatrix} \sigma_{a_x}^2 GG^T & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \sigma_{a_y}^2 GG^T & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \sigma_{a_z}^2 GG^T \end{bmatrix}$$

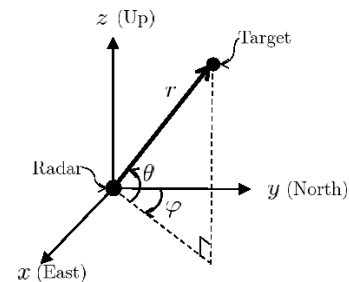


Fig. 2 North east up coordinates and polar coordinates for radar tracking systems

また、出力を  $\mathbf{y}(k) = [x(k), y(k), z(k)]^T \in \mathbb{R}^3$  とすると、出力方程式は次式として与えられる。

$$\mathbf{y}(k) = C_a \mathbf{x}(k) + \Gamma \mathbf{v}(k) \quad (26)$$

ここで、 $\mathbf{v}(k)$  は極座標における観測ノイズである。また、 $C_a$  は観測行列、 $\Gamma$  は極座標系の微小観測ノイズを北基準座標系の観測ノイズに変換する行列であり、それぞれ次式で与えられる。

$$C_a = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \Gamma = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial r} & \frac{\partial x}{\partial \theta} & \frac{\partial x}{\partial \varphi} \\ \frac{\partial y}{\partial r} & \frac{\partial y}{\partial \theta} & \frac{\partial y}{\partial \varphi} \\ \frac{\partial z}{\partial r} & \frac{\partial z}{\partial \theta} & \frac{\partial z}{\partial \varphi} \\ \frac{\partial \dot{x}}{\partial r} & \frac{\partial \dot{x}}{\partial \theta} & \frac{\partial \dot{x}}{\partial \varphi} \\ \frac{\partial \dot{y}}{\partial r} & \frac{\partial \dot{y}}{\partial \theta} & \frac{\partial \dot{y}}{\partial \varphi} \\ \frac{\partial \dot{z}}{\partial r} & \frac{\partial \dot{z}}{\partial \theta} & \frac{\partial \dot{z}}{\partial \varphi} \end{bmatrix} \mathbf{r} = \mathbf{r}(k)$$

ただし、 $\mathbf{r} = [r, \theta, \varphi]^T \in \mathbb{R}^3$  である。実際には、レーダから得られる情報は極座標系の出力  $\mathbf{r}(k)$  であるため、(24) 式を用いて北基準直交座標に変換し、(26) 式を適用する。

### 6.2 クラッタモデル

レーダ追従系において、クラッタとよばれる反射波などのノイズが外れ値ノイズとしてレーダの距離情報や角度情報に生じることが知られている。そして、そのクラッタは SaS (Symmetric  $\alpha$ -Stable) 分布や混合ガウス分布でモデル化できることが知られている [2,3]。本論文では、取扱いの容易さからしばしば用いられる  $\alpha=1$  の SaS 分布 (コーシー分布)、および混合ガウス分布の二通りのケースについて評価する。コーシー分布  $p_c(x)$  および混合ガウス分布  $p_g(x)$  はそれぞれ次式で表される。

$$p_c(x) = \frac{1}{\pi} \frac{\delta}{\delta^2 + (x - x_0)^2}$$

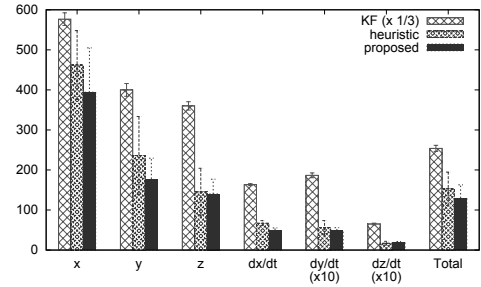
$$p_g(x) = (1 - \epsilon) \mathcal{N}_x(0, \Sigma_1^2) + \epsilon \mathcal{N}_x(0, \Sigma_2^2)$$

