「性能を診断し、達成する制御」総合特集号

全状態オブザーバを併用した積分型サーボ系に対する 制御器とモデルの FRIT ベースド同時更新*

金子 修[†]・宮島 健[‡]・山本 茂[†]

FRIT Based Simultaneous Update of Controller and Model for Integral Type Servo Systems with Full State Observers*

Osamu KANEKO[†], Tsuyoshi MIYAJIMA[‡] and Shigeru YAMAMOTO[†]

In this paper, we consider the simultaneous improvement of a controller and a model for an integral type servo system with a full state observer. Particularly, by employing the fictitious reference iterative tuning (FRIT), we give an effective method of a parameter tuning with only one-shot experimental data for the improvement of a controller that achieves more desired tracking property than the initial controller and a model that reflects the dynamics more accurately than the nominal model, respectively. Finally, we give an illustrative example in order to show the validity of the proposed method.

1. はじめに

状態フィードバックとオブザーバから構成される制御器は、線形時不変システムに対する制御器の中で最も基本的なものの一つである [1]。通常は、対象の状態空間モデルをもとに、適切な状態フィードバックゲイン、および、オブザーバゲインを設計する。しかし、設計用のモデルが対象の動特性を正確に表している場合はほとんどないため、これらのゲインを実装した閉ループ系の特性は、想定したものとは異なったものになる。そのような状況では、得られた制御結果から同定を再度行い、さらにその新しいモデルに対して制御器を設計するといった、「制御系設計」と「同定」とを繰り返すことで、所望の特性に近づけるアプローチが考えられる [2,3]。ただし、繰り返し実行になるために複数回の実験は避けられず、このことが実用上の観点からの大きな問題点の一つである。一方で、このような制御とモデルの不可分性はよく知られており [4]、いくつかの興味深い成果 [5,6] が得られている。この際、制御結果の評価とモデルの同定はデータ

を介して行われることに着目すると、データそのものをプラットフォームとしたアプローチもシーズの提供という意味で重要と考えられる。

また、再度の同定実験を行うときに、実験の時間をかけることが困難な場合や励振入力を回避することが必要な場合には、データそのものを用いて制御器パラメータを更新することができると大変有用である。それに加えて、モデルも同時に求めることができるならば、制御対象の動特性の診断や性能評価、そしてさらなるアドバンストな制御器の設計への活用など、多くの実用上の場面で有益な効果をもたらすであろう。このように、制御のみならず適切なモデルを同時に得ることで、モデルを必要とする実用上のニーズに応えることも期待できる。

本論文では、このような背景から、データを直接利用する制御器チューニング [7] を用いて、制御器の性能、および、所望の仕様に応じたモデルの正確度を同時に改善することを考える。ここで、全状態オブザーバは制御対象のパラメータで陽に表現されることから、所望の応答を達成するような制御器を得ることで、オブザーバに含まれるモデルもより対象の動特性に近づくことが期待できる。そこで、ここでは目標値追従性能に焦点をあて、全状態オブザーバを併合した積分型サーボ系に対して、一組の実験データのみを直接利用することで所望の応答に近づけるパラメータを与える制御器パラメータ調整手法 FRIT (Fictitious Reference Iterative Tuning) [7–9] を適用する手法を提案する。とくに、FRITにおけるオフ

* 原稿受付 2013年6月17日

[†] 金沢大学 理工研究域 Institute of Science and Engineering, Kanazawa University; Kakumamachi, Kanazawa City, Ishikawa 920-1192, JAPAN[‡] 金沢大学大学院 自然科学研究科 Graduate School of Natural Science, Kanazawa University; Kakumamachi, Kanazawa City, Ishikawa 920-1192, JAPAN**Key Words:** FRIT, data-driven control, controller tuning, observer, state feedback.

ライン最適化のための評価関数の最小化が、制御器の目標応答性能に関する評価関数および制御対象とモデルの相対誤差に関連する評価関数の同時最小化に対応していることも示す。したがって、提案手法は、一組の実験データのみで、初期の制御パラメータよりも高い追従性能をもつ制御パラメータを与えると同時に、オブザーバに内包されている制御対象のモデルも実際の対象の動特性に近づける手法となっている。

本論文の構成は以下のとおりである。まず**2.**で、本論文で扱う問題設定を述べる。続く**3.**では、準備として、目標値応答を主眼とした制御器パラメータ調整手法FRITを簡単に説明する。**4.**で、全状態オブザーバを併用した積分型サーボ系へFRITを適用することで、制御器とモデルの同時更新が可能となることについて述べる。**5.**で提案手法の有効性を検証するために数値例を挙げ、**6.**で結論を述べる。なお、**4.**における理論解析に必要な式展開はまとめて付録に記載した。

[表記] 本論文では、伝達関数 $G(s)$ のシステムに入力時間信号 u を印加したときの出力時間信号を、簡単のため $y = G(s)u$ と表現する。なお、積分器などの場合は $1/s$ などのように明記するが、文脈から明らかな場合は伝達関数 $G(s)$ の変数 ' s ' の表記を省略し、単に G と表す。また、システムが状態空間モデル $\dot{x} = Ax + Bu$, $y = Cx$ で与えられたときには、対応する伝達関数をしばしば Doyle の記法を用いて

$$\left[\begin{array}{c|c} A & B \\ \hline C & 0 \end{array} \right]$$

のように表す.

時間信号 w について、時刻 t での値を $w(t)$ で表す。そのとき、サンプリングタイム Δ で、 w を時刻 $t=0$ から $t=N\Delta$ まで取得したときの時系列データの 2 ノルムを $\|w\|_{(N,\Delta)} := \sqrt{\frac{1}{N+1} \sum_{i=0}^N (w(\Delta i))^2}$ で表記する。

2. 問題設定

本論文では，線形時不変，厳密にプロパー，そして1入力1出力をもつシステムを制御対象とする．そして，制御対象の動特性を表現する微分方程式の構造は既知とする一方で，その微分方程式の係数の値は未知であるとする．そこで，制御対象をこれらの未知パラメータ a_i ($i=0, \dots, n-1$) と b_i ($i=0, \dots, n-1$) からなる可観測正準形

$$A = \begin{pmatrix} 0 & \cdots & 0 & a_0 \\ 1 & \cdots & 0 & a_1 \\ & \ddots & & \vdots \\ 0 & & 1 & a_{n-1} \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} b_0 \\ b_1 \\ \vdots \\ b_{n-1} \end{pmatrix} \quad (1)$$

$$C = \begin{pmatrix} 0 & \dots & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2)$$

$$G = \left[\begin{array}{c|c} A & B \\ \hline C & 0 \end{array} \right] \quad (3)$$

として表す.

