逆誤差補正とベイズ回帰を用いた高精度逐次比較型 A/D 変換器の誤差補正追加学習*

巽 啓司[†]・松岡 俊匡[†]・谷 貞宏[†]

Incremental Learning for a Calibration of a High-precision SAR-ADC by using the Inverse Calibration and Bayesian Regression*

Keiji TATSUMI[†], Toshimasa MATSUOKA[†] and Sadahiro TANI[†]

Recently, a high-precision and low-power analog-to-digital converter (ADC) is required for a wearable biomedical measurement sensor which is driven by a battery. For achieving the purpose, a software-level calibration method was proposed for the successive approximation register ADC (SAR-ADC), which trains a calibration function with an incremental learning, and selects additional training data by using the Bayesian linear regression. Some numerical experiments showed that the desirable precision is obtained and the method needs a small amount of training data. However, since the additional training data specified by the selection method cannot necessarily be obtained in the practical viewpoint, its straightforward implementation is extremely difficult. Therefore, we propose a selection method of additional training data which can be obtained by using an inverse calibration, and moreover, we show the effectiveness of the proposed method through numerical experiments.

1. はじめに

近年の日常健康管理の需要の高まりから、バッテリーによる長時間駆動が可能な高精度ウェアラブル生体計測センサが必要とされている。このようなセンサでは、省スペース、低消費電力でありながら高分解能な A/D 変換器 (Analog-to-Digital Converter, ADC) が必要となる。しかし、低消費電力と高精度分解能はトレードオフの関係にあり、それを ADC のハードウェア設計のみで解消するには限界がある。そこで、低消費電力の逐次比較型 ADC (Successive Approximation Register ADC, SAR-ADC) [3] の出力誤差を、外部計算資源を活用しながらソフトウェアレベルで補正する方法が提案されている [4]。この方法は、おのおのの SAR-ADC の実際の出力測定値を入力とし、その理想的な出力値を教師信号とする訓練データを用いて、機械学習を通じて誤差補正関数を個別に構成するもので、ウェアラブル生体計測センサが搭載されたアプリケーションボード上でその誤差補

正機能を実装することが想定されている。また、コストの面で学習に用いることのできる訓練データの数が限られているため、ベイズ回帰により得られる教師信号の予測分布を用いた追加データ選択法が提案されている。この方法では追加したい訓練データの出力測定値が指定されるが、実際の訓練データを得る際は、理想的な出力値である教師信号を SAR-ADC に入力し、その出力計測値を得る方法をとるため、必ずしも指定された出力測定値が正確に得られるとは限らない。そのため、この方法をそのまま実装することはむずかしい。

そこで、本論文では、上記のような訓練データの取得上の制限を考慮した追加データ選択法を提案する。まず、理想的な出力値に対して実際の出力測定値を予測する逆誤差補正問題をモデル化し、ベイズ回帰を用いた追加学習として、出力測定値の予測分布を用いた逐次追加データ選択を行う。つぎに、選択された訓練データは、SAR-ADC の出力測定値とその値に対応した正確な理想出力値であり、もとの誤差補正問題の学習に対しても有効なデータであると考えられることから、これらのデータを用いた誤差補正学習を行う。また、SAR-ADC のシミュレーションで得られた訓練データを用いて、自由に訓練データが取得可能であるという想定のもとでの従来法と、上記の制限のもとでの提案法の誤差補正性能を比較する。

* 原稿受付 2015 年 8 月 10 日

[†] 大阪大学 大学院 工学研究科 Graduate School of Engineering, Osaka University; 2-1 Yamada-Oka, Suita, Osaka 565-0871, JAPAN

Key Words: successive approximation register ADC, machine learning, Bayesian linear regression, incremental learning, active learning, inverse calibration.

本論文の構成は以下の通り。2 節では、SAR-ADC とその誤差補正モデルの構成方法を述べ、ベイズ回帰を用いた追加学習法を説明する。3 節では、上記問題を解決するための追加データ選択法を提案し、4 節で数値実験で提案法の有効性を検証する。最後に 5 節で結論を述べる。

2. ベイズ回帰を用いた誤差補正

SAR-ADC は、代表的な低消費電力の A/D 変換器である [3]。文献 [4] では、省スペース、低消費電力でありながら高分解能な SAR-ADC の実現のため、ソフトウェアレベルでの出力誤差補正法が提案されている。本節は、この誤差補正方法について説明する。

