ベイズ線形回帰を用いた高精度逐次比較型 A/D 変換器の誤差補正のための追加学習法*

倉田 宗史[†]・巽 啓司[†]・谷野 哲三[†]・平井 雄作[†]・松岡 俊匡[†]・谷 貞宏[†]

Incremental Learning for a Calibration of a High-precision SAR-ADC by Using the Bayesian Linear Regression*

Toshifumi KURATA[†], Keiji TATSUMI[†], Tetsuzo TANINO[†], Yusaku HIRAI[†],
Toshimasa MATSUOKA[†] and Sadahiro TANI[†]

In this paper, we discuss a high-precision and low-power analog-to-digital converter (ADC) which is required for wearable biomedical measurement sensors driven by a battery. In particular, we focus on the successive approximation register ADC (SAR-ADC), and propose its calibration algorithm using the machine learning. We derive a calibration function for the outputs of the SAR-ADC by taking into account its characteristics, and show the least squares method of determining the parameter values of the function to minimize the residual errors. Furthermore, from the practical viewpoint, we propose an incremental learning for the calibration, where additional data sets are selected on the basis of the Bayesian predictive distributions which are obtained at each additional learning step. Through numerical experiments, we observed that the mean residual errors obtained by the proposed method are less than 1 LSB, and the method needs a small amount of training data.

1. はじめに

近年の日常健康管理の需要の高まりから、バッテリーによる長時間駆動が可能な高精度ウェアラブル生体計測センサが必要とされている。このようなセンサでは、省スペース、低消費電力でありながら高分解能な A/D 変換器 (Analog-to-Digital Converter, ADC) が必要となる。しかし、一般に CMOS プロセスを用いた ADC では、消費電力と分解能はトレードオフの関係にあり、これを実現することは容易ではない。そこで、本研究では、代表的な低消費電力の A/D 変換方式である逐次比較型 ADC (Successive Approximation Register ADC, SAR-ADC) [6] に着目し、その分解能を保証するため、外部計算資源を活用した出力誤差補正を考える。とくに、本論文では、SAR-ADC の出力誤差補正のための機械学習を、外部計算資源を用いてソフトウェアレベルで行い、学習により得られた誤差補正機能を、ウェアラブル生体

計測センサが搭載されたアプリケーションボード上で実装するモデルを考える。

出力誤差補正のための機械学習は、各々の SAR-ADC に対して個別に行い、SAR-ADC に共通する出力誤差特性だけでなく、個別の SAR-ADC の特性を反映した補正関数の作成を目指す。また、学習に用いる教師信号には熱雑音などによる誤差が含まれることから、確率的な手法の一つである、ベイズ線形回帰モデルを使用する。さらに、各々の SAR-ADC の学習に用いることのできる訓練データの数は限られているため、ベイズ線形回帰より得られる教師信号の予測分布を用いて、能動学習での期待分散低減化 [3,8] の考え方に基づいた追加訓練データの選択法を提案する。ADC の出力誤差補正のための従来研究としては、製造時の検査プロセスに機械学習を用いる研究 [10] など行われているものの、機械学習を用いて各々の ADC の特性に適した出力誤差補正をソフトウェアレベルで行い、ADC の分解能を保証する方法は、従来にない新しい試みである。

本論文の構成は以下の通り。2 節では、SAR-ADC の構成について述べ、3 節では誤差補正モデルの構成とその検証、4 節ではベイズ線形回帰を用いた追加学習法を提案し、数値実験でその有効性を検証する。最後に 5 節で結論を述べる。

* 原稿受付 2015 年 3 月 13 日

第 57 回自動制御連合講演会において講演

[†] 大阪大学 大学院 工学研究科 Graduate School of Engineering, Osaka University; 2-1 Yamada-Oka, Suita, Osaka 565-0871, JAPAN

Key Words: successive approximation register ADC, machine learning, Bayesian linear regression, incremental learning, active learning, high precision.

2. 逐次比較型 ADC (SAR-ADC)

逐次比較型 ADC (Successive Approximation Register ADC, SAR-ADC) は、代表的な低消費電力の A/D 変換器である [6]。この方式では D/A 変換器 (Digital-to-Analog Converter) と比較器を繰り返し使用し、二分探索アルゴリズムに基づいて最上位ビット m_{n-1} から順に判定を行う (Fig. 1)。

Fig. 1 SAR-ADC

D/A 変換器は多くの場合、Fig. 2 に示すような容量とスイッチのアレイによって実現される。容量の値は通常 2 のべき乗で重み付けされており、 i 番目の容量 C_i は

$$C_i = \begin{cases} 2^i C_u (1 + \varepsilon_i), & i = 0, \dots, d \\ 2^{i-1-d} C_u (1 + \varepsilon_i), & i = d+1, \dots, n-1 \end{cases}$$

で表される。ここで、 C_u は単位容量であり、 ε_i は製造ばらつきによる容量の 2 のべき乗からの誤差を表す。SAR-ADC ではこの誤差が分解能を制限する要因となる。また、高分解能 SAR-ADC を実現する場合、容量の値が膨大となるため、通常、Fig. 2 の C_c のように直列に容量を挿入することで容量値のスケーリングを行うが、この容量 C_c の誤差もまた分解能を制限する要因となる。これらの誤差が D/A 変換器出力に与える影響はスイッチによる容量の選択状況によるため、誤差の影響は上位ビットの判定結果に依存する。

容量の相対誤差は単位容量を大きくすることで低減できるが、集積回路上の占有面積が増大し製造コストが増大するため、上述の高精度ウェアラブル生体計測センサでの使用はむずかしい。そこで、省スペース、低消費電力でありながら高分解能な SAR-ADC の実現のため、次節以降ではソフトウェアレベルでの SAR-ADC の出力誤差補正法を提案する。

3. 線形回帰による誤差補正

本節では、誤差補正モデルの選定およびその検証を行う。 n ビット分解能の高精度 SAR-ADC の出力誤差補正には、教師信号とよばれる理想的な出力値と、それに対応した実際の SAR-ADC の出力測定値のペアが p 個与えられるとする。また、そのペア全体を訓練データとよぶ。訓練データを得るため、教師信号 $\mathbf{t}^k = (t_0^k, \dots, t_{n-1}^k)$ $\in \{0, 1\}^n$ 、 $k \in T := \{1, \dots, p\}$ に対応したアナログ電圧