一方、設計者がもっているノミナルモデルを

$$\hat{A} = \begin{pmatrix} 0 & \cdots & 0 & \hat{a}_0 \\ 1 & \cdots & 0 & \hat{a}_1 \\ & \ddots & & \vdots \\ 0 & & 1 & \hat{a}_{n-1} \end{pmatrix} \quad \hat{B} = \begin{pmatrix} \hat{b}_0 \\ \hat{b}_1 \\ \\ \hat{b}_{n-1} \end{pmatrix} \quad (4)$$

$$\hat{G} = \left[\begin{array}{c|c} \hat{A} & \hat{B} \\ \hline C & 0 \end{array} \right] \quad (5)$$

で表し、各パラメータ $\hat{a}_i$ ($i=0, \dots, n-1$) と $\hat{b}_i$ ($i=0, \dots, n-1$) はノミナル値とする。なお、可観測正準形の場合には、 C 行列における 0 や 1 の配置も変わらないので、ノミナルモデルの出力方程式にも C を用いる。

つぎに、状態フィードバック、および全状態オブザーバを設計し、目標とする所望の応答への追従を目的とした標準的な積分型サーボ系 (Fig. 1)[1] を構成することを想定する。この場合、一般に設計者はノミナルモデル $\hat{G}$ をもとに制御器の設計を行うので、Fig. 1 におけるオブザーバの部分にはノミナルモデルを用いている。なお、本論文では、制御対象、オブザーバ、そして積分器の状態変数の初期値は零と仮定する。

Fig. 1 An integral type servo system with a full state observer

この閉ループ系において、 r から y までの伝達関数は
制御器内のパラメータ

$$\rho := \{\hat{A}, \hat{B}, F, K, H\}$$

の関数でもあるので, $T_{\text{act}}(\rho)$ とおく. これは

$$T_{\text{act}}(\rho) = \left[\begin{array}{ccc|c} A & -BF & BK & 0 \\ HC & \hat{A} - HC - \hat{B}F & \hat{B}K & 0 \\ -C & 0 & 0 & 1 \\ \hline C & 0 & 0 & 0 \end{array} \right] \quad (6)$$

または,

$$T_{\text{act}}(\rho) = \left\{ 1 - G \left(F\Phi \frac{\hat{B}K}{s} - F\Phi H - \frac{K}{s} \right) \right\}^{-1} \\ \times G \left(1 - F\Phi \hat{B} \right) \frac{K}{s} \quad (7)$$

と表される ((7) 式の導出については付録 1. 参照). ここで, (7) 式中で

$$\Phi := \left(sI - (\hat{A} - HC - \hat{B}F) \right)^{-1} \quad (8)$$

としている. さらに, このときの制御対象の入出力は ρ の関数であるので, 出力を $y(\rho) := T_{\text{act}}(\rho)r$, 制御対象への入力を $u(\rho)$ と表記する. なお, ノミナルモデルについても ρ の関数なので $\hat{G}(\rho)$ と表記すべきであるが, とくに混同の恐れのない場合は単に $\hat{G}$ と表記する.

一方で, 前述のように, 設計者は制御実験を行う前は (5) 式のノミナルモデルをもとに所望の特性をもつような制御器を設計する. したがって, 設計者が意図している閉ループ系の目標応答伝達関数は, Fig. 1 において制御対象の部分にある A と B をおのおの $\hat{A}$ と $\hat{B}$ としたときの r から y までの伝達関数である. これを $T_{\text{des}}(\rho)$ と表記すると, よく知られているように,

$$T_{\text{des}}(\rho) = \begin{bmatrix} \hat{A} - \hat{B}F & -\hat{B}K & 0 \\ -C & 0 & 1 \\ C & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

または

$$T_{\text{des}}(\rho) = C \left(sI - (\hat{A} - \hat{B}F) \right)^{-1} \hat{B}K \times \left(s + C \left(sI - (\hat{A} - \hat{B}F) \right)^{-1} \hat{B}K \right)^{-1} \quad (10)$$

と表される¹.

しかし, この状況で実験を行うと, ほとんどの場合において $A \neq \hat{A}$, $B \neq \hat{B}$ であるために, 意図している応答特性を達成することはできない. さらに, $T_{\text{des}}(\rho)$ がノミナルモデルを含んでいるために, その達成可能性はノミナルモデルに依存している. これらのことから, 制御性能と同時にノミナルモデルも対象の動特性を反映するように改善する必要がある. そして, そのノミナルモデルの改善に応じて, それを陽に用いている目標応答伝達関数 T_{des} も改善されることが期待される.

以上のようなことから, 本論文では, パラメータ ρ を実装した閉ループ系の出力と目標応答とを近づける. すなわち,

$$\|y(\rho) - T_{\text{des}}(\rho)r\|_{(N,\Delta)}^2$$

を最小化すると同時に, $\hat{A}$ と $\hat{B}$ も実際の A と B に可能な限り近づくようなパラメータ ρ を求めることを考える. さらに, ここでは冒頭で述べたように, データを直接用いた制御器チューニングによりアプローチする. このようなアプローチの中では, 上記の評価関数をそのまま最適化する IFT[10] があるが, 非線形最適化計算における

更新ごとに実験が必要となってしまう [7]. そこで, 一組のデータを直接用いた制御器パラメータチューニング法である FRIT[7,8] を用いることで, 制御性能とモデルの正確度を同時に改善する手法を提案する.

3. FRIT

まず, Fig. 2 に示されるような通常のフィードバック制御について, 目標応答 $T_{\text{des}}r$ に追従するパラメータ ρ を求めることを考える. ここで, フィードバック制御器 $C(\rho)$ は分母と分子多項式の係数によりパラメタライズされているものとし, ここでは ρ はそれらの係数を並べたベクトルとする. また, $C(\rho)$ を実装した閉ループ系を $T(\rho)$ と表記する.