2.1 誤差補正での訓練データ

n ビット分解能の高精度 SAR-ADC の出力誤差補正には、教師信号とよばれる理想的な出力値と、それに対応した実際の SAR-ADC の出力測定値のペアが p 個与えられるとする。また、そのペア全体を訓練データとよぶ。訓練データを得るため、教師信号 $\mathbf{t}^k = (t_0^k, \dots, t_{n-1}^k) \in \{0, 1\}^n$, $k \in T := \{1, \dots, p\}$ に対応した¹アナログ電圧を外部の高精度 D/A 変換器 (Digital-to-Analog Converter, DAC) を用いて生成し、その電圧に対する SAR-ADC の出力 $\mathbf{m}^k = (m_0^k, \dots, m_{n-1}^k) \in \{0, 1\}^n$ を計測し、出力測定値とする。ここで、 T は与えられた訓練データの添字集合を表し、 T に対応する訓練データを $(\mathbf{m}^k, \mathbf{t}^k)_{k \in T}$ と表す。ただし、文脈上明らかな場合は、 T で訓練データ自身を表すものとする。また、すべての $2^n - 1$ 通りの教師信号に対する訓練データの添字集合を T_{all} で表し全訓練データとよぶ。さらに、教師信号 $\mathbf{t}^k$ と出力測定値 $\mathbf{m}^k$ を 10 進数表記したものを、それぞれ t_D^k , m_D^k と表す。

SAR-ADC を組み込んだ製品を製造する際には、おのこの製品に対してソフトウェアレベルの補正を行うため、各 SAR-ADC ごとに個別の訓練データが必要となる。その際、熱雑音などの影響を抑えるため、出力測定値を時間平均する必要がある。製造時のコストを考慮するとすべての教師信号に対する出力測定値を得ることは現実的ではない。そこで、限定した訓練データで効率的な学習を行うため、追加学習により逐次的にデータを選択する方法がすでに提案されている。さらに、上記のような方法で訓練データを取得するため、任意の理想的な出力（教師信号）を含む訓練データは、その値に対する SAR-ADC の出力測定値（入力）を計測することで取得可能である一方で、任意の出力測定値を含む訓練データの取得はむずかしいという特徴があり、この特徴を考慮した追加学習法を本論文で提案する。

2.2 回路モデルを考慮した誤差補正関数

対象とする SAR-ADC の特性 [6] を考慮し、任意の出力測定値 $\mathbf{m} = (m_0, \dots, m_{n-1})$ を理想的な状況での正確な出力値 t_D に近づける誤差補正関数が導出されており、 $\{0, 1\}^n$ から $\mathbb{R}$ への関数：

$$h_w(\mathbf{m}) = m_D + \sum_{i=0}^{n-1} 2^i m_i e_i + \sum_{i=0}^{n-1} 2^i m_i \sum_{j=i+1}^{n-1} f_{ij} m_j + \delta \quad (1)$$

を用いるものとする。文献 [4] でも同様のモデルが使用されている。ただし、実装時の誤差補正では出力値の小数点以下は、四捨五入もしくは確率的な方法を用いて整数化するものとする。また、

$$\mathbf{e} = (e_0, \dots, e_{n-1})^T \in \mathbb{R}^n, \delta \in \mathbb{R},$$

$$\mathbf{f} = (f_{01}, \dots, f_{0(n-1)}, f_{12}, \dots, f_{(n-2)(n-1)})^T \in \mathbb{R}^{(n-1)n/2}$$

は、誤差補正関数の調整パラメータであり、便宜上 $\mathbf{w}^T = (\mathbf{e}^T, \mathbf{f}^T, \delta)$ と表す。(1) 式の第 2 項は測定値の 2 のべき乗からの誤差を、第 3 項はスイッチによる容量の選択状況に依存する誤差を補正するためのものである（(1) 式の導出の詳細は、文献 [4] の付録参照）。いま、

$$\phi(\mathbf{m}) = (2^0 m_0, \dots, 2^{n-1} m_{n-1}, 2^0 m_0 m_1, \dots, 2^{n-2} m_{n-2} m_{n-1}, 1)^T$$

とおくと、 $h_w(\mathbf{m})$ は $\mathbf{w}$ のアフィン関数 $h_w(\mathbf{m}) = m_D + \phi(\mathbf{m})^T \mathbf{w}$ として表せる。訓練データ $(\mathbf{m}^k, \mathbf{t}^k)$ が与えられたとき、その誤差を

$$E_w(\mathbf{m}^k) = h_w(\mathbf{m}^k) - t_D^k \quad (2)$$

と定めると、与えられた訓練データ T に対する $E_w(\mathbf{m}^k)$ の 2 乗和を最小化する解 $\mathbf{w}^*$ は解析的に

$$\mathbf{w}^* = (\Phi_T^T \Phi_T + I_c)^{-1} \Phi_T^T \mathbf{d}_T \quad (3)$$

と求まる。ただし、 Φ_T は、その行が $\phi(\mathbf{m}^k)^T$, $k \in T$ からなる行列を、 $\mathbf{d}_T$ は、その要素が $t_D^k - m_D^k$, $k \in T$ である縦ベクトルを表す。また、 $I_c = \text{diag}\{c_r, \dots, c_r, 0\} \in \mathbb{R}^{(n^2+n+2)/2}$ は、 $\mathbf{e}$, $\mathbf{f}$ の値が大きくなりすぎることを防ぐものであり、 c_r は正の定数である。