ここで、 $x_0$  および  $\delta$  はそれぞれコーシー分布の中心値および分布の幅を表す。また、 $\epsilon$  は確率  $p$  で 1 になり、確率  $(1-p)$  で 0 となる変数であり、 $\mathcal{N}_x(\mu, \Sigma^2)$  は平均  $\mu$ 、共分散行列  $\Sigma^2$  のガウス分布を表す。

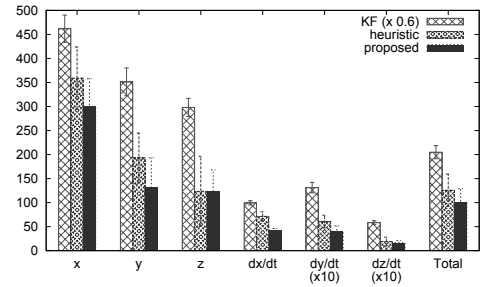
### 6.3 シミュレーション条件

参考文献 [1] を参考に次のシナリオを考える。レーダは原点に存在し、ターゲットの初期値は高度 9000 m、レーダからの地表距離 70 km とする。そして、レーダ方向に  $x$  軸に沿って速度 170 m/s で 500 秒間直進する。また、観測間隔は 6 秒間とし、加速度の標準偏差は  $[\sigma_{a_x}, \sigma_{a_y}, \sigma_{a_z}] = [10 \text{ m/s}^2, 0.5 \text{ m/s}^2, 1.0 \text{ m/s}^2]$  とする。

ノミナルな観測ノイズとして、平均が 0、標準偏差が距離 100 m、角度 7 mrad のガウスノイズを考える。クラッタがコーシー分布の場合はノミナルノイズにコーシーノイズを印加する。そのパラメータは  $x_0 = 0$ 、 $\delta = 5 \times 10^{-1}$  とし、ゲインをノミナルノイズの標準偏差に比例した大きさとする。また、混合ガウス分布を用いる場合、そのパラメータを  $p = 0.1$ 、標準偏差をノミナルノイズの 10 倍とする。



(a) Using Cauchy distribution as a clutter model



(b) Using mixed Gaussian distribution as a clutter model

Fig. 3 Root mean square errors of estimates. Values using KF in (a) and (b) are multiplied by 1/3 and 0.6, respectively.

以上の条件のもと、ヒューリスティックに設計した RKF と提案手法により設計した RKF の性能を評価する。なお、比較のため KF の性能も同時に評価する。ここで、ヒューリスティックな設計手法として、各推定値の二乗平均平方根誤差の和が最小になるパラメータを探索する。ただし、観測値ごとの複数の正則化パラメータを試行錯誤的に決定するのは困難なため、今回は単一の正則化パラメータをヒューリスティックに設計する。また、ヒューリスティック設計の際、シミュレーションごとに最適なパラメータが変化する。そこで、今回はパラメータを 10 回探索したときの平均値を用いる。クラッタモデルがコーシー分布の場合は  $\lambda = 0.0124$  を、混合ガウス分布の場合は  $\lambda = 0.0273$  をそれぞれ用いる。

なお、本システムは、その構造から最適化問題 (8) 式の重み  $W$  が必ず対角行列になる。そのため、正則化パラメータは (16) 式で与えられる。

### 6.4 結果

Fig. 3(a) に、クラッタモデルがコーシー分布の場合の推定誤差として、各推定値の二乗平均平方根誤差、および全推定誤差の平均値を示す。また、Fig. 3(b) に、クラッタモデルが混合ガウス分布の場合の推定誤差を示す。なお、本結果はシミュレーションごとに値が変化するため、10 回分の結果の平均値と標準偏差を示す。