Fig. 2 A feedback control system with a tunable controller

このとき, ある初期パラメータ ρ_{ini} を用いて, 一組の閉ループ実験を行い, そのときの入出力データ $u_{\text{ini}} := u(\rho_{\text{ini}})$ と $y_{\text{ini}} := y(\rho_{\text{ini}})$ を得る. なお, $C(\rho_{\text{ini}})$ は閉ループ系を安定化すると仮定する. つぎに, これら初期データ, およびパラメタライズされた制御器を用いることで, 擬似参照信号 $\tilde{r}(\rho)$ [11] を

$$\tilde{r}(\rho) = C(\rho)^{-1}u_{\text{ini}} + y_{\text{ini}} \quad (11)$$

のように計算する. ここで, r から y までの伝達関数を $T(\rho)$ とおき, 自明な関係 $y_{\text{ini}} = Gu_{\text{ini}}$ を用いると, 簡単な代数計算よりわかるように,

$$T(\rho)\tilde{r}(\rho) = \frac{GC(\rho)}{1+GC(\rho)} \left(\frac{1}{GC(\rho)}y_{\text{ini}} + y_{\text{ini}} \right) = y_{\text{ini}} \quad (12)$$

となることに注意しておく. この $\tilde{r}(\rho)$ を用いて構成された評価関数

$$J_F(\rho) = \|y_{\text{ini}} - T_{\text{des}}\tilde{r}(\rho)\|_{(N,\Delta)}^2 \quad (13)$$

を最小化する. この際, (13) 式の最小化には, 可調整パラメータをもつ制御器 $C(\rho)$ および初期の入出力データ u_{ini} と y_{ini} のみが必要であるので, パラメータに依存する閉ループ系の実験データは不要であり, $J_F(\rho)$ の最小化はオフライン計算で可能である. そして, (12) 式から得られる $\tilde{r} = \frac{1}{T(\rho)}y_{\text{ini}}$ を (13) 式に代入することで, $J_F(\rho)$ は

$$J_F(\rho) = \left\| \left(1 - \frac{T_{\text{des}}}{T(\rho)} \right) y_{\text{ini}} \right\|_{(N,\Delta)}^2 \quad (14)$$

¹Fig. 1 において, ノミナルモデルが実対象の動特性を完全に反映している場合には, オブザーバのモードは参照値信号から不可制御であることに注意する.

とも書き表される．すなわち，(13) 式の最小化は，目標とする応答の伝達関数 T_{des} と ρ を用いた実際の閉ループ伝達関数 $T(\rho)$ との相対的誤差を，初期出力の重みのもとで最小化することに対応している．

4. 主結果

4.1 FRIT による目標値応答改善

まず，Fig. 1 において初期パラメータ ρ_{ini} を用いて実験を行い，実験データ $u_{\text{ini}} := u(\rho_{\text{ini}})$ と $y_{\text{ini}} := y(\rho_{\text{ini}})$ を得る．なお，ここでも自明な関係式

$$y_{\text{ini}} = Gu_{\text{ini}} \quad (15)$$

が成立することに注意しておく．つぎに，Fig. 1 の制御器部分を Fig. 2 に対応させるために変形し，制御器の入出力関係から擬似参照信号を

$$\tilde{r}(\rho) = \frac{s}{K}u_{\text{ini}} + y_{\text{ini}} + \frac{sF}{K}\Psi(\hat{B}u_{\text{ini}} + Hy_{\text{ini}}) \quad (16)$$

のように構成する．なお，ここで

$$\Psi := (sI - (\hat{A} - HC))^{-1} \quad (17)$$

としている．そして，この $\tilde{r}(\rho)$ を $T_{\text{act}}(\rho)$ に印加すると，ほとんどすべての ρ において，

$$y_{\text{ini}} = T_{\text{act}}(\rho)\tilde{r}(\rho) \quad (18)$$

となることがいえる（付録 2. 参照）¹．

つぎに，この $\tilde{r}(\rho)$ を用いた評価関数

$$J_F(\rho) = \|y_{\text{ini}} - T_{\text{des}}(\rho)\tilde{r}(\rho)\|_{(N,\Delta)}^2 \quad (19)$$

を最適化することを考える．この最適化には初期データのみを必要としており，あとはオフライン計算のみで最適なパラメータを得ることが可能である．一方，(18) 式を用いると， $J_F(\rho)$ はつぎのようにも書き直すことができる．

$$J_F(\rho) = \left\| \left(1 - \frac{T_{\text{des}}(\rho)}{T_{\text{act}}(\rho)} \right) y_{\text{ini}} \right\|_{(N,\Delta)}^2 \quad (20)$$

これらのことより，初期データから構成された (19) 式の $J_F(\rho)$ のオフラインでの最小化が，目標応答伝達関数 $T_{\text{des}}(\rho)$ と， ρ を実装した閉ループ系 $T_{\text{act}}(\rho)$ との相対的誤差の（初期出力の重みのもとでの）最小化に相当していることがわかる．

（注意 1）データ駆動型パラメータチューニングにおいて，目標値応答を調整する手法はいくつか研究されて

いる [12–17]．一方，本論文ではモデルと制御器の同時改善を目的として，目標応答伝達関数はノミナルモデルとそのモデルより設計された制御器パラメータによって構成されているという考えのもと，目標応答伝達関数に含まれるパラメータすべてをチューニングしている点で異なっている．また，著者らの先行研究 [14–16] との別の相違点としては，本論文では全状態オブザーバと状態フィードバックからなる制御系を扱っている点にもある．

4.2 FRIT によるオブザーバに内包されたモデルの改善

(19) 式で表された FRIT の評価関数 $J_F(\rho)$ は (20) 式のほかにも，次式

$$J_F(\rho) = \left\| \Gamma \left(1 - \frac{\hat{G}}{G} \right) y_{\text{ini}} \right\|_{(N,\Delta)}^2 \quad (21)$$

$$\Gamma := \frac{1 + F\Psi\hat{B}}{1 + \left(F + \frac{K}{s}C \right) (sI - \hat{A})^{-1}\hat{B}} \quad (22)$$