訓練データとして、全訓練データ T_{all} を用いることも考えられるが、上述の通り、訓練データ取得のコストを考慮して、限定した訓練データに対する誤差 (2) 式の 2 乗和を最小化することで効率的に学習を行う追加学習法が提案されている。

2.3 ベイズ回帰を用いた追加学習

文献 [4] では、補正対象の SAR-ADC の高分解能化に伴い熱雑音などの影響で訓練データ作成時に使用する外部の高精度 DAC の出力の信頼性が低くなり、教師信号

¹正確に表すと、 $\{0, 1\}^n$ ではなく、 $\{0, 1\}^n \setminus \{1, \dots, 1\}$ である。

にも誤差が含まれるため、誤差補正関数 $h_w(\mathbf{m})$ に対して、ベイズ推定を用いた線形回帰 [1] が用いられる。また、追加学習としては、能動学習 (active learning) における期待分散低減化 (expected variance reduction) の考え方 [2,5] に基づき、ベイズ回帰より得られる教師信号の予測分布を用いてその分散が比較的大きい訓練データを優先的に選択して追加学習を行う方法が採られている。

上述の通り、教師信号に対応するアナログ信号生成のための外部の高精度 DAC の下位ビットの信頼性が低いことから、まず、教師信号が正規分布 $\mathcal{N}(t_D | h_w(\mathbf{m}), \beta^{-1})$ に従うものと仮定する。ここで、 β は分散を定める定数である。さらに、 $h_w(\mathbf{m})$ の調整パラメータ $\mathbf{w}$ の事前分布は正規分布 $\mathcal{N}(\mathbf{w} | 0, \Sigma_\alpha)$ に従い、 Σ_α は、 $\Sigma_\alpha^{-1} = \text{diag}\{\alpha, \dots, \alpha, 0\} \in \mathbb{R}^{(n^2+n+2)/2}$ により与えられるとする。ただし、 δ については、一様分布に従うことを仮定している。このとき、以下の追加学習法が提案されている。

初期学習を含めた各追加学習で用いる訓練データの添字集合を $T_0, \dots, T_{l_{\max}} \subset T_{\text{all}}$ と表し、第 l 回目の追加学習に用いる訓練データを $(\mathbf{m}^k, \mathbf{t}^k)_{k \in T_l}$ と表す。学習の手順としては、 $l=0$ のとき、 T_{all} から一様ランダムに選択した n_0 個の訓練データ T_0 を用いて初期学習を行い、その後、以下のように $l_{\max}$ 回追加学習を行う。

ベイズ追加学習法 (Bayes)

Step 0. 初期訓練データ T_0 による学習：

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_0 &:= \beta S_0 \Phi_{T_0}^T \mathbf{d}_{T_0} \\ S_0^{-1} &:= \Sigma_\alpha^{-1} + \beta \Phi_{T_0}^T \Phi_{T_0} \end{aligned}$$

として、 $l:=1$ と設定。

Step 1. 第 $l-1$ 回目の追加学習で得られた t_D についての予測分布

$$\begin{aligned} p(t_D | \cup_{k=0}^{l-1} T_k) &= \mathcal{N}(t_D | \mathbf{w}_{l-1}^T \phi(\mathbf{m}) + m_D, \sigma^2), \\ \sigma^2 &= \beta^{-1} + \phi(\mathbf{m})^T S_{l-1} \phi(\mathbf{m}) \end{aligned}$$

を用いて訓練データ集合 T_l を選択

Step 2. 第 l 回目の追加学習： $\mathbf{w}_l, S_l$ の更新

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_l &:= S_l (S_{l-1}^{-1} \mathbf{w}_{l-1} + \beta \Phi_{T_l}^T \mathbf{d}_{T_l}) \\ S_l^{-1} &:= S_{l-1}^{-1} + \beta \Phi_{T_l}^T \Phi_{T_l} \end{aligned}$$

もし、 $l < l_{\max}$ であれば、 $l:=l+1$ として Step 1 へ。ここで、Step 2 で得られる $\mathbf{w}_l$ は、 l 回目の追加学習後に得られている $h_w(\mathbf{m})$ の調整パラメータであり、 $c_r = \alpha/\beta$ のもとで、訓練データ $\cup_{k=0}^l T_k$ に対する 2 乗誤差の最小解 (3) に一致する [1]。また、Step 1 で用いる予測分布は、データ集合 $\cup_{k=0}^{l-1} T_k$ が得られたときの各 $\mathbf{m}$ に対する t_D の分布を予測したものであり、その標準偏差が大きい場合、予測した t_D の平均値の不確定度が高いと考えられる。この方法では、それを利用して、前回の追加学習後に得られた t_D の予測分布において $\mathbf{m}$ に対する