Fig. 2 n -bit capacitor D/A converter (including sample/hold)

を外部の高精度 DAC を用いて生成し、その電圧に対する SAR-ADC の出力 $\mathbf{m}^k = (m_0^k, \dots, m_{n-1}^k) \in \{0, 1\}^n$ を計測し、出力測定値とする。教師信号 $\mathbf{t}^k$ と出力測定値 $\mathbf{m}^k$ を 10 進数表記したものを、それぞれ t_D^k 、 m_D^k と表す。ここで、 T は与えられた訓練データの添字集合を表し、 T に対応する訓練データを $D_T = (\mathbf{m}^k, \mathbf{t}^k)_{k \in T}$ と表す。ただし、文脈上明らかな場合は、 T で訓練データ自身を表すものとする。また、すべての 2^n 通りの教師信号に対する訓練データの添字集合を T_{all} で表し、全訓練データとよぶ。

3.1 回路モデルを考慮した誤差補正関数

まず、SAR-ADC の特性を考慮し、任意の出力測定値 $\mathbf{m} = (m_0, \dots, m_{n-1})$ を理想的な状況での正確な出力値に近づける誤差補正関数を導出する。SAR-ADC の誤差補正後の 10 進値の出力値を表す誤差補正関数として、

$$h_w(\mathbf{m}) = m_D + \sum_{i=0}^{n-1} 2^i m_i e_i + \sum_{i=0}^{n-1} 2^i m_i \sum_{j=i+1}^{n-1} f_{ij} m_j + \delta \quad (1)$$

を用いることを考える。ここで、

$$\mathbf{e} = (e_0, \dots, e_{n-1})^T \in \mathbb{R}^n, \quad \delta \in \mathbb{R}, \\ \mathbf{f} = (f_{01}, \dots, f_{0(n-1)}, f_{12}, \dots, f_{(n-2)(n-1)})^T \in \mathbb{R}^{(n-1)n/2}$$

は、誤差補正関数の調整パラメータであり、便宜上 $\mathbf{w}^T = (\mathbf{e}^T, \mathbf{f}^T, \delta)$ と表す。(1) 式の第 2 項は測定値の 2 のべき乗からの誤差を、第 3 項はスイッチによる容量の選択状況に依存する誤差を補正するためのものである ((1) 式の導出の詳細は付録を参照)。

3.2 最小二乗法による出力誤差補正

本節では、誤差補正関数の調整パラメータを適切に定める方法について議論する。訓練データ D_T が与えられたとき、 k 番目の教師信号と出力測定値のペアに対する誤差を

$$E_w(\mathbf{m}^k) = h_w(\mathbf{m}^k) - t_D^k$$

と定め、全訓練データに対する $E_w(\mathbf{m}^k)$ の二乗和を最小化することで、調整パラメータ $\mathbf{w}$ を求める。つまり、

最小化問題

$$\min_{\mathbf{w}} \sum_{k \in T} (E_w(\mathbf{m}^k))^2 + c_r \|\mathbf{e}\|^2 + c_r \|\mathbf{f}\|^2 \quad (2)$$

を考える．ここで，第 2, 3 項は，正則化項とよばれ， $\mathbf{e}$ ， $\mathbf{f}$ の値が大きくなりすぎることを防ぐものであり， c_r を正則化定数とよぶ．誤差補正関数の調整パラメータ値は，問題 (2) 式の最適解 $\mathbf{w}^*$ として以下のように求めることが可能である．

$$\mathbf{w}^* = (\Phi^T \Phi + I_c)^{-1} \Phi^T \mathbf{d}$$

ここで， Φ ， $\mathbf{d}$ ， I_c は，

$$\begin{aligned} \phi(\mathbf{m}) &= (2^0 m_0, \dots, 2^{n-1} m_{n-1}, \\ &\quad 2^0 m_0 m_1, \dots, 2^{n-2} m_{n-2} m_{n-1}, 1)^T \\ \Phi &= (\phi(m_1), \dots, \phi(m_p))^T \\ I_c &= \text{diag}\{c_r, \dots, c_r, 0\} \in \mathbb{R}^{(n^2+n+2)/2} \\ \mathbf{d} &= (t_D^1 - m_D^1, \dots, t_D^p - m_D^p)^T \end{aligned}$$

である． $\Phi^T \Phi + I_c$ は， $(n^2+n+2)/2 \times (n^2+n+2)/2$ 行列であり，データ数 $|T|$ と無関係に一定である．また， $\mathbf{w}^*$ は解析的に求めることができるため，調整パラメータ値を定めるための外部計算資源の計算量負担は小さいことがわかる．

3.3 数値実験

提案した誤差補正モデルの評価と最小二乗法による学習の有効性を確かめるため数値実験を行った．

3.3.1 SAR-ADC シミュレーションモデル

本論文で用いる訓練データを生成するため，15 ビット SAR-ADC¹ のシミュレーションモデルを用いた．このモデルでは，出力測定値の誤差要因として，SAR-ADC 内の DAC の各容量の 2 のべき乗からの誤差と，SAR-ADC 内の比較器の入力換算 DC オフセット（閾値の誤差に相当）を考慮している．DAC の各容量はその設計値を平均とするガウス分布に従うと仮定している．本研究の SAR-ADC モデル内の比較器には，確率的 A/D 変換方式 [4] を用いることで，その閾値制御 [5] により比較ごとに動的に入力換算 DC オフセットが補正されるものとしてモデル化している（詳細は付録参照）．

3.3.2 実験結果

提案した出力誤差補正モデルの評価と，最小二乗法による学習の有効性の検証のため数値実験を行った．シミュレーションモデルを使用して，10 個の異なる SAR-ADC を想定した全訓練データ T_{all}^i ， $i = 1, \dots, 10$ を生成した．ここで， T_{all}^i をデータ番号 i の全訓練データとよぶことにする．また，正則化定数を $c_r = 0.1$ と設定した．また，訓練データ $T \subset T_{all}$ を用いて学習を行い，得られた調整パラメータ $\mathbf{w}^*$ を用いて補正を行ったあとの全訓