クラッタが存在する場合、KF の推定誤差が非常に大きいことがわかる。一方、RKF を用いることで推定誤差が大幅に低減されていることがわかる。一例として、

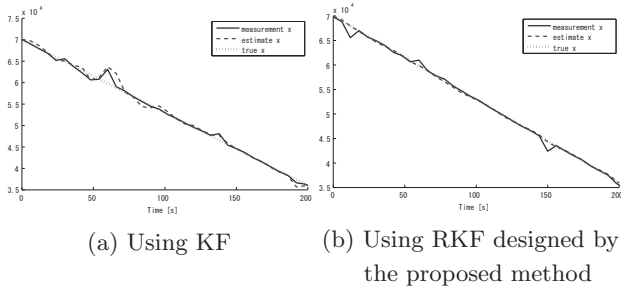


Fig. 4 Estimates of  $x$  using KF and RKF designed by the proposed method under mixed Gaussian distribution. The solid lines are measurements, dashed lines are estimates, and dotted lines are true signals.

クラッタモデルが混合ガウス分布の場合の、KF および提案手法で設計したRKFによる  $x$  の推定結果を Fig. 4 に示す。この結果より、RKFを用いることでクラッタの影響を大幅に除去できていることがわかる。

クラッタモデルがコーシー分布の場合、ヒューリスティック設計に比べて提案設計手法による推定誤差の平均値は、 $\epsilon$  で 4.35% 大きくなっている以外はすべて小さくなっている。また、提案設計手法による推定誤差の最大値はすべてヒューリスティック設計による値より小さくなっている。

さらに、クラッタモデルが混合ガウス分布の場合、提案設計手法による推定誤差の平均値および最大値は、全状態でヒューリスティック設計による値より小さくなっている。

以上の結果より、提案設計手法を用いることで同程度の性能、もしくはそれ以上の性能が得られていることがわかる。提案設計手法を用いることで性能が向上する理由として、ヒューリスティック設計は正則化パラメータがスカラであり、異なる分散のノイズが複数存在する中ではヒューリスティック設計によるパラメータは保守的に決定されているためだと考えられる。そのため、ヒューリスティック設計の場合も正則化パラメータを複数にすることで、提案設計手法を用いた場合と同程度の性能になると期待される。しかしながら、正則化パラメータの数が多くなると探索が困難になるという問題がある。一方、提案手法は複数ある正則化パラメータがシステムチェックに決定されるメリットがある。

## 7. 外れ値を含む二輪車両系の制御への応用

### 7.1 問題設定

6. ではレーダ追尾系を取り上げ、提案手法による推定精度を評価した。ここでは得られた推定値をフィードバック制御に利用し、その制御性能を評価する。そこで、制御問題への応用として、Fig. 5 に示す二輪車両系を考え、その位置センサ ( $x$  および  $y$ ) に外れ値が生じたときの位置制御問題を考える。

車両の全質量を  $m$ 、重心まわりの慣性モーメントを  $J$  とする。また、進行方向の駆動力を  $f$ 、操舵トルクを  $\tau_\theta$  とする。 $\mathbf{q} = [x \ \theta \ y]^T$ 、 $\boldsymbol{\tau} = [f \ \tau_\theta]^T$  とすると、二輪車両系の動力学モデルは次式で与えられる。

$$\begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & J & 0 \\ 0 & 0 & m \end{bmatrix} \dot{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 \\ 0 & 1 \\ \sin \theta & 0 \end{bmatrix} \boldsymbol{\tau} \quad (27)$$

また、この車両は次式の数速度拘束を満たす。

$$\dot{x} \sin \theta - \dot{y} \cos \theta = 0$$

### 7.2 制御則

次式の数速度入力を考える。

$$f = \frac{m \tan \theta \sec^2 \theta}{1 + \tan \theta} \dot{\theta} \dot{x} - \frac{m \alpha (\dot{x} - u_1)}{\cos \theta} \quad (28)$$

$$\tau_\theta = -J \beta (\dot{\theta} - u_2) \quad (29)$$

この数速度入力を (27) 式に適用し、 $\alpha$ 、 $\beta$  を十分大きくすると以下の運動学モデルが得られる [17].