Fig. 1 Additional data selection

t_D の標準偏差が相対的に大きいデータをつぎの追加学習での追加データとして重点的に選んでいる。ただし、出力値 m_D の区間 $[0, 2^n - 1]$ から選択する際、選択されたデータの偏りが大きくなりすぎないように Fig. 1 に示されるような段階的な追加データ選択が行われる。

各追加学習での追加データ数はすべて同じ $|T_1| = \dots = |T_{l_{\max}}| = n_v$ とする。まず、 m_D の出力区間 $[0, 2^n - 1]$ を v 個の等区間に分割し、おのおのの区間から $r_v n_v / v$ 個の追加候補データを一様ランダムに選択する。ここで r_v は、追加データ数に対する追加候補データ数の比を表す。各区間ごとに、追加候補データの中で、 l 反復後の予測分布 $p(t_D | \cup_{k=0}^l T_k)$ での分散 σ^2 が大きい上位 n_v / v 個のデータを選択し、追加訓練データ T_{l+1} とする。ここで、理想的な状況として、最終的に選択された n_v 個の追加データに関し、 $\mathbf{m}^k$ に対する教師信号 $\mathbf{t}^k$ が取得可能であると仮定していることに注意する。この方法をベイズ選択法 (Bayes) とよぶ。また、全訓練データから追加データを一様ランダムに選択する方法をランダム選択法 (Random) とよぶ。

この両手法とも、15 ビット SAR-ADC のシミュレーションにより前もって取得した全訓練データを用いた数値実験によりその誤差補正性能が検証されており、全訓練データ 32768 個中、1000 個程度のデータで平均出力誤差を 1LSB 以下に低減化できることが報告されている。また、同じ精度の誤差補正を得るために、ベイズ選択法はランダム選択法の 2/3 程度の訓練データ数で学習可能であることも示されている [4]。

しかし、2.1 で述べた訓練データの取得方法のもとでは、ベイズ選択法で必要となるデータを得る際、選択された計測出力値 $\mathbf{m}^k$ を含む訓練データのみを正確に取得することは非常にむずかしいため、ベイズ選択法をそのまま実装することはできない。本論文では、この制約を、データ取得上の制約とよぶことにする。また、前述の通り、各 SAR-ADC ごとに全訓練データを取得することもコスト面からみて現実的ではない。そこで、次節では、この状況に適した、効率的な追加データ選択法を検討する。

3. 提案追加データ選択法

3.1 近似的データ選択法

まず、もっとも単純な拡張として、ベイズ選択法に基づいて選択した訓練データを、比較的それに近い取得可能な訓練データに置き換え追加学習を行う方法を考える。ベイズ選択法と同様の方法で l 回目の追加学習時に追加データ $(\mathbf{m}^k, t^k)$, $k \in T_l$ を選択する。その時点での誤差補正関数 $h_{w_{l-1}}(\mathbf{m})$ を用いて、計測出力値が $\mathbf{m}^k$ となるような t^k を予測する。つまり、 $h_{w_{l-1}}(\mathbf{m}^k) \approx t^k$ とみなし $h_{w_{l-1}}(\mathbf{m}^k)$, $k \in T_l$ を SAR-ADC に入力し、その出力計測値 $\hat{\mathbf{m}}^k$ を求め、 $(\hat{\mathbf{m}}^k, h_{w_{l-1}}(\mathbf{m}^k))$, $k \in T^l$ を追加訓練データとして、ベイズ選択法と同様に追加学習を行う。この方法を近似ベイズ選択法とよぶ。

この方法では、学習初期の $h_w(\mathbf{m})$ の誤差補正の精度が低い状況では、標準偏差が相対的に大きいデータが選ばれるとは限らない。そこで、次小節では、別の視点からの追加データ選択法を提案する。

3.2 逆の誤差補正関数を用いるデータ選択法

ここでは、2.2 で導入した $\mathbf{m}$ から t_D を予測する誤差補正関数 (1) 式 $h_w: \{0,1\}^n \rightarrow \mathbb{R}$ の逆関数を考え、その関数を追加学習を用いて近似的に構成する過程で得られた訓練データを用い、誤差補正関数 $h_w(\mathbf{m})$ を学習する方法を提案する。この方法を逆関数を用いるベイズ選択法とよぶ。

Fig. 2 Examples of $\bar{h}_w(\mathbf{m})$ (left) and $\hat{h}_w(t)$ (right)