練データ T_{all} に対する平均出力誤差を，

$$e_{w^*} = \frac{1}{|T_{all}|} \sum_{k \in T_{all}} |E_{w^*}(\mathbf{m}^k)| \quad (3)$$

とする．この値は， $T \subsetneq T_{all}$ のとき，未学習の訓練データに対する出力誤差も含まれているため，汎化性能を測る指標となっている．また，補正前の誤差は調整パラメータを $\mathbf{w} = 0$ とすることで評価した．Table 1 に 10 種類の各訓練データに対する，補正前・補正後の平均出力誤差とその標準偏差を示す．数値実験の結果，使用した 10 種類の訓練データのほぼすべてに対して補正後の出力補正誤差が 1 LSB 以下となり，提案モデルは十分な誤差補正能力をもつことがわかる．

つぎに，全訓練データ T_{all}^i の部分集合を用いた学習により得られたパラメータ $\mathbf{w}^*$ に対する平均出力誤差を調べた．データ番号 i の T_{all}^i に対し， $|T_1^i| = 200$ ， $|T_2^i| = 500$ ， $|T_3^i| = 1000$ を満たす三つの部分集合 T_1^i ， T_2^i ， $T_3^i \subset T_{all}^i$ を T_{all}^i から一様ランダムに選択する．その際，異なる 30 組の $\{T_1^i, T_2^i, T_3^i\}$ を生成し，各々を用いた学習により得られたパラメータ $\mathbf{w}^*$ での平均出力誤差 e_{w^*} の平均値とその標準偏差を Table 2 に示す．表より，10 種類の全訓練データに対し，補正後平均出力誤差をおおむね 1 LSB 以下に抑えるためには，1000 個程度の訓練データが必要であることがわかる．

また，この実験において，補正前および補正後の各測定値に対する出力誤差を調べた． T_{all}^1 に対する各測定値 $\mathbf{m}^k$ ， $k \in T_{all}^1$ での補正前出力誤差 $E_0(\mathbf{m}^k)$ と，1 組の $\{T_1^1, T_2^1, T_3^1\}$ に対する各測定値 $\mathbf{m}^k$ での補正後出力誤差 $E_{w^*}(\mathbf{m}^k)$ ， $k \in T_{all}^1$ を Fig. 3 に示す．図より，データ数 200 の部分集合 T_1^1 を用いた学習で大域的な誤差は補正できており，訓練データ数の増加とともに，一部の測定値を除けば，誤差の変動幅がより小さくなっていることがわかる．

本小節での実験結果から，提案法により安定した出力誤差補正が可能であり，さらに，各データ番号の訓練データが表す個々の SAR-ADC に対して誤差補正が行えることも確認できる．

4. ベイジアンモデルを用いた追加学習

本節では，SAR-ADC の実際の製造状況を想定した学習方法を提案する．補正対象の SAR-ADC の高分解能化に伴い，熱雑音などの影響で訓練データ作成時に使用する外部の高精度 DAC の出力の信頼性が低くなり，教師信号にも誤差が含まれることが想定される．そのため，本節では，SAR-ADC の出力誤差補正に確率モデルを導入し，ベイズ線形回帰を使用することを考える．さらに，SAR-ADC を組み込んだ製品を製造する際には，各々の製品に対してソフトウェアレベルの補正を行う．そのため，各 SAR-ADC ごとに個別の訓練データが必要となるが，熱雑音などの影響を抑えるため，出力測定値は時間

¹SAR-ADC の実機として 15 ビットを想定しているため，シミュレーションモデルも 15 ビットとした．

Table 1 Mean residual error e_{w*} and its standard deviation after calibration with T_{all}^i , $i = 1, \dots, 10$

Data number	1	2	3	4	5
Before calibration	5.082 ± 5.317	5.161 ± 5.564	1.256 ± 1.572	1.681 ± 2.245	6.670 ± 5.518
After calibration	0.865 ± 1.133	0.806 ± 1.075	0.573 ± 0.724	0.726 ± 0.927	0.971 ± 1.246
Data number	6	7	8	9	10
Before calibration	6.499 ± 5.021	5.371 ± 2.401	1.650 ± 2.082	2.351 ± 1.978	1.416 ± 1.353
After calibration	1.148 ± 1.478	0.872 ± 1.105	0.928 ± 1.142	0.941 ± 1.189	0.718 ± 0.892

Table 2 Mean e_{w*} and its standard deviation after calibration with each subset of T_{all}^i , $i = 1, \dots, 10$

Data number	1	2	3	4	5
T_1	1.427 ± 0.120	1.343 ± 0.119	0.904 ± 0.061	1.150 ± 0.088	1.552 ± 0.133
T_2	0.997 ± 0.021	0.934 ± 0.021	0.662 ± 0.014	0.831 ± 0.015	1.112 ± 0.035
T_3	0.924 ± 0.012	0.862 ± 0.011	0.613 ± 0.007	0.772 ± 0.009	1.031 ± 0.012
Data number	6	7	8	9	10
T_1	1.843 ± 0.125	1.385 ± 0.097	1.473 ± 0.087	1.462 ± 0.124	1.150 ± 0.081
T_2	1.318 ± 0.035	0.988 ± 0.019	1.053 ± 0.022	1.074 ± 0.022	0.820 ± 0.016
T_3	1.220 ± 0.015	0.920 ± 0.009	0.979 ± 0.010	0.998 ± 0.013	0.765 ± 0.008

(a) Errors before calibration

(b) Residual errors for T_1^1 ($|T_1^1| = 200$) (c) Residual errors for T_2^1 ($|T_2^1| = 500$) (d) Residual errors for T_3^1 ($|T_3^1| = 1000$)Fig. 3 Residual errors after calibration with each subset of T_{all}^1

平均する必要がある、製造時のコストを考慮するとすべての教師信号に対する出力測定値を得ることは現実的ではない。そこで、限定した訓練データで効率的な学習を行うため、ベイズ線形回帰より得られる教師信号の予測分布を用いて必要なデータを適切に選択する追加学習法を提案する。