$$\dot{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \tan \theta \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (30)$$

本研究では運動学モデル (30) 式に関して数速度入力を設計し、(28)、(29) 式を用いて動力学モデル (27) 式に対する数速度入力を算出する。(30) 式に対する制御則は数多く提案されている [18-20]。本論文では、その中でも時間軸状態制御形 [18] に基づく手法を適用する。本手法は、二輪車両系のような非ホロノミック拘束をもつ driftless なシステムを線形化し、線形制御理論を適用することができるため、二輪車両系に対する最も単純な手法の一つである。

次の座標変換および入力変換を考える。

$$z_1 = x, \quad z_2 = \tan \theta, \quad z_3 = y, \\ u_1 = v_1, \quad u_2 = v_2 \cos^2 \theta, \quad \mu_2 = \frac{v_2}{v_1}$$

このとき (30) 式は、次式で表される時間軸状態制御形へ変換することができる。

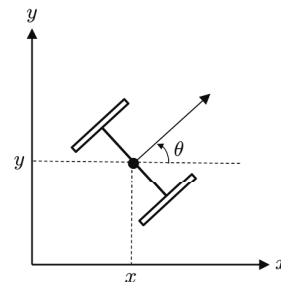


Fig. 5 Model of two-wheeled vehicle with non-holonomic constraint

$$\frac{d}{dz_1} \begin{bmatrix} z_3 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_3 \\ z_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \mu_2$$

この  $z_1$  を単調増加, もしくは単調減少させておき, その間残りの状態を線形フィードバック則で制御することで全状態を 0 に収束させることができる. 本シミュレーションでは以下の制御則を用いて安定化させることを考える.

$$v_1 = \pm k_1 z_1 \quad (31)$$

$$v_2 = -k_3 z_3 v_1 - k_2 z_2 |v_1| \quad (32)$$

ただし,  $k_1, k_2, k_3$  は正の定数であり,  $v_1$  に関しては  $z_1$  が発散しないように適当な間隔で符号を切り替える.

本論文では, 6. と同様に, 等速運動モデルに RKF を適用することで二輪車両系の状態を推定する.

### 7.3 条件

本シミュレーションでは, RKF をヒューリスティックに設計した場合と提案手法により設計した場合の制御性能を評価する.

ノミナルな観測ガウスノイズの平均は 0 とし, 共分散行列は以下の 2 通りのケースを考える.

Case I (共分散行列の対角成分が同一の場合):

$$E[v_k v_k^T] = \text{diag}(2.5 \times 10^{-3}, 2.5 \times 10^{-3}, 2.5 \times 10^{-3})$$

Case II (共分散行列の対角成分が異なる場合):

$$E[v_k v_k^T] = \text{diag}(2.5 \times 10^{-1}, 2.5 \times 10^{-3}, 2.5 \times 10^{-3})$$

とくに Case II では, 6. のように複数の異なる計測値を扱う場合や, センサの個体差によるノイズ特性の違いが存在する場合を想定している. また, 外れ値のモデルとして 6. で用いたコーシー分布を用いる. コーシー分布のパラメータは中心値 0,  $\delta = 5.0 \times 10^{-2}$  とする.

KF および RKF のパラメータは,  $P_{0|0} = 10I$ ,  $\sigma_{a_x}^2 = \sigma_{a_y}^2 = \sigma_{a_\theta}^2 = 5.0 \times 10^2$  とし,  $R$  は既知とする. ここで, ヒューリスティック設計として, 6. 同様, 各推定誤差の和が最小になるスカラパラメータを探索する. その結果, Case I では  $\lambda = 43.2$  を, Case II では  $\lambda = 26.1$  を用いる.