いま、 $h_w(\mathbf{m})$ の定義域を $(0,1)^n$ に拡張し、 $m_D = \sum_{i=0}^{n-1} 2^i m_i$, $0 \leq m_i \leq 1$ から t_D への関数 $\bar{h}_w$ とみなせば、この関数は区分的線形であり $\mathbf{e}, \mathbf{f}$ の要素が 1 より十分に小さければ、一対一写像とみなすことができる (Fig. 2, 左)。このとき、その逆関数も区分的線形関数となり、訓練データの入出力関係を表現可能であるため、本研究では、この関数を訓練データを用いて学習することを考える。ただし、学習の容易さを考慮し、その逆関数の定義域を $\{0,1\}^n$ に限定した関数 (Fig. 2, 右) を、近似的に学習するものとする。つまり、 $\mathbf{t} \in \{0,1\}^n$ から $m_D \in \mathbb{R}$ を予測する関数

$$\hat{h}_w(\mathbf{t}) = t_D + \sum_{i=0}^{n-1} 2^i t_i \bar{e}_i + \sum_{i=0}^{n-1} 2^i t_i \sum_{j=i+1}^{n-1} \bar{f}_{ij} t_j + \bar{\delta} \quad (4)$$

を、そのパラメータ $\bar{\mathbf{w}}^T = (\bar{\mathbf{e}}^T, \bar{\mathbf{f}}^T, \bar{\delta})$ を適切に定めることにより構成する。その際、 $h_w(\mathbf{m})$ と同様に、限定されたデータ $\bar{T}$ について誤差

$$E_{\bar{w}}(\mathbf{t}^k) = \hat{h}_{\bar{w}}(\mathbf{t}^k) - m_D^k \quad (5)$$

の 2 乗和を最小化する解 $\bar{\mathbf{w}}^*$ をベイズ回帰を用いた追加学習により求める。ここで、一般的には、関数 $\hat{h}_{\bar{w}}(\mathbf{t})$ は、 $\bar{h}_w(\mathbf{m})$ の逆関数に一致しないことに注意する。最後に、逐次データを追加して得られた訓練データ $\bar{T}$ を用いて誤差補正関数 (1) 式の調節パラメータ $\mathbf{w}$ を (3) 式を用いて求め、関数を構成する。

いま、

$$\psi(\mathbf{t}) = (2^0 t_0, \dots, 2^{n-1} t_{n-1}, 2^0 t_0 t_1, \dots, 2^{n-2} t_{n-2} t_{n-1}, 1)^T$$

とし、 $\Psi_{\bar{T}}$ を、その行が $\psi(\mathbf{t}^k)^T$, $k \in \bar{T}$ からなる行列を表すと、この方法は以下のように表せる。

逆関数を用いる追加学習法 (Inv. Bayes)

Step 0. 初期訓練データ $\bar{T}_0$ による学習：

$$\bar{\mathbf{w}}_0 := \beta S_0 \Psi_{\bar{T}_0}^T (-\mathbf{d}_{\bar{T}_0}) \\ S_0^{-1} := \Sigma_{\alpha}^{-1} + \beta \Psi_{\bar{T}_0}^T \Psi_{\bar{T}_0}$$

として、 $l := 1$ と設定。

Step 1. m_D の予測分布

$$p(m_D | \cup_{k=0}^{l-1} \bar{T}_k) = \mathcal{N}(m_D | \bar{\mathbf{w}}_{l-1}^T \psi(\mathbf{t}) + t_D, \bar{\sigma}^2), \\ \bar{\sigma}^2 = \beta^{-1} + \psi(\mathbf{t})^T S_{l-1} \psi(\mathbf{t})$$

を用いて、ベイズ選択法と同様の手順により、訓練データ集合 $\bar{T}_l$ として、相対的に $\bar{\sigma}^2$ が大きなデータを重点的に選ぶ。

Step 2. 第 l 回目の追加学習： $\bar{\mathbf{w}}_l$, S_l の更新

$$\bar{\mathbf{w}}_l := S_l^{-1} (S_{l-1}^{-1} \bar{\mathbf{w}}_{l-1} + \beta \Psi_{\bar{T}_l}^T (-\mathbf{d}_{\bar{T}_l})) \\ S_l^{-1} := S_{l-1}^{-1} + \beta \Psi_{\bar{T}_l}^T \Psi_{\bar{T}_l}$$

もし、 $l < l_{\max}$ であれば、 $l := l+1$ として Step 1 へ。

Step 3. 得られたデータ $\cup_{k=0}^{l_{\max}} \bar{T}_k$ を用いて (3) 式により $\mathbf{w}^*$ を求め、 $h_{w^*}(\mathbf{m})$ を得る。

このとき、(4) 式に関する誤差 (5) 式を効率的に減少させる訓練データは、誤差補正関数 (1) に関する誤差 (2) 式をも効率的に減少させることを期待して使用している。