4.1 ベイズ線形回帰

本節では、補正関数 $h_w(\mathbf{m})$ に対して、ベイズ推定を用いた線形回帰を行うことを考える。ベイズ推定とは、対象となるモデルのパラメータの事前分布を仮定し、得られたデータの情報を用いてパラメータの事後分布を推定する手法のことである [2]。

教師信号に対応するアナログ信号生成のための外部の高精度 DAC の下位ビットの信頼性が低いことから、ま

ず、教師信号が正規分布

$$\mathcal{N}(t|h_w(\mathbf{m}), \beta^{-1})$$

に従うものと仮定する。ここで、 β は分散を定める定数である。さらに、 $h_w(\mathbf{m})$ の調整パラメータの事前分布は正規分布

$$\mathcal{N}(\mathbf{w}|0, \Sigma_c)$$

に従い、 Σ_c は、

$$\Sigma_c^{-1} = \text{diag}\{c_r, \dots, c_r, 0\} \in \mathbb{R}^{(n^2+n+2)/2}$$

により与えられるとする。ただし、 δ については、一様分布に従うことを仮定している。このとき、訓練データ D_T が得られたときの $\mathbf{w}$ の事後分布 $p(\mathbf{w}|D_T)$ を $\mathbf{w}$ に関して最大化することで、

$$p(\mathbf{w}|D_T) = \mathcal{N}(\mathbf{w}|\boldsymbol{\mu}_T, S_T) \quad (4)$$

$$\boldsymbol{\mu}_T = \beta S_T \Phi_T^T \mathbf{d}_T \quad (5)$$

$$S_T^{-1} = \Sigma_c^{-1} + \beta \Phi_T^T \Phi_T \quad (6)$$

が得られる [2]。 Φ_T は、その行が $\phi(\mathbf{m}^k)^T$, $k \in T$ からなる行列を、 $\mathbf{d}_T$ は、その要素が $t_D^k - m_D^k$, $k \in T$ である縦ベクトルを表す。さらに、このときの t_D の予測分布は

$$p(t_D|D_T) = \mathcal{N}(t|\boldsymbol{\mu}_T^T \phi(\mathbf{m}) + m_D, \sigma^2) \\ \sigma^2 = \beta^{-1} + \phi(\mathbf{m})^T S_T \phi(\mathbf{m})$$

により与えられる。この予測分布は、データ集合 D_T が得られたときの各 $\mathbf{m}$ に対する t_D の分布を予測したものであり、その標準偏差が大きい場合、予測した t_D の平均値の不確定度が高いと考えられる。この性質を利用して追加学習時のデータ選択に用いる。

4.2 追加学習

4.1 で述べたベイズ線形回帰のアプローチを用いて追加学習を行う。初期学習を含めた各追加学習で用いる訓練データの添字集合を $T_0, \dots, T_{l_{\max}} \subset T_{\text{all}}$ と表し、第 l 回目の追加学習に用いる訓練データを $\{(\mathbf{m}^k, t^k)\}_{k \in T_l}$ と表す。ただし、前述の T , $\mathbf{d}_T$ と同様に文脈上明らかときは、 T_l で対応する訓練データ自身も表すものとする。学習の手順としては、 $l=0$ のとき、 T_{all} から一様ランダムに選択した n_0 個の訓練データ T_0 を用いて初期学習を行い、その後、以下のように $l_{\max}$ 回追加学習を行う。

追加学習法 (Bayes)

Step 0. 初期訓練データ T_0 による学習：

$$\boldsymbol{\mu}_{T_0} := \beta S_{T_0} \Phi_{T_0}^T \mathbf{d}_{T_0} \\ S_{T_0}^{-1} := \Sigma_c^{-1} + \beta \Phi_{T_0}^T \Phi_{T_0}$$

として、 $\mathbf{w}^0 = \boldsymbol{\mu}_{T_0}$, $l:=1$ と設定。

Step 1. 予測分布を用いて訓練データ集合 T_l を選択

Step 2. 第 l 回目の追加学習： $\boldsymbol{\mu}_{T_l}$, S_{T_l} の更新

$$\boldsymbol{\mu}_{T_l} := S_{T_l} \left(S_{T_{l-1}}^{-1} \boldsymbol{\mu}_{T_{l-1}} + \beta \Phi_{T_l}^T \mathbf{d}_{T_l} \right) \\ S_{T_l}^{-1} := S_{T_{l-1}}^{-1} + \beta \Phi_{T_l}^T \Phi_{T_l}$$

$\mathbf{w}^l := \boldsymbol{\mu}_{T_l}$, もし、 $l < l_{\max}$ であれば、 $l := l+1$ として Step 1 へ。

ここで、Step 2 で得られる $\mathbf{w}^l$ は、 l 回目の追加学習後の $h_w(\mathbf{m})$ の調整パラメータであり、 $\boldsymbol{\mu}_{T_l}$, S_{T_l} は、それまでに選択した訓練データの集合 $D_T = \bigcup_{k=0}^l D_{T_k}$ のもとで (5), (6) 式により得られる $\boldsymbol{\mu}_T$, S_T と同じものである。

つぎに、追加データ選択方法を考える。追加データとして、測定値 $\mathbf{m}$ に対する補正後の出力誤差 $|E_{w^l}(\mathbf{m})|$ ができるべく大きいデータを選択したいが、前述の通り、それまでの学習で用いた訓練データ以外の測定値 $\mathbf{m}$, 教師信号 t のペアは未知である。そのため、各追加学習後に得られた t の予測分布において $\mathbf{m}$ に対する t の標準偏差が相対的に大きいデータを重点的に選ぶことを考える。ただし、選択されるデータが、出力値 m_D の区間 $[0, 2^n - 1]$ において偏りが大きくなりすぎないように、この区間を等分割した区間から各々選択するものとする。