二輪車両系のパラメータは  $m = 1.0$  および  $J = 0.1$  とする. 車両の初期位置は  $x_0 = [2.5 \ 1.0 \ 0.0]^T$  であり, 目標値は原点とする. 制御則のパラメータは  $\alpha = 1$  および  $\beta = 1$  とする. (31), (32) 式のパラメータは  $k_1 = 1$ ,  $k_2 = 1.1$ ,  $k_3 = 0.24$  とする. また, (31) 式の符号は  $|z_2| + |z_3| < 5 \times 10^{-2}$  を満たすまで 3 秒ごとに切り替える. そして上記収束条件を満たした後,  $z_1$  を指数収束させる.

### 7.4 結果

Case I に関して, RKF をヒューリスティックおよび提案手法により設計した場合の制御偏差の絶対値を Fig. 6 に示す. この結果より, 両者ともに類似した挙動を示し

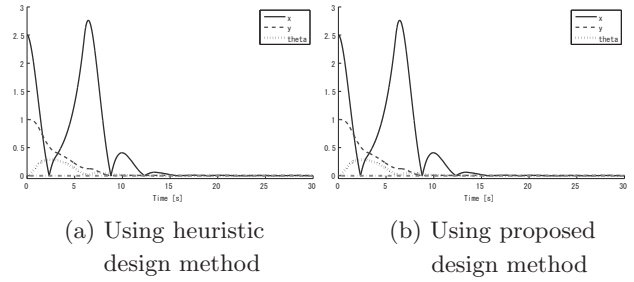


Fig. 6 Absolute values of errors of the controlled vehicle in the Case I. (a) and (b) are results in the Case using a heuristic and proposed design method, respectively. The solid line is  $x$ , dashed line is  $y$ , and dotted line is  $\theta$

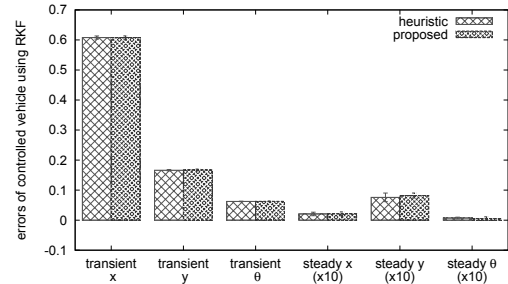


Fig. 7 Transient errors and steady state errors in the Case I

ていることがわかる. また, 20 秒前後 (過渡応答, および定常状態) における制御偏差の絶対値の時間平均を Fig. 7 に示す. なお, 6. 同様, これらの値は 10 回分の結果の平均値および標準偏差を示す. これらの結果より, RKF を提案手法により設計した際の制御性能は, ヒューリスティック設計の場合に比べ同程度の性能が得られていることがわかる. 実際, 提案設計手法を用いることで, ヒューリスティック設計に比べて  $y$  の定常偏差の平均値が 7.98% だけ大きくなっており, その他の数値誤差は 1.69% 内に収まっている. また, 両設計手法による制御偏差の標準偏差はともに小さくなっている.

Case I 同様, Case II に関する制御偏差の絶対値を Fig. 8 に示す. また, 20 秒前後における制御偏差の絶対値の時間平均を Fig. 9 に示す. この結果より, 提案設計手法を用いることで, ヒューリスティック設計に比べて  $x$  と  $y$  の定常偏差以外の数値誤差は 2.08% 内に収まっており,  $x$  と  $y$  の定常偏差の平均値はそれぞれ 49.15% および 18.90% 改善されている. また, 両設計手法による制御偏差の標準偏差はともに小さいか, 提案設計手法を用いることでばらつきが小さくなっている. これらの結果より, 提案手法により RKF を設計した際の制御性能は, ヒューリスティックに設計した場合と比べて同程度の性能, もしくはより良い性能を示していることがわかる. これは, 6. 同様, 異なる分散のノイズが複数存在する中ではヒューリスティック設計によるパラメー