のように変形することができる（導出は付録 4. 参照）．ここで， Γ において，分子に含まれる $F\Psi\hat{B}$ ，および，分母に含まれる $\left(F + \frac{K}{s}C \right) (sI - \hat{A})^{-1}\hat{B}$ が ρ の値にかかわらず厳密にプロパーであるため， Γ の周波数特性は，ある帯域以上では 1 に近づくことがわかる．したがって，(19) 式の $J_F(\rho)$ の最小化は，初期出力データ，および，高域で 1 に近い特性をもつ Γ の重みのもとで，制御対象 G とモデル $\hat{G}(\rho)$ の相対的誤差の最小化に対応することがわかる．

4.3 アルゴリズム

以下で提案手法の手順をまとめる．

0. ノミナルモデルの $\hat{A}$ と $\hat{B}$ ，および，初期制御器パラメータ F_{ini} ， K_{ini} ， H_{ini} から全状態オブザーバを併合した積分型サーボ系を構成する．

1. ρ_{ini} を用いて実験をして，初期データ u_{ini} と y_{ini} を取得する．

2. (16) 式の $\tilde{r}(\rho)$ を構成して，(19) 式の評価関数 $J_F(\rho)$ をオフラインで非線形最適化を行う．

3. $\rho^* = \arg\min_{\rho} J_F(\rho)$ を得る．

そして， ρ^* を用いて再度制御実験を行うことで， $T_{\text{act}}(\rho^*)$ は (20) 式を最小化しているという意味で制御性能が $T_{\text{des}}(\rho^*)$ に近づき，モデル $\hat{G}(\rho^*)$ は (21) 式を最小化しているという意味で制御対象の動特性に近づくことになる．

4.4 いくつかの注釈

（注意 2）本論文では，可観測正準形を用いたが，可制御正準形を用いた場合でも，チューニングパラメータを $\rho = \{\hat{A}, \hat{C}, F, K, H\}$ とすることでまったく同様な議論が可能である．

（注意 3）本論文では，初期パラメータが系を安定化

¹3. で説明した Fig. 2 に対する FRIT では (12) 式の関係の導出は容易であるが，Fig. 1 の積分型サーボ系に対する FRIT の場合，対応する (18) 式の関係の導出は容易ではない．これは，積分型サーボ系が出力のみならず状態変数も制御器の入力として用いているからである．

すると仮定し、さらに、得られたパラメータが実際に安定化するか否かについては言及していない。このような、得られたパラメータを実装した閉ループ系の安定性に関する主題は、重要な問題であるので、今後の課題としたい。ただし、この問題は本論文のような手法のみが抱える問題ではなく、IFT[10]、VRFT[18] など、データ駆動型制御器チューニング全般においても未解決な問題である。

(注意 4) 本論文では、連続時間システムを対象としたが、離散時間システムとしてもまったく同様な議論と考察が可能である。

(注意 5) よく知られているように、対象が不安定零点をもつ場合に、与えられた目標応答伝達関数に完全に追従するような制御器を得るためには、その目標応答伝達関数も対象の不安定零点を含む必要がある。本論文では、対象の不安定零点は未知であるが、目標応答伝達関数 $T_{\text{des}}(\rho)$ に制御対象のモデルを含ませており、それもチューニングすることで、結果として同定された不安定零点の情報が含まれていることになる。したがって、本論文の手法は制御対象が非最小位相系である場合も適用が可能である。なお、このことは、内部モデル制御に関して目標応答伝達関数に不安定零点モデルを含めてチューニングすることで、非最小位相系の目標応答追従と不安定零点の同定を可能にした著者らの成果 [16] や、むだ時間を目標応答伝達関数に含めた増田ら [12]、田坂ら [13]、著者ら [15] の成果と対応している。

5. 数値例

ここでは、提案手法の有効性を検証するために数値例を用いて検証する。まず、制御対象の状態方程式の A 行列と B 行列が

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -0.8 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2.5 \\ 0.7 \end{pmatrix} \quad (23)$$

で表される可観測正準形とする。もちろん、これらの要素の値は未知であり、ここでは、設計者はノミナルモデルとして、

$$\hat{A} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \quad \hat{B} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0.5 \end{pmatrix} \quad (24)$$

をもつものとする。

さて、ノミナルモデル (24) 式に基づいて、積分型サーボ系のための拡大系 [1] をつくる。そして、可能な限りオーバーシュートのない目標応答を達成するために、 $\max_t T_{\text{des}}(\rho_{\text{ini}})r < 1.05$ の制約を設ける。このような仕様を満たすような制御パラメータとして、拡大系の閉ループ極を $\{-0.5, -1 \pm 0.5i\}$ とした極配置により、状態フィードバックゲイン $F_{\text{ini}} = [0.125 \ 0.750]$ 、積分ゲイン $K_{\text{ini}} = 0.625$ と設計した。また、制御対象の状態を推定するには閉ループ系のモードよりも速い推定が望ま

しいので、 $\hat{A} - \hat{B}F_{\text{ini}}$ の固有値を負の方向に 1.1 倍大きくした $\{-1.375 \pm 0.6736i\}$ にオブザーバ $\hat{A} - H_{\text{ini}}C$ の極を配置することで、 $H_{\text{ini}} = [1.3444 \ 0.750]^T$ として設計した。これらを、(23) 式で表される制御対象に対して実装し、制御を行った結果を Fig. 3 に示す。図中、設計者の想定している所望の応答 $T_{\text{des}}(\rho_{\text{ini}})r$ を点線で、実際の出力応答 y_{ini} を実線でおのおの示す。また、Fig. 4 に入力 u_{ini} を示しておく。