各追加学習での追加データ数はすべて同じ $|T_1|, \dots, |T_l| = n_v$ とし、 l 反復後の予測分布 $p(t_D | \bigcup_{k=0}^l D_{T_k})$ を用いて Fig. 4 のように段階的に追加データを選択する。まず、 m_D の出力区間 $[0, 2^n - 1]$ を v 個の区間 $[0, 2^n/v)$, $[2^n/v, 2 \cdot 2^n/v)$, $\dots$, $[(v-1)2^n/v, 2^n - 1]$ に分割し、各々の区間から $r_v n_v/v$ 個の追加候補データを一様ランダムに選択する。ここで r_v は、最終的に選ぶ追加データ数に対する追加候補データ数の比を表す。各区間ごとに、追加候補データの中で分散 σ^2 が大きい上位 n_v/v 個のデータを選択し、追加訓練データ T_{l+1} とする。ここで、実際の製造状況では、最終的に選択された n_v 個の追加データについてのみ、3 節で述べた方法で訓練データを計測することに注意する。この方法をベイズ選択法 (Bayes) とよぶ。また、比較のため、訓練データ T_{all} から追加訓練データを一様ランダムに選択する方法も考え、この方法をランダム選択法 (Random) とよぶ。

本節で提案した追加訓練データの選択方法は、能動学習 (active learning) における期待分散低減化 (expected variance reduction) の考え方に基づいているとみなすことができる。この考え方は、補正器の汎化性を高めるため予測分布の平均分散の低減化を目指すもので、追加候補の各訓練データを用いて追加学習したときの予測分布の平均分散を見積もり、その値が最も小さくなる訓練データを選択する方法などが用いられる [3, 8]。本提案法では、各段階で予測分布の分散が比較的大きい訓練データを優先的に選択して追加学習を行い、追加データに対応した分散を追加学習後に減少させることを目指しており、計算量を抑えながら上記の方法を近似的に実現したものとなすことができる。

Fig. 4 Additional data selection

4.3 数値実験

提案したランダム選択法、バイズ選択法の有効性を比較するために数値実験を行った。3.3.1で述べた15ビットのSAR-ADCシミュレーションにおいて得られた全訓練データ $T_{all}^i, i=1, \dots, 10$ を使用した。両手法とも、追加学習1回ごとに追加されるデータ数を $n_v=100$ 、追加学習の回数を $l_{max}=8$ とした。データ番号 i に対する初期訓練データ T_0^i は、 T_{all}^i から一様ランダムにデータを $n_0=200$ 個選択することで作成した。その際、10個の異なる T_0^i から、各々追加学習を行い、それぞれの学習で得られた w^l での平均出力誤差 e_{w^l} の平均や標準偏差を比較する。

4.3.1 パラメータ値の選択

バイズ選択法で定める必要のある定数 β, c_r や分割数 v 、比率 r_v については、予備実験を行い適切な値を設定した。そのなかで、 $(\beta, c_r) = (1.0, 0.1)$ と設定し、 (v, r_v) に関して、各々、5通り変化させたときの、 T_{all}^1 に対する実験結果を Table 3 に示す。 T_{all}^1 から選択した10個の異なる T_0^1 からの各々の追加学習で得られた $e_{w^{l_{max}}}$ の平均とその標準偏差を比較している。後述の通り、ランダム選択法を使用した際の追加学習後の平均出力誤差は0.929であり、その値は、ほとんどの (v, r_v) のもとでバイズ選択法により得られた値よりも大きく、提案したデータ選択法が効率的であることがわかる。この実験結果より、どの訓練データに対しても平均出力誤差とその標準偏差が比較的小さい $(v, r_v) = (100, 10)$ にパラメータ値を定めた。

4.3.2 追加学習法の比較

前小節で定めたパラメータ値 $(v, r_v) = (100, 10)$ のもとで、 T_{all}^1 から選択したある初期訓練データ T_0^1 から学習を行った際の、各 m に対する初期学習後、および第8回目の追加学習後の予測分布を Figs. 5, 6 に示す。図中の黒点は、学習に用いた出力測定値 m_D を、上下の帯が予測分布の分散を表している。図より、追加学習後の予測分布の分散は、ほぼ1 LSB 程度となり、予測分布の標準偏差が小さくなるとともに突出した箇所が抑えられていることがわかる。他のデータ番号の訓練データを用いた実験でも同様な結果が観察できた。

つぎに、10個の全訓練データ $T_{all}^i, i=1, \dots, 10$ にバイ

Fig. 5 Variance of the predictive distribution at each m_D after the initial learning for T_{all}^1 Fig. 6 Variance of the predictive distribution at each m_D after the 8th additional learning for T_{all}^1

ズ選択法とランダム選択法を適用し、全訓練データに対する平均出力誤差とその標準偏差を比較する。上記の実験と同様に、データ番号 i の T_{all}^i ごとに10種類の異なる初期訓練データを選択し、各々追加学習を行い得られた平均出力誤差 $e_{w^l}, i=1, \dots, 10$ の平均とその標準偏差の推移を調べた。 T_{all}^1 および T_{all}^2 を用いたときの推移を Figs. 7, 8 に示す。また、最終的に得られる $e_{w^{l_{max}}}$ の平均とその標準偏差を Table 4 に示す。Figs. 7, 8 より、追加学習の反復ごとに平均出力誤差が減少し、4反復までにはランダム選択法、バイズ選択法の両手法で e_{w^l} が1 LSBを下回り、全訓練データを用いたときの精度に近いレベルでの補正が行われていることがわかる。また、バイズ選択法による各追加学習後の e_{w^l} の平均およびその標準偏差は、常にランダム選択法を下回っている。紙面の都合上はふいたが、他の8種類の全訓練データに対しても、ほぼ同様な傾向が見られた。さらに、Table 4 より、最終的に得られた値についても同様な結果がみられる。これらの結果は、ランダム選択法に対する、予測分布の情報を用いるバイズ選択法の優位性を示している。

さらに、Figs. 7, 8において、同じ平均出力誤差に到達するために必要となるデータ数を比較する。ランダム選択法により最終的に得られた平均出力誤差に達するためには、バイズ選択法で4, 5回の追加学習が必要となる。つまり、ランダム選択法の全学習では1000個のデータが必要となるのに対し、バイズ選択法では600から700

Table 3 Mean $e_{w^l \max}$ and its standard deviation after calibration with variations of (v, r_v) for T_{all}^1