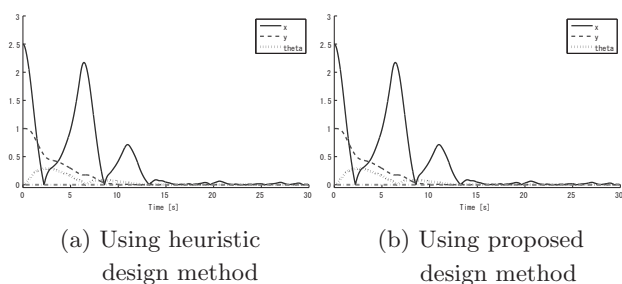


Fig. 8 Absolute values of errors of the controlled vehicle in the Case II. (a) and (b) are results in the Case using a heuristic and proposed design method respectively. The solid line is  $x$ , dashed line is  $y$ , and dotted line is  $\theta$

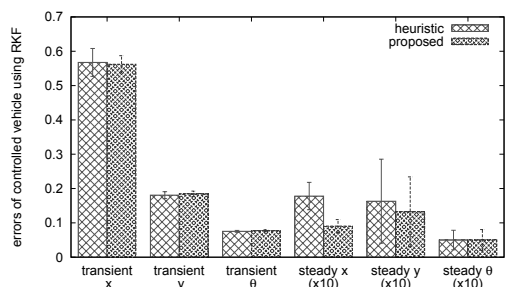


Fig. 9 Transient errors and steady state errors in the Case II

タは保守的に決定されているためだと考えられる。

## 8. おわりに

本論文では、 $l_1$  正則化を用いた RKF に対する新しい設計手法を提案した。提案設計手法では、ガウスノイズの共分散行列を設計することで RKF のパラメータが自動的に決定されることを示した。また、提案設計手法ではガウスノイズの統計量からパラメータが決定されるため、設計されたパラメータに物理的解釈を与えることができる。これにより、パラメータ設計の妥当性が保証される。提案手法で設計された RKF をクラッタ環境下におけるレーダ追尾、および外れ値を含む二輪車両系の制御への応用を取り上げ、その有効性を数値シミュレーションにより示した。

今後の課題は、実機による検証や、非線形システムへの拡張などが挙げられる。

## 参考文献

[1] 小幡, 前川, 亀田, 系, 小菅: ドップラー速度と航跡を照合するクラッタ環境向け目標追尾開始方式; 電子情報通信学会論文誌 B, Vol. J93-B, No. 2, pp. 367–378 (2010)

[2] P. Tsakalides and R. Raspanti: Angle/Doppler estimation in heavy-tailed clutter backgrounds; *IEEE Trans. on Aero. Elec. Sys.*, Vol. 35, No. 2, pp. 419–436 (1999)

[3] I. Bilik and J. Tabrikian: Maneuvering target tracking in the presence of glint using the nonlinear Gaussian mixture Kalman filter; *IEEE Trans. on Aero. Elec. Sys.*, Vol. 46, No. 1, pp. 246–262 (2010)

[4] N. Guenard, T. Hamel and R. Mahony: A practical visual servo control for an unmanned aerial vehicle; *IEEE Trans. on Robotics*, Vol. 24, No. 2, pp. 331–340 (2008)

[5] K. Kurashiki, T. Fukao, K. Ishiyama, T. Kamiya and N. Murakami: Orchard traveling UGV using particle filter based localization and inverse optimal control; *Proc. IEEE/SICE Int. Symp. on Sys. Integration*, pp. 31–36 (2010)

[6] J. Almutawa, H. Tanaka and T. Katayama: EM algorithm for state-space identification with observation outliers — Initialization by subspace methods; システム制御情報学会論文誌, Vol. 18, No. 5, pp. 178–186 (2005)

[7] T. Emaru and T. Tsuchiya: Research on estimating smoothed value and differential value by using sliding mode system; *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, Vol. 19, No. 3, pp. 391–402 (2003)