Fig. 3 からわかるとおり、所望の応答とは異なる結果を得ている。これはノミナルモデルが実際の動特性を表していないことに起因する。そこで、提案手法を用いて最適化を行い、新たに $\rho = \{A, B, F, K, H\}$ を求めることにする。その際、目標応答のオーバーシュートを抑えるために、ここでも $\max_t T_{\text{des}}(\rho)r < 1.05$ の制約条件下での最適化を行う。なお、最適化手法には、CMA-ES (Covariance Matrix Adaptation Evolution Strategy) [19, 20] を用い¹、計算には、Matlab²を用いた。本例題では、 $J_F(\rho) < 10^{-5}$ となった場合に探索計算を終了するように設定し、それまでに要した計算時間は 1381.34205 [sec] (CPU: Intel Core 2 Duo, P8700, 2.53GHz) である。ここでの計算過程における $J_F(\rho)$ の減少の様子を縦軸を対数にとり Fig. 5 に示しておく。この図からも $J_F(\rho)$ が十分に最小化されている様子がわかる。

このような最適化の結果として、制御対象のパラメータ

$$\hat{A}^* = \begin{pmatrix} 0 & -0.7995 \\ 1 & -1.0018 \end{pmatrix} \quad \hat{B}^* = \begin{pmatrix} 2.5035 \\ 0.6996 \end{pmatrix} \quad (25)$$

および、制御器のパラメータ

$$F^* = [2.2415 \ 1.9736], \quad K^* = 2.4241 \\ H^* = [2.9572 \ -0.3180]^T$$

を得た。これらのパラメータを実装し制御を行った結果を Fig. 6 に示す。図中、太い点線が、調整の結果得られたモデルを用いて作られた新しい目標値応答 $T_{\text{des}}(\rho^*)r$ 、実線が閉ループ系の応答 $y(\rho^*)$ である。さらに、比較のために、Fig. 3 における初期の目標応答 $T_{\text{des}}(\rho_{\text{ini}})r$ と出力 y_{ini} を、再度、Fig. 6 において細い破線および細い一点鎖線でおのおの示してある。また、同様に Fig. 7 に入力 $u(\rho^*)$ を示しておいた。

Fig. 6 の結果からわかるように、更新後の目標応答 $T_{\text{des}}(\rho^*)r$ (太い点線) は初期の $T_{\text{des}}(\rho_{\text{ini}})r$ (細い一点破線) よりも速くなり、それに伴い実際の応答 $y(\rho^*)$ と $T_{\text{des}}(\rho^*)r$ はほぼ同じ応答をしており (実線と太い点線はほぼ重なっている)、初期応答 (細い一点鎖線) と比

¹ この手法は確率的な多点探索を行うことで大域的最適点を探索する手法であり、最適化関数の勾配などが不要、ユーザの設定するパラメータもほとんどない、といった利点がある。詳細は文献 [19, 20] を参照されたい。

² Matlab は MathWorks Inc. の登録商標である。

Fig. 3 The initial response: the initial output y_{ini} (the solid line), the desired closed loop response $T_{des}(\rho_{ini})r$ (the dotted line)

Fig. 4 The initial input

Fig. 5 The degradation of the cost function $J_F(\rho)$

Fig. 6 The final response and the initial response: the final output $y(\rho^*)$ (the bold solid line), the final desired response $T_{des}(\rho^*)r$ (the bold dot line), the initial response y_{ini} (the narrow dot-and-dash line), the initial desired response $T_{des}(\rho_{ini})r$ (the narrow broken line)

べても制御性能が改善されていることがわかる。

つぎに、モデルの改善についてみよう。(23)式と

Fig. 7 The final input

Fig. 8 Gain characteristics: the actual plant (the bold dotted line), the initial model (the dot-and-dash line), the obtained model (the solid line)

Fig. 9 Phase characteristics: the actual plant (the bold dotted line), the initial model (the dot-and-dash line), the obtained model (the solid line)

(25) 式を比較してもわかるように、当初の (24) 式のノミナルモデルのパラメータよりも、実際のパラメータに近づいていることがわかる。また、Fig. 8 と Fig. 9 にゲイン特性および位相特性において比較した図を示す。両方の図において、当初のノミナルモデル $\hat{G}(\rho_{ini})$ を一点鎖線で、得られたモデル $\hat{G}(\rho^*)$ を実線で、そして、実際の対象 G を点線で、おのおのの周波数特性を示す。これら図からわかるように、初期のノミナルモデルと実際の対象の差異と比べて、得られたモデルと実際の対象の差異はほとんどなく（図ではほぼ重なっている）、ゲインと位相双方の周波数特性でも、モデルの精度が改善されていることがわかる。

6. おわりに

本論文では、全状態オブザーバを併合した積分型サーボ系に対して、データを直接用いた制御器パラメータ調整手法 FRIT を適用することで、制御性能とモデルの精度を同時に改善する手法について提案した。そして、有効性を数値例を用いて検証した。

なお、著者らは、これまで制御器とモデルの同時獲得または同時改善に関して、内部モデル制御の構造を中心としたいくつかの結果を与えてきた。一方で、状態フィードバックと全状態オブザーバは必ずユーラパラメトリゼーションで表現でき、さらに、内部モデル制御の一般化がユーラパラメトリゼーションであることもしられている。これらのことより、本論文の結果は、著者らの同時獲得に関するアプローチの一つの一般化としてもとらえられる。一方で、実用的に重要課題の一つであるパラメータの増加に伴う計算時間の定量的評価、安定性の保証や次数が不明な場合への対処など、解決すべき課題もいくつか残されており、これらは今後の課題としたい。