No. partitions (v)	No. candidates / No. additional data (r_v)				
	1	5	10	50	100
1	0.921 $\pm$ 0.010	0.912 $\pm$ 0.013	0.914 $\pm$ 0.008	0.923 $\pm$ 0.011	0.931 $\pm$ 0.015
10	0.922 $\pm$ 0.008	0.908 $\pm$ 0.008	0.912 $\pm$ 0.009	0.926 $\pm$ 0.016	0.928 $\pm$ 0.014
25	0.927 $\pm$ 0.008	0.910 $\pm$ 0.008	0.910 $\pm$ 0.008	0.916 $\pm$ 0.009	0.920 $\pm$ 0.015
50	0.930 $\pm$ 0.016	0.908 $\pm$ 0.007	0.907 $\pm$ 0.010	0.906 $\pm$ 0.008	0.914 $\pm$ 0.010
100	0.924 $\pm$ 0.008	0.911 $\pm$ 0.010	0.906 $\pm$ 0.007	0.904 $\pm$ 0.008	0.908 $\pm$ 0.008

Table 4 Mean $e_{w^l \max}$ and its standard deviation after the 8th additional learning for T_{all}^i , $i=1, \dots, 10$

Data number	1	2	3	4	5
(Random)	0.929 $\pm$ 0.014	0.866 $\pm$ 0.013	0.611 $\pm$ 0.005	0.773 $\pm$ 0.008	1.034 $\pm$ 0.013
(Bayes)	0.903 $\pm$ 0.008	0.836 $\pm$ 0.004	0.599 $\pm$ 0.004	0.761 $\pm$ 0.005	1.025 $\pm$ 0.012
Data number	6	7	8	9	10
(Random)	1.219 $\pm$ 0.019	0.922 $\pm$ 0.013	0.985 $\pm$ 0.007	1.005 $\pm$ 0.016	0.762 $\pm$ 0.009
(Bayes)	1.206 $\pm$ 0.011	0.910 $\pm$ 0.005	0.967 $\pm$ 0.005	0.987 $\pm$ 0.006	0.749 $\pm$ 0.004

Fig. 7 Mean e_{w^l} and its standard deviations after each additional learning for T_{all}^1 Fig. 8 Mean e_{w^l} and its standard deviation after each additional learning for T_{all}^2

個程度のデータで同じ精度が達成できており、提案したデータ選択法は有用であることがわかる。

5. おわりに

本論文では、低消費電力高分解能 SAR-ADC の変換精度向上のために、SAR-ADC の特性を考慮した出力誤差補正関数を導出し、計算量負荷の小さい、補正関数のパラメータ値の選択方法を提案した。数値実験により、個々の SAR-ADC の特性を考慮した出力誤差補正が行えることを示した。さらに、SAR-ADC の実際の製造状況を考慮して、提案法をベイズ線形回帰を用いた追加学習手法に拡張した。その追加学習時、予測分布に基づいた追加データ選択を行うことで、限られた訓練データでの学習においても平均出力誤差を 1LSB 以下に抑えられることや、学習に必要な訓練データ数を削減できることを示した。

本論文では、追加学習時に全訓練データのうちの任意の

訓練データが必要に応じて使用可能であるという前提のもとで追加学習法を提案しているが、実際は、出力測定値の測定状況により、必ずしも選択した訓練データが正確に得られるとは限らない。そのため、今後の課題として、そのような状況下でのデータ選択方法の拡張が考えられる。さらに、SAR-ADC の実機から得られたデータや、より分解能の高い ADC に対して提案法を適用し、その有効性の検証を行う必要がある。

謝 辞

本研究は、(独) 科学技術振興機構研究成果最適展開支援プログラム (A-STEP) の助成を得たものである。

参 考 文 献

- [1] A. Agnes, E. Bonizzoni, P. Malcovati and F. Maloberti: A 9.4-ENOB 1V 3.8 μ W 100kS/s SAR ADC with time-domain comparator; *IEEE International*

- Solid-State Circuits Conference*, pp. 246–247 (2008)
- [2] C. M. Bishop: *Pattern Recognition and Machine Learning*, Springer, pp. 1–177 (2006)
- [3] D. A. Cohn, Z. Ghahramani and M. I. Jordan: Active learning with statistical models; *Journal of Artificial Intelligence Research*, Vol. 4, pp. 129–145 (1996)
- [4] H. Ham, T. Matsuoka, J. Wang and K. Taniguchi: Design of a high-speed-sampling stochastic flash analog-to-digital converter utilizing device mismatch; *Electronics and Communications in Japan*, Vol. 96, No. 1, pp. 51–62 (2013)
- [5] Y. Hirai, S. Yano and T. Matsuoka: A delta-sigma ADC with stochastic quantization; *IPSSJ Trans. System LSI Design Methodology*, Vol. 8, pp. 123–130 (2015)
- [6] D. F. Hoeschele Jr: *Analog-to-Digital and Digital-to-Analog Conversion Techniques*, 2nd edition, A Wiley-Interscience Publication, pp. 47–51 (1994)
- [7] T. Okura, S. Okura, T. Matsuoka and K. Taniguchi: An analysis of capacitor mismatch in segment of MDAC at pipelined ADC with merged capacitor switching technique; *IEICE Trans. Electron. (Japanese Edition)*, Vol. J95-C, No. 10, pp. 235–239 (2012)
- [8] B. Settles: Active learning literature survey; Computer Sciences Technical Report 1648, University of Wisconsin, Madison (2009)
- [9] J. -K. Um, Y. -J. Kim, E. -W. Song, J. -Y. Sim and H. -J. Park: A digitally-domain calibration of split-capacitor DAC for a differential SAR ADC without additional analog circuits; *IEEE Trans. Circuits and Systems I*, Vol. 60, No. 11, pp. 2845–2856 (2013)
- [10] A. Zjajo, M. J. Barragan and J. P. de Gyvez: Digital adaptive calibration of multi-step analog to digital converters; *Journal of Low Power Electronics*, Vol. 8, No. 2, pp. 182–196 (2012)