[8] J.-A. Ting, E. Theodorou and S. Schaal: A Kalman filter for robust outlier detection; *Proc. IEEE/RSJ Int. Conf. on IROS*, pp. 1514–1519 (2007)

[9] S. Sarkka and A. Nummenmaa: Recursive noise adaptive Kalman filtering by variational Bayesian approximations; *Trans. on Automatic Control*, Vol. 54, No. 3, pp. 596–600 (2009)

[10] G. Agamennoni, J.-I. Nieto and E.-M. Nebot: An outlier robust Kalman filter; *Proc. 2011 IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, pp. 1551–1558 (2011)

[11] J. Mattingley and S. Boyd: Real-time convex optimization in signal processing – Recent advances that make it easier to design and implement algorithms –; *IEEE Signal Processing Magazine* (2010)

[12] Y. Kaneda, Y. Irizuki and M. Yamakita: Design method of robust Kalman filter via  $l_1$  regression and its application for vehicle control with outliers; *Proc. 38th Annual Conf. of IEEE Ind. Electronics Society*, pp. 2210–2215 (2012)

[13] R. Tibshirani: Regression shrinkage and selection via the lasso; *J. of the Royal Statistical Society. Series B*, Vol. 58, No. 1, pp. 267–288 (1996)

[14] 富岡, 鈴木, 杉山: スパース正則化およびマルチカーネル学習のための最適化アルゴリズムと CV・PR への応用; 信学会技報, Vol. 109, No. 182, pp. 43–48 (2009)

[15] S. Boyd and L. Vandenberghe: *Convex Optimization*, Cambridge Univ. Press (2004)

[16] M. Idan and J. L. Speyer: Cauchy estimation for linear scalar system; *IEEE Trans. Automat. Contr.*, Vol. 55, No. 6, pp. 1329–1342 (2010)

[17] 美多: 非線形制御入門—劣駆動ロボットの技能制御論—, 昭晃堂 (2000)

- [18] M. Sampei: A control strategy for a class of nonholonomic system – time-state control form and its application –; *Proc. IEEE Conf. on Decision and Control*, pp. 1120–1121 (1994)
- [19] A. Levant: Higher order sliding modes, differentiation and output feedback control; *Int. J. of Control*, pp. 924–941 (2003)
- [20] A-S. Matveev, H. Teimoon and A-V. Savkin: Navigation of a non-holonomic vehicle for gradient climbing and source seeking without gradient estimation; *Proc. American Control Conf.*, pp. 219–223 (2010)

### 著者略歴

かねだ やすあき  
金田 泰昌



1980年生。2005年東京工業大学大学院機械制御システム専攻修士課程修了。同年(株)リコー入社。2007年(地独)東京都立産業技術研究センター入所。現在、東京工業大学大学院機械制御システム専攻博士後期課程在学中。状態推定理論やその実装手法に関する研究に従事。計測自動制御学会、電気学会、各会員。

いりづき やすはる  
入月 康晴



1962年生。2002年名古屋大学大学院計算理工学専攻博士課程修了。現在、(地独)東京都立産業技術研究センター情報技術グループ主任研究員。知能化技術、非線形モデリング、組み込みシステムの信頼性向上に関する研究開発に従事。博士(工学)。計測自動制御学会、電気学会、日本知能情報ファジィ学会、各会員。

やまきた まさき (正会員)  
山北 昌毅



1962年生。1989年東京工業大学制御工学専攻修了。同年同制御工学科助手、1993年豊橋技術科学大学情報工学系講師、1995年より東京工業大学制御システム工学科助教授、2000年より同大学大学院機械制御システム専攻助教授(2007年より准教授)。ロボット工学、適応学習制御、非線形ロバスト制御などの研究に従事。工学博士。IEEE、計測自動制御学会、電気学会、日本ロボット学会、各会員。