本研究の一部は科学研究費基盤研究 (C)25420432, (B)23360183 の援助を受けている。

参考文献

- [1] 増淵：システム制御，コロナ社 (1987)
- [2] W. S. Lee, B. D. O. Anderson, I. M. Y. Mareels and R. L. Kosut : On some key issues in the windsurfer approach; *Automatica*, Vol. 31, No. 11, pp. 1577–1594 (1995)
- [3] 阿部，市原：むだ時間系に対する IMC 構造を用いた閉ループ同定と補償器の繰り返し設計；計測自動制御学会論文誌，Vol. 36, No. 7, pp. 563–568 (2000)
- [4] 池田：モデリングと制御器設計の不可分性；システム/制御/情報，Vol. 37, No. 1, pp. 7–14 (1993)
- [5] P. M. J. van den Hof and R. J. P. Schrama : Identification and control: Closed-loop issues; *Automatica*, Vol. 31, No. 12, pp. 1750–1770 (1995)
- [6] H. Hjalmarsson, M. Gevers and F. DeBruyne : For model based control design, closed loop identification gives better performance; *Automatica*, Vol. 32, No. 12, pp. 1659–1673 (1996)
- [7] 金子：データを直接用いた制御器のパラメータチューニング；計測と制御，Vol. 47, No. 11, pp. 903–908 (2008)
- [8] 相馬，金子，藤井：一回の実験データを用いた制御器パラメータチューニングの新しいアプローチ-Fictitious Reference Iterative Tuning の提案；システム制御情報学会論文誌，Vol. 17, No. 12, pp. 528–536 (2004)
- [9] O. Kaneko: Data-driven controller tuning: FRIT approach (Tutorial); *11th IFAC Workshop on Adaptation and Learning in Control and Signal Processing (ALCOSP'13)*, pp.326–336 (2013)
- [10] H. Hjalmarsson, M. Gevers, S. Gunnarsson and O. Lequin : Iterative feedback tuning : Theory and applications; *IEEE Control Systems Magazine*, Vol. 18, No. 4, pp. 26–41 (1998)
- [11] M. G. Safonov and T. C. Tsao: The unfalsified control concept and learning; *IEEE Transactions on Automatic and Control*, Vol. 42, No. 6, pp. 843–847 (1997)
- [12] 増田，安田：規範モデルのむだ時間調整機能を有した FRIT 法による性能改善；第 37 回制御理論シンポジウム資料，pp. 235–238 (2008)
- [13] 田坂，加納，小河，増田，山本（透）：閉ループデータに基づく直接的 PID 調整とその不安定プロセスへの適用；システム制御情報学会論文誌，Vol. 53, No. 4, pp. 137–144 (2009)
- [14] O. Kaneko, M. Miyachi and T. Fujii: Simultaneous updating of model and controller based on fictitious reference iterative tuning; *SICE Journal of Control, Measurement, and System Integration*, Vol. 4, No. 1, pp. 63–70 (2011)
- [15] 金子，和田垣，山本（茂）：FRIT に対するスミス補償器の最適制御パラメータとプラントモデルの同時獲得について；電気学会論文誌 C, Vol. 131, No. 4, pp. 742–750 (2011)
- [16] O. Kaneko, H. T. Nguyen, Y. Wadagaki and S. Yamamoto: Fictitious reference iterative tuning for non-minimum phase systems in the IMC architecture: Simultaneous attainment of controllers and models; *SICE Journal of Control, Measurement, and System Integration*, Vol. 5, No. 2, pp. 101–108 (2012)
- [17] 池上，山本（茂），金子：規範応答整形を考慮した閉ループ応答実験データに基づくデータマッチング型制御器チューニング；第 55 回システム制御情報学会研究発表講演会，pp. 81–82 (2011)
- [18] M. C. Campi, A. Lecchini and S. M. Savarese: Virtual reference feedback tuning: a direct method for the design of feedback controllers; *Automatica*, Vol. 38, No. 8, pp. 1337–1446 (2002)
- [19] N. Hansen: The CMA-ES evolution strategy: a tutorial; <http://www.lri.fr/~hansen/cmatutorial.pdf> (2011)
- [20] Y. Wakasa, S. Kanagawa, K. Tanaka and Y. Nishimura: FRIT for systems with dead-zone and its applications to ultrasonic motors; 電気学会論文誌 C, Vol. 131, No. 6, pp. 1209–1216 (2011)
- [21] 児玉，須田：システム制御のためのマトリクス理論，計測自動制御学会編 (1978)

付 録

付録 1. (7) 式の導出

まず，(6) 式を状態方程式で表現すると，対象，オブザーバ，そして積分器のおのおのについて

$$\dot{x} = Ax - BF\tilde{x} + BKx_I \quad (A1)$$

$$\dot{\tilde{x}} = HCx + (\hat{A} - \hat{B}F - HC)\tilde{x} + \hat{B}Kx_I \quad (A2)$$

$$\dot{x}_I = -Cx + r \quad (A3)$$

となる．これらに対して，初期値を零としたもとでラプラス変換を施す．そして，(A3) 式から得られる $x_I = \frac{1}{s}(r - Cx)$ を，ラプラス変換された (A2) 式に代入すると，

$$\tilde{x} = \Phi \left\{ \frac{\hat{B}K}{s}(r - Cx) + HCx \right\} \quad (A4)$$

を得る．さらに，(A4) 式と $x_I = \frac{1}{s}(r - Cx)$ を，ラプラス変換された (A1) 式に代入すると，簡単な計算より，

$$(sI - A)x = -BF\Phi \left\{ \frac{\hat{B}K}{s}(r - Cx) + HCx \right\} + \frac{BK}{s}(r - Cx) \quad (A5)$$

となる．(A5) 式において， x の項を左辺， r の項を右辺におのおのまとめると，

$$\left\{ (sI - A) - BF\Phi \frac{\hat{B}KC}{s} + BF\Phi HC + \frac{BKC}{s} \right\} x = B(1 - F\Phi\hat{B}) \frac{K}{s} r \quad (A6)$$

となり，両辺に $(sI - A)^{-1}$ をかけると

$$\left\{ I - (sI - A)^{-1}B \left(F\Phi \frac{\hat{B}K}{s} - F\Phi H - \frac{K}{s} \right) C \right\} x = (sI - A)^{-1}B(1 - F\Phi\hat{B}) \frac{K}{s} r \quad (A7)$$

を得る．(A7) 式左辺の $\{ \}$ の逆行列を両辺に施し，さらに C をかけると， $y = Cx$ であることから

$$\begin{aligned} y &= C \left\{ I - (sI - A)^{-1}B \left(F\Phi \frac{\hat{B}K}{s} - F\Phi H - \frac{K}{s} \right) C \right\}^{-1} \\ &\quad \times (sI - A)^{-1}B(1 - F\Phi\hat{B}) \frac{K}{s} r \\ &= \left\{ 1 - C(sI - A)^{-1}B \left(F\Phi \frac{\hat{B}K}{s} - F\Phi H - \frac{K}{s} \right) \right\}^{-1} \\ &\quad \times C(sI - A)^{-1}B(1 - F\Phi\hat{B}) \frac{K}{s} r \\ &= \left\{ 1 - G \left(F\Phi \frac{\hat{B}K}{s} - F\Phi H - \frac{K}{s} \right) \right\}^{-1} G(1 - F\Phi\hat{B}) \frac{K}{s} r \end{aligned}$$