付 録

本研究で対象とする SAR-ADC の詳細を Fig. A1 に示す [9]. サンプル時には、スイッチが $V_{in,p}, V_{in,n}$ に接続する破線の状態となる。逐次比較時には、容量 D/A 変換入力 $D_i (i=0, \dots, n-1)$ に応じて、スイッチが $V_{REF,p}$ ($D_i=1$ のとき), $V_{REF,n}$ ($D_i=0$ のとき) に接続する実線の状態となる。また、差動構成となっていることにより、誤差を持つ正相側（負相側）の容量 $C_{i,p(n)}$ を次式で定義する。

$$C_{i,p(n)} = \begin{cases} 2^i C_u \left(1 + \varepsilon_i + s_{p(n)} \frac{\Delta \varepsilon_i}{2}\right), & i \leq d \\ 2^{i-1-d} C_u \left(1 + \varepsilon_i + s_{p(n)} \frac{\Delta \varepsilon_i}{2}\right), & i > d \end{cases}$$

ここで、 $s_p=1, s_n=-1$ であり、 C_u は単位容量、 ε_i は $(C_{i,p} + C_{i,n})/2$ の理想値からの誤差、 $\Delta \varepsilon_i$ は $C_{i,p}$ と $C_{i,n}$ の差の程度を示す。また、結合容量 $C_{C,p(n)}$ は単位容

量 C_u とするが [1], 容量誤差を持つとする。 $C_{p1,p(n)}, C_{p2,p(n)}$ は配線容量などの寄生容量である。本研究では、サンプル時と逐次比較時での電荷保存に基づき、逐次比較時の $V_{DAC,p(n)}$ と $V_{DACsub,p(n)}$ を数値的に求めることにより、SAR-ADC をシミュレーションしている。

一方、本研究では、このような SAR-ADC における物理現象のモデルに基づき、出力誤差補正を考えている。 $\varepsilon_i, \Delta \varepsilon_i$ などの微小な誤差の 1 次の項まで考慮すると、逐次比較時の $V_{DAC} (= V_{DAC,p} - V_{DAC,n})$ は次式で近似できる。

$$\begin{aligned} V_{DAC} \approx & \sum_{i=0}^{n-1} 2^{i-d-1} \alpha C_u \left[\left(1 + \varepsilon_i + \beta u\left(d-i+\frac{1}{2}\right)\right) \right. \\ & \times \{(2D_i-1)V_{REF} - V_{in}\} \\ & + \left(\Delta \varepsilon_i + \frac{\Delta \alpha}{\alpha} + \Delta \beta u\left(d-i+\frac{1}{2}\right) \right) \\ & \times (V_{CM} + \Delta V_{in,REF}) \\ & \left. + \alpha C_{p,eff,0} \left(\varepsilon_{p,eff} + \frac{\Delta \alpha}{\alpha} \right) V_{CM} \right] \end{aligned}$$

ここで、

$$\begin{aligned} \alpha + s_{p(n)} \frac{\Delta \alpha}{2} &= \frac{C_{t1,p(n)} + C_{C,p(n)}}{C_{C,p(n)} C_{tot,p(n)} + C_{t1,p(n)} C_{t2,p(n)}}, \\ \beta + s_{p(n)} \frac{\Delta \beta}{2} &= \frac{2^{d+1} C_{C,p(n)}}{C_{t1,p(n)} + C_{C,p(n)}} - 1, \\ C_{t1,p(n)} &= \sum_{i=0}^d C_{i,p(n)} + C_{p2,p(n)}, \\ C_{t2,p(n)} &= \sum_{i=d+1}^{n-1} C_{i,p(n)} + C_{p1,p(n)}, \\ C_{tot,p(n)} &= C_{t1,p(n)} + C_{t2,p(n)}, \\ C_{p,eff,0} \left(1 + s_{p(n)} \frac{\varepsilon_{p,eff}}{2}\right) &= C_{p1,p(n)} + \frac{C_{p2,p(n)} C_{C,p(n)}}{C_{t1,p(n)} + C_{C,p(n)}}, \\ V_{REF} &= V_{REF,p} - V_{REF,n}, \\ \Delta V_{in,REF} &= \frac{V_{REF,p} + V_{REF,n} - V_{in,p} - V_{in,n}}{2}, \\ u(x) &= \begin{cases} 0 & (x < 0) \\ 1 & (x \geq 0) \end{cases} \end{aligned}$$

である。逐次比較によって容量 D/A 変換入力 D_i がすべて確定すると $V_{DAC} \approx 0$ となるので、入力電圧 $V_{in} (= V_{in,p} - V_{in,n})$ は以下のように表される。

$$\begin{aligned} V_{in} \approx & \frac{2^{d+1}}{2^n - 1 + \sum_{i=0}^{n-1} \varepsilon_i + (2^{d+1} - 1) \beta} \\ & \times \left[\sum_{i=0}^{n-1} 2^{i-d} \left\{ \left(1 + \varepsilon_i + \beta u\left(d-i+\frac{1}{2}\right)\right) D_i V_{REF} \right. \right. \\ & \left. \left. - \left(\varepsilon_i + \beta u\left(d-i+\frac{1}{2}\right) \right) \frac{V_{REF}}{2} \right\} \right] \end{aligned}$$

Fig. A1 Detail of n -bit SAR-ADC used in this work

$$\begin{aligned}
 & + \frac{1}{2} \left(\Delta \varepsilon_i + \frac{\Delta \alpha}{\alpha} + \Delta \beta u \left(d - i + \frac{1}{2} \right) \right) \\
 & \times (V_{CM} + \Delta V_{in,REF}) \} - \frac{2^n - 1}{2^{d+1}} V_{REF} \\
 & + \frac{C_{p,eff,0}}{C_u} \left(\varepsilon_{p,eff} + \frac{\Delta \alpha}{\alpha} \right) V_{CM} \Big] \quad (A1)
 \end{aligned}$$

さらに、容量誤差や寄生容量がない理想な場合、 $\alpha = 2^{d+1}/(2^n - 1)$ 、 $\beta = 0$ となり、入力電圧 V_{in} は

$$V_{in} \approx \frac{2}{2^n - 1} \sum_{i=0}^{n-1} 2^i D_i V_{REF} - V_{REF}$$

となる。因子 $2/(2^n - 1)$ は本来の $1/2^{n-1}$ からずれているが、これは結合容量 $C_{C,p(n)}$ を製造上の観点から単位容量 C_u としたことに起因する [1]。この利得誤差も本研究で併せて補正する。