つぎに、ランダム選択法やベイズ選択法、近似ベイズ選択法、逆関数を用いるベイズ選択法の四つの方法で必要となる計算量について議論する。まず、これらの方法で用いる訓練データ数は同じであり、各追加学習での計算量も同じである。追加学習の回数は、逆関数を用いるベイズ選択法でのみ、Step 3 での一度の追加学習分だけ多いだけであり、これらの方法での必要な空間・時間計算量に大きな差はないといえる。

また、最終的に得られた (4) 式の逆関数を m から t_D への誤差補正関数として用いることも考えられるが、ウェアラブル生体計測センサが搭載されたアプリケーションボード上で誤差補正機能を実装することを想定しているため、実装がより容易な誤差補正関数 (1) を構成する方法を採用する。

回帰分析の分野では、指定することができる変数を独立変数として回帰式を求め、その逆関数を用いる逆推定とよばれる方法があるが、本研究で考察している誤差補正は、本来的には入出力関係が離散値であり、逆関数が線形関数ほど容易に求められない点や、2.1 で述べた訓練データの取得方法に適合した追加データの逐次選択方法として近似的に逆関数を求めたうえで最終的には誤差補正関数の調整パラメータを学習している点などが異なっている。

4. 数値実験

提案法を評価するため、以下のような環境で数値実験を行った。使用するデータは、以下に示すシミュレーションモデルを用いて生成した。提案法である、近似ベイズ選択法、逆関数を用いるベイズ選択法に対しては、前述のデータ取得上の制約である「教師信号 t^k に対し、対応する出力計測値 m^k は取得できるが、その逆は不可」という前提のもとで実験を行った。一方で、提案法の性能比較対象として、従来法のランダム選択法、ベイズ選択法についても実験を行ったが、その際、データ取得上の制約を課すことができないため、任意の m^k に対し対応する t^k が取得できるものとした。実際にはデータ取得上の制約のもとでのみ誤差補正法が実装可能であることに注意する。

4.1 SAR-ADC シミュレーションモデル

本論文で用いる訓練データを生成するため、15 ビット SAR-ADC¹ のシミュレーションモデルを用いた。このモデルでは、出力測定値の誤差要因として、SAR-ADC 内の DAC の各容量の 2 のべき乗からの誤差と、SAR-ADC 内の比較器の入力換算 DC オフセット (閾値の誤差に相当) を考慮している (詳細は文献 [4] の付録参照)。このシミュレーションモデルを使用して、10 個の異なる SAR-ADC を想定した全訓練データ $T_{\text{all}}^i, i=1, \dots, 10$ を生成した。 T_{all}^i をデータ番号 i の全訓練データとよぶことにする。

4.2 二つのモデルの比較

10 種類のそれぞれの全訓練データ $T_{\text{all}}^i, i=1, \dots, 10$ に対し、データ数が 1000 個である訓練データ $T^i \subset T_{\text{all}}^i, i=1, \dots, 10$ を 10 種類選択し、この訓練データを用いた最小 2 乗法により、誤差補正関数モデル (1) と逆関数モデル (4) の調整パラメータ $w^*, \bar{w}^*$ を定め、その値での、

二つのモデルの全訓練データに対する平均誤差

$$e_{w^*} = \frac{1}{|T_{\text{all}}|} \sum_{k \in T_{\text{all}}} |E_{w^*}(m^k)| \quad (6)$$

および、

$$e_{\bar{w}^*} = \frac{1}{|T_{\text{all}}|} \sum_{k \in T_{\text{all}}} |E_{\bar{w}^*}(t^k)| \quad (7)$$

を比較した。ここで、 $T^i \subsetneq T_{\text{all}}^i$ より、これらの誤差には、未学習の訓練データに対する出力誤差も含まれており、汎化性能を測る指標となっている。その結果を Table 1 に示す。どちらのモデルによる平均誤差もそれほど大きな差はなく、1000 個のデータを用いることで、多くの問題で 1LSB に近い値まで誤差を減少できていることがわかる。この結果より、逆関数モデル (4) を用いて SAR-ADC の理想的な出力値と出力測定値との関係を十分に表現できることがわかる。

4.3 追加学習法の比較

つぎに、10 種類の全訓練データ $T_{\text{all}}^i, i=1, \dots, 10$ にベイズ選択法 (Bayes)、ランダム選択法 (Random)、近似ベイズ選択法 (App. Bayes)、逆関数を用いるベイズ選択法 (Inv. Bayes) の四つの方法を適用し、全訓練データに対する平均出力誤差とその標準偏差を比較する。全手法とも、追加学習 1 回ごとに追加されるデータ数を $n_v = 100$ 、追加学習の回数を $l_{\text{max}} = 8$ とした。