となり， r から y までの実際の閉ループ伝達関数として (7) 式を得る．

付録 2. (18) 式の導出

まず，(16) 式の擬似参照信号は，自明な関係式 (15) を用いると，

$$\tilde{r}(\rho) = \left\{ \frac{s}{KG} + 1 + \frac{sF\Psi}{KG}(\hat{B} + HG) \right\} y_{\text{ini}} \quad (A8)$$

とも表される．この $\tilde{r}(\rho)$ を (7) 式で表された $T_{\text{act}}(\rho)$ に印加したときの出力を計算すると

$$\begin{aligned} T_{\text{act}}(\rho)\tilde{r}(\rho) &= \left\{ 1 - G \left(F\Phi \frac{\hat{B}K}{s} - F\Phi H - \frac{K}{s} \right) \right\}^{-1} G(1 - F\Phi\hat{B}) \frac{K}{s} \\ &\quad \times \left\{ \frac{s}{KG} + 1 + \frac{sF\Psi}{KG}(\hat{B} + HG) \right\} y_{\text{ini}} \\ &= \left\{ 1 - G \left(F\Phi \frac{\hat{B}K}{s} - F\Phi H - \frac{K}{s} \right) \right\}^{-1} \frac{(1 - F\Phi\hat{B})}{\left\{ 1 + \frac{KG}{s} + F\Psi(\hat{B} + HG) \right\}} y_{\text{ini}} \end{aligned} \quad (A9)$$

となる．ここで，補題 1 より得られる

$$\begin{aligned} 1 - F\Phi\hat{B} &= 1 - F\Psi(I + \hat{B}F\Psi)^{-1}\hat{B} \\ &= 1 - F\Psi\hat{B}(1 + F\Psi\hat{B})^{-1} \end{aligned} \quad (A10)$$

を用いて，(A9) 式の最右辺の下線部を書き換えると．

$$\begin{aligned} (1 - F\Phi\hat{B}) &\left\{ 1 + \frac{KG}{s} + F\Psi(\hat{B} + HG) \right\} \\ &= \left\{ 1 - F\Psi\hat{B}(1 + F\Psi\hat{B})^{-1} \right\} \\ &\quad \times \left\{ \left(1 + F\Psi\hat{B} \right) + \frac{KG}{s} + F\Psi HG \right\} \\ &= \left\{ 1 - F\Psi\hat{B}(1 + F\Psi\hat{B})^{-1} \right\} \left(1 + F\Psi\hat{B} \right) \\ &\quad + \left\{ 1 - F\Psi\hat{B}(1 + F\Psi\hat{B})^{-1} \right\} \left(\frac{KG}{s} + F\Psi HG \right) \\ &= 1 + \left\{ 1 - F\Psi\hat{B}(1 + F\Psi\hat{B})^{-1} \right\} \left(\frac{KG}{s} + F\Psi HG \right) \\ &= 1 + G(1 + F\Psi\hat{B})^{-1} \left(\frac{K}{s} + F\Psi H \right) \\ &= 1 + G(1 + F\Psi\hat{B})^{-1} \frac{K}{s} + G(1 + F\Psi\hat{B})^{-1} F\Psi H \end{aligned} \quad (A11)$$

を得る．ここで，(A11) 式の最右辺の第 2 項は，ふたたび補題 1 を用いることで

$$(1 + F\Psi\hat{B})^{-1} = 1 - F\Psi(I + \hat{B}F\Psi)^{-1}\hat{B} = 1 - F\Phi\hat{B} \quad (A12)$$

のように変形することができ¹，さらに (A11) 式の最右辺の第 3 項は

$$(1 + F\Psi\hat{B})^{-1} F\Psi H = F\Psi(I + \hat{B}F\Psi)^{-1} H = F\Phi H$$

のように変形することができる．これらより，結局，(A11) 式は以下のように表される．

$$\begin{aligned} (1 - F\Phi\hat{B}) &\left\{ 1 + \frac{KG}{s} + F\Psi(\hat{B} + HG) \right\} \\ &= \left\{ 1 - G \left(F\Phi \frac{\hat{B}K}{s} - F\Phi H - \frac{K}{s} \right) \right\} \end{aligned}$$

¹(A12) 式の最初の等式には逆行列補題 [21] を用いた．

これを, (A9) 式の最右辺の下線部に代入することで (18) 式を得る.

付録 3. Φ と Ψ の関係

【補題 1】 (8) 式と (17) 式で定義された Φ と Ψ について, 以下の関係が成立する.

$$\Phi = \Psi (I + \hat{B}F\Psi)^{-1} \quad (\text{A13})$$

(証明)

$$\begin{aligned} \Psi (I + \hat{B}F\Psi)^{-1} &= (\Psi^{-1} + \hat{B}F)^{-1} \\ &= ((sI - (\hat{A} - HC)) + \hat{B}F)^{-1} = \Phi \end{aligned} \quad (\text{A14})$$

付録 4. モデルの評価に関する (21) 式および (22) 式の導出
まず,

$$\begin{aligned} C(sI - (\hat{A} - \hat{B}F))^{-1} \hat{B} \\ &= C(sI - \hat{A})^{-1} (I + \hat{B}F(sI - \hat{A})^{-1})^{-1} \hat{B} \\ &= C(sI - \hat{A})^{-1} \hat{B} (1 + F(sI - \hat{A})^{-1} \hat{B})^{-1} \end{aligned}$$

を用いると, (10) 式は

$$T_{\text{des}}(\rho) = \frac{\hat{G}AK}{s + \hat{G}AK} \quad (\text{A15})$$

と書き表される. ここで,

$$\Lambda := (1 + F(sI - \hat{A})^{-1} \hat{B})^{-1} \quad (\text{A16})$$

としている. つぎに, (A15) 式と (16) 式, および初期実験に関する自明な関係 (15) 式を用いて $J_F(\rho)$ で評価している信号を以下のように書き表す.