A/D 変換器を補正する場合、理想的な出力コードである教師信号 $D_{i,t}$ と実際の出力コード $D_{i,m}$ のみしか得られないことを考慮し、(A1) 式を簡易化して、次式で入力電圧 V_{in} をモデル化する。

$$\begin{aligned}
 V_{in} & \approx \frac{1}{2^n - 1} \sum_{i=0}^{n-1} 2^i D_{i,t} V_{REF} - V_{REF} \\
 & \approx \frac{1}{2^n - 1} \sum_{i=0}^{n-1} 2^i D_{i,m} \left(1 + E_i + \sum_{j=i+1}^{n-1} F_{i,j} D_{j,m} \right) V_{REF} \\
 & \quad - V_{REF}
 \end{aligned}$$

ここで、 E_i は (A1) 式の $D_i V_{REF}$ の係数に関連し、 $F_{i,j}$ は同式のそれ以外の誤差を $D_{i,m}$ の係数に繰り込んだものとする。本研究では、上位ビットより逐次比較し、上位ビットでの誤差が下位ビットの誤差に影響することを考慮して、 $F_{i,j} (i > j)$ のみを扱う。なお、 $D_{j,m}$ の 3 次以

上の項については、学習パラメータ数の増加や得られる誤差補正関数の汎化性能低下を避けるために、本研究では無視している。この式に基づき、(1) 式の誤差補正関数が導出できる。

本研究では、Fig. A1 において $n = 15$ 、 $d = 7$ とし、 $V_{REF} = 0.25$ V としている。具体的な集積回路を設計する前の段階であるため、寄生容量は 0 としているが、それ以外の容量は複数の単位容量 C_u の並列接続で構成されるものとする。一般に、同一集積回路上に形成された容量 C の誤差はランダムであり、その標準偏差 δ_C は次式で見積もることができる [7]。

$$\frac{\delta_C}{C} = \frac{K_C}{\sqrt{C}}$$

ここで、 K_C は製造プロセスで決まる定数である。本研究で想定している製造では同一集積回路上の多数の単位容量 C_u の誤差の標準偏差は 3% であり ($\delta_{C_u}/C_u = 0.03$)、この値を用いて得られる各容量の誤差を SAR-ADC のシミュレーションに用いている。たとえば、Fig. A1 中の容量 $2^i C_u$ は 2^i 個の単位容量 C_u の並列合成であり、その誤差 ($\varepsilon_i, \Delta \varepsilon_i$) は各々の単位容量 C_u の誤差の総和より得られる。なお、上式を用いれば、容量 $2^i C_u$ の相対誤差の標準偏差は、単位容量の δ_{C_u}/C_u の値の $1/\sqrt{2^i}$ で見積もることができる。

また、SAR-ADC 内の比較器には、確率的 A/D 変換方式 [4] を用いている。これは、多数の同じ低精度比較器の統計性を利用するものである。同一入力に対する低精度比較器の出力の総和（デジタル値）を設定した閾値（デジタル値）と比較することで、アナログ入力の大小を判定する。閾値制御 [5] を逐次比較ごとに動的に行う

ことで、SAR-ADC 用比較器としての入力換算 DC オフセットが補正できる。本研究では、511 個の低精度比較器（入力換算 DC オフセット：標準偏差 3 mV）を用いて、SAR-ADC 用高精度比較器を構成するものとしている。本研究の SAR-ADC シミュレーションでは、個々の低精度比較器の入力換算 DC オフセットはガウス分布に従うと仮定している。なお、本研究の 15 ビット SAR-ADC のシミュレーションでは、この高精度比較器の入力換算 DC オフセットは ADC 出力誤差にほとんど影響しないものである。

著者略歴

くら た とし 倉田 宗史

2015 年 3 月大阪大学大学院工学研究科電気電子情報工学専攻 博士前期課程修了。同年 4 月よりヤマハ（株）勤務。

たつみ けい 巽 啓司（正会員）

1998 年京都大学大学院工学研究科数理工学専攻博士後期課程単位取得退学。同年大阪大学大学院工学研究科助手。2009 年同大学准教授。現在に至る。最適化、ソフトコンピューティング、機械学習の研究に従事。情報学博士。計測自動制御学会、日本オペレーションズ・リサーチ学会の会員。

たに の てつ 谷野 哲三（正会員）

1978 年京都大学大学院工学研究科数理工学専攻博士課程修了。1979 年東北大学工学部助教授。1989 年岡山大学工学部教授。1996 年大阪大学大学院工学研究科教授。現在に至る。最適化、意思決定、ゲーム理論、ソフトコンピューティングなどの研究に従事。工学博士。計測自動制御学会、日本オペレーションズ・リサーチ学会、日本応用数理学会などの会員。

ひら い ゆう 平井 雄作

2015 年 3 月大阪大学大学院工学研究科電気電子情報工学専攻博士前期課程修了。同年 4 月よりザインエレクトロニクス（株）勤務。

まつ おか とし 松岡 俊匡

1991 年大阪大学大学院工学研究科電子工学専攻博士前期課程修了。1991 年より 1998 年までシャープ（株）勤務。1999 年大阪大学大学院工学研究科リサーチ・アソシエイト（日本学術振興会研究員）。2000 年同大学大学院工学研究科講師。2004 年同助教授。2007 年同准教授。無線通信・センシング用アナログ集積回路の研究に従事。博士（工学）。応用物理学会、電子情報通信学会、電気学会、IEEE 各会員。

たに さだ ひろ 谷 貢宏

1981 年大阪大学大学院工学研究科電子工学専攻博士前期課程修了。2004 年同大学院情報システム工学専攻博士後期課程修了。1981 年より 2012 年までシャープ（株）勤務。2014 年大阪大学大学院工学研究科電気電子情報工学専攻特任研究員となり現在に至る。アナログ・ディジタル混在集積回路の研究に従事。博士（工学）。IEEE、電子情報通信学会、エレクトロニクス実装学会、パワーエレクトロニクス学会各会員。