パラメータ値の選択として、ベイズ選択法、近似ベイズ選択法、逆関数を用いるベイズ選択法の三つの方法で定める必要のある定数 α, β や分割数 v 、比率 r_v については、それぞれの方法に対して予備実験を行ったが、どの手法においても、 $(\alpha, \beta) = (0.1, 1.0)$ 、 $(v, r_v) = (100, 10)$ に設定した場合に、比較的安定して誤差が減少できることがわかった。

また、データ番号 i の全訓練データに対する四つの追加学習法で用いる初期訓練データ T_0^i は、 T_{all}^i から一様ランダムにデータを $n_0 = 200$ 個選択することで作成した。その際、10 種類の異なる T_0^i から、おのおの追加学習を行い、8 回のそれぞれの追加学習後に得られた w^l での平均出力誤差 e_{w^l} ((6) 式) の平均や標準偏差を比較する。ただし、逆関数を用いるベイズ選択法では、各追加学習は逆関数モデル (4) に対してのみ行われ、誤差補正関数モデル (1) に関する追加学習は不要である。しかし、この実験では、他の方法との比較のため、各追加学習後に得られる $\bar{T}^l$ を用いて逐次、誤差補正関数モデルに関する追加学習も行い、得られた関数による平均出力誤差を比較した。

追加学習の各段階での平均出力誤差 $e_{w^l}, l=1, \dots, 8$ の平均値の推移に関して、典型的な結果を示した四つの問題、 T_{all}^1 および $T_{\text{all}}^4, T_{\text{all}}^5, T_{\text{all}}^7$ に対する結果を Figs. 3~6 に示す。また、最終的に得られる $e_{w^l_{\text{max}}}$ の平均とその標準偏差を Table 2 に示す。表中の太字および斜体は、お

¹SAR-ADC の実機として 15 ビットを想定しているため、シミュレーションモデルも 15 ビットとした。

Table 1 Means e_{w^*} and $e_{\bar{w}^*}$ after the calibration for T^i , $i=1, \dots, 10$

Data number	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Model (1)	0.9730	0.9027	0.6127	0.7927	1.0942	1.2857	0.9856	0.9790	0.9976	0.7681
Model (4)	0.9782	0.9082	0.6133	0.7950	1.1015	1.2929	0.9923	0.9779	0.9991	0.7694

 Table 2 Mean $e_{w^{t_{\max}}}$ and its standard deviation after the 8th additional learning for T_{all}^i , $i=1, \dots, 10$

Data number	1	2	3	4	5
Random	0.9291 $\pm$ 0.0140	0.8656 $\pm$ 0.0125	0.6113 $\pm$ 0.0052	0.7730 $\pm$ 0.0084	1.0335 $\pm$ 0.0133
Bayes	0.9034 $\pm$ 0.0083	0.8363 $\pm$ 0.0038	0.5995 $\pm$ 0.0036	<i>0.7614 $\pm$ 0.0049</i>	<i>1.0248 $\pm$ 0.0116</i>
App. Bayes	0.9281 $\pm$ 0.0170	0.8641 $\pm$ 0.0144	0.6247 $\pm$ 0.0111	0.7831 $\pm$ 0.0113	1.0486 $\pm$ 0.0098
Inv. Bayes	<i>0.9118 $\pm$ 0.0102</i>	<i>0.8469 $\pm$ 0.0086</i>	<i>0.6005 $\pm$ 0.0055</i>	0.7597 $\pm$ 0.0080	1.0174 $\pm$ 0.0097
Data number	6	7	8	9	10
Random	1.2189 $\pm$ 0.0192	0.9218 $\pm$ 0.0135	0.9848 $\pm$ 0.0073	1.0052 $\pm$ 0.0159	0.7625 $\pm$ 0.0087
Bayes	<i>1.2056 $\pm$ 0.0115</i>	0.9095 $\pm$ 0.0053	<i>0.9669 $\pm$ 0.0045</i>	0.9871 $\pm$ 0.0059	<i>0.7493 $\pm$ 0.0036</i>
App. Bayes	1.2420 $\pm$ 0.0151	0.9467 $\pm$ 0.0148	0.9943 $\pm$ 0.0089	1.0152 $\pm$ 0.0135	0.7676 $\pm$ 0.0069
Inv. Bayes	1.2040 $\pm$ 0.0095	<i>0.9113 $\pm$ 0.0059</i>	0.9662 $\pm$ 0.0057	<i>0.9878 $\pm$ 0.0091</i>	0.7473 $\pm$ 0.0042