$$\begin{aligned} y_{\text{ini}} - T_{\text{des}}(\rho) \tilde{r}(\rho) &= y_{\text{ini}} - \frac{\hat{G}AK}{s + \hat{G}AK} \left\{ \frac{s}{K} u_{\text{ini}} + y_{\text{ini}} \right. \\ &\quad \left. + \frac{sF}{K} \Psi(\hat{B}u_{\text{ini}} + Hy_{\text{ini}}) \right\} \\ &= \left\{ 1 - \frac{\hat{G}\Lambda}{s + \hat{G}AK} \{s + KG \right. \\ &\quad \left. + sF\Psi(\hat{B} + HG)\} \frac{1}{G} \right\} y_{\text{ini}} \\ &= \frac{sG - s\hat{G}\Lambda - s\hat{G}\Lambda F\Psi\hat{B} - s\hat{G}\Lambda F\Psi HG}{(s + \hat{G}AK)G} y_{\text{ini}} \\ &= \frac{1 - \frac{\hat{G}}{G}\Lambda - \frac{\hat{G}}{G}\Lambda F\Psi\hat{B} - \hat{G}\Lambda F\Psi H}{(1 + \hat{G}AK/s)} y_{\text{ini}} \\ &= \frac{1}{1 + \hat{G}AK/s} \left\{ 1 - \hat{G}\Lambda F\Psi H - \frac{\hat{G}}{G}(\Lambda + \Lambda F\Psi\hat{B}) \right\} y_{\text{ini}} \\ &= \frac{1 - \hat{G}\Lambda F\Psi H}{1 + \hat{G}AK/s} \left(1 - \frac{\hat{G}}{G} \frac{\Lambda + \Lambda F\Psi\hat{B}}{1 - \hat{G}\Lambda F\Psi H} \right) y_{\text{ini}} \quad (\text{A17}) \end{aligned}$$

を得る. このとき, (A17) 式最右辺の括弧の中において,

$$\begin{aligned} \frac{\Lambda + \Lambda F\Psi\hat{B}}{1 - \hat{G}\Lambda F\Psi H} &= \frac{1 + F\Psi\hat{B}}{\Lambda^{-1} - F\Psi H\hat{G}} \\ &= \frac{1 + F\Psi\hat{B}}{1 + F(sI - \hat{A})^{-1} \hat{B} - F\Psi HC(sI - \hat{A})^{-1} \hat{B}} \\ &= \frac{1 + F\Psi\hat{B}}{1 + F\{I - \Psi HC\}(sI - \hat{A})^{-1} \hat{B}} \end{aligned} \quad (\text{A18})$$

となるが,

$$\begin{aligned} I - \Psi HC &= \Psi(\Psi^{-1} - HC) \\ &= \Psi((sI - (\hat{A} - HC)) - HC) = \Psi(sI - \hat{A}) \end{aligned} \quad (\text{A19})$$

であることを (A18) 式の最右辺の分母に用いることで,

$$\begin{aligned} \frac{\Lambda + \Lambda F\Psi\hat{B}}{1 - \hat{G}\Lambda F\Psi H} &= \frac{1 + F\Psi\hat{B}}{1 + F\Psi(sI - \hat{A})(sI - \hat{A})^{-1} \hat{B}} \\ &= \frac{1 + F\Psi\hat{B}}{1 + F\Psi\hat{B}} = 1 \end{aligned} \quad (\text{A20})$$

を得る. そして, この (A20) 式を (A17) 式に代入すると

$$y_{\text{ini}} - T_{\text{des}}(\rho) \tilde{r}(\rho) = \frac{1 - \hat{G}\Lambda F\Psi H}{1 + \hat{G}AK/s} \left(1 - \frac{\hat{G}}{G} \right) \quad (\text{A21})$$

となることがわかる. そして, (A21) 式の右辺の括弧の外にある伝達関数については,

$$\begin{aligned} \frac{1 - \hat{G}\Lambda F\Psi H}{1 + \hat{G}AK/s} &= \frac{\Lambda^{-1} - F\Psi H\hat{G}}{\Lambda^{-1} + \frac{K}{s}\hat{G}} \\ &= \frac{1 + F(sI - \hat{A})^{-1} \hat{B} - F\Psi HC(sI - \hat{A})^{-1} \hat{B}}{1 + F(sI - \hat{A})^{-1} \hat{B} + \frac{K\hat{G}}{s}} \\ &= \frac{1 + F(I - \Psi HC)(sI - \hat{A})^{-1} \hat{B}}{1 + F(sI - \hat{A})^{-1} \hat{B} + \frac{K}{s}\hat{G}} \\ &= \frac{1 + F\Psi\hat{B}}{1 + F(sI - \hat{A})^{-1} \hat{B} + \frac{K}{s}\hat{G}} = \Gamma \end{aligned} \quad (\text{A22})$$

とすることができる. なお, ここで, 4 番目の等式の分子の書き換えについては, 再び (A19) 式を用いている.

著者略歴

かね 子

おさむ 修 (正会員)

1969 年 9 月 30 日生. 1994 年長岡技術科学大学大学院工学研究科修士課程修了. 同年 4 月から 1996 年 3 月まで石川島システムテクノロジー株式会社勤務. 1999 年大阪大学基礎工学研究科博士課程単位認定退学. 同年大阪大学大学院基礎工学研究科助手, 2009 年金沢大学理工研究域電子情報学系准教授, 現在に至る. 制御理論とその応用の研究に従事. 博士 (工学). 2008 年本会論文賞・砂原賞受賞, 2012 年計測自動制御学会論文賞受賞.

みや じま
宮 島 つよし
健

1987年生。2010年金沢大学工学部電気電子工学科卒業，同年金沢大学自然科学研究科電子情報工学専攻進学，2012年同専攻修了。同年4月株式会社シキノハイテック入社。在学中は制御工学の理論と応用の研究に従事。

やま もと
山 本 しげる
茂 (正会員)

1964年5月生。1989年大阪大学大学院工学研究科修士課程修了。同年，大阪大学工学部助手，大阪大学基礎工学部助手，同基礎工学研究科助手，講師，助教授を経て，2007年より金沢大学自然科学研究科教授，配置換えにより，2008年より金沢大学理工研究域教授，現在に至る。制御理論とその応用の研究に従事。博士（工学）。