 Fig. 3 Mean e_{w^l} after each additional learning for T_{all}^1

 Fig. 4 Mean e_{w^l} after each additional learning for T_{all}^4

 Fig. 5 Mean e_{w^l} after each additional learning for T_{all}^5

 Fig. 6 Mean e_{w^l} after each additional learning for T_{all}^7

のおの、各問題に対し四つの方法の中で 1 番目と 2 番目に小さい $e_{w^i \max}$ の平均を表す。これらの図、表より、追加学習の反復ごとに平均出力誤差が減少し、最終的に多くの問題に対し 1LSB 以下の値となっていることがわかる。各追加学習後の平均誤差の値は、おおむね、近似ベイズ選択法、ランダム選択法、逆関数を用いるベイズ選択法、ベイズ選択法の順に小さくなっている。5 回目の追加学習後以降では、五つの問題に対して逆関数を用いるベイズ選択法のほうがベイズ選択法よりも平均出力誤差が減少しており、逆関数モデル (4) を用いた訓練データ選択のほうが誤差補正関数モデル (1) を用いた場合よりも効率的なデータ選択になっていることがわかる。

ランダム選択法より、近似ベイズ選択法による各追加学習後の平均誤差が大きくなっている原因としては、各時点での誤差補正関数を用いて教師信号を近似的に選択しているため、出力測定値 m に対する t_D の予測分布での分散が大きな訓練データが必ずしも選択されず、結果としてランダム選択法よりも効率的ではない追加データが選択されていると考えられる。

一方で、ベイズ選択法や逆関数を用いるベイズ選択法による各追加学習後の平均 e_{w^i} は、常にランダム選択法や近似ベイズ選択法を下回っている。紙面の都合上省いたが、ほかの 6 種類の全訓練データに対しても、ほぼ同様な傾向がみられた。さらに、Table 2 より、最終的に得られた値についても同様な結果がみられる。これらの結果は、ランダム選択法や近似ベイズ選択法に対し、ベイズ選択法および逆関数を用いるベイズ選択法の方が適切に追加データを選択できていることを示している。

また、近似ベイズ選択法やランダム選択法により 8 回の追加学習で得られた平均出力誤差に達するためには、ベイズ選択法や逆関数を用いるベイズ選択法では、4~6 回の追加学習 (600 から 800 個程度のデータ) で可能であり、必要となる訓練データ数が減少している。

さらに、2.1 で述べた訓練データの取得方法の特徴により、ベイズ選択法が実際には実装できないことを考えると、逆関数を用いるデータ選択法は、実際に実装可能な方法の中で最も効率的なデータ選択法であるといえる。

5. おわりに

本論文では、低消費電力高分解能 SAR-ADC の変換精度向上のためのソフトウェアレベルでの機械学習を用いた出力誤差補正に着目し、より実用上の実装状況に適合した追加訓練データの選択方法を提案した。計測出力値を指定して追加訓練データが取得できない状況においても、提案データ選択法では、誤差補正関数の逆関数を近似的に構成するベイズ回帰による追加学習手法により適切にデータを選択可能であり、最終的に得られたデータで誤差補正関数の学習を行える。数値実験により、限られた訓練データでの学習においても平均出力誤差を

1LSB 以下に抑えられることや、学習に必要な訓練データ数を削減することが可能であり、訓練データの取得方法に制限がない従来法と比べても、最終的に同等な誤差補正が行えることを確認した。

謝 辞

本研究は、(独) 科学技術振興機構研究成果最適展開支援プログラム (A-STEP) の助成を得たものである。

参 考 文 献

- [1] C. M. Bishop: *Pattern Recognition and Machine Learning*, Springer, pp. 1-177 (2006)
- [2] D. A. Cohn, Z. Ghahramani and M. I. Jordan: Active learning with statistical models; *Journal of Artificial Intelligence Research*, Vol. 4, pp. 129-145 (1996)
- [3] D. F. Hoeschele Jr: *Analog-to-digital and digital-to-analog conversion techniques*, 2nd edition, A Wiley-Interscience Publication, pp. 47-51 (1994)
- [4] 倉田, 巽, 谷野, 平井, 松岡, 谷: ベイズ線形回帰を用いた高精度逐次比較型 A/D 変換器の誤差補正のための追加学習法; システム制御情報学会論文誌, Vol. 29, No. 2, pp. 76-85 (2016)
- [5] B. Settles: *Active Learning Literature Survey*; Computer Sciences Technical Report 1648, University of Wisconsin, Madison (2009)
- [6] J. -K. Um, Y. -J. Kim, E. -W. Song, J. -Y. Sim and H. -J. Park: A digitally-domain calibration of split-capacitor DAC for a differential SAR ADC without additional analog circuits; *IEEE Trans. Circuits and Systems I*, Vol. 60, No. 11, pp. 2845-2856 (2013)

著 者 略 歴

たつみ 異 けい じ (正会員)
論文誌 Vol. 29, No. 2, p.85 参照

まつ おか とし まさ
松 岡 俊 匡
論文誌 Vol. 29, No. 2, p.85 参照

たに 谷 きだ ひろ
谷 貢 宏
論文誌 Vol. 29, No. 2, p.85 参照