点列として与えられる経路に対する追従制御と ボール&プレートシステムへの適用*

梅本 和希[†]・江上 正[†]

Path Following Control for a Reference Path Consists of a Sequence of Points and an Application to a Boll & Plate System*

Kazuki UMEMOTO[†] and Tadashi EGAMI[†]

In this research, a path-following control system design for a path consist of sequence of points is proposed. To interpolating the points, a smooth path is made from the points as a polynomial curve. Non-inertial coordinate system is constructed that the origin is a reference point on the smooth path and axes are tangential and normal direction on the reference point. Movement of the reference point relates to a reference speed and a tangential component of the non-inertial coordinate. In order to implementing path-following, tracking control is achieved of a moving object to the reference point. Effectiveness of the proposed design is validated by control experiments with a boll and plate experimental system.

1. はじめに

あらかじめ時間関数として定められた目標への追従制御である軌道追従制御に対して、時間目標をもたない経路への追従制御を行うのが経路追従であり、これまで多くの研究者によって研究されている[1–4]。橋本らは経路の曲率が大きいところほど減速して進むべきであるとし、経路の曲率に合わせた速度で移動する経路追従制御系を予測制御を用いて設計した[5]。谷口、藤本はポテンシャル法による経路制御を提案した[6]。経路制御を行う際に、目標経路を与える必要があるが、多くの研究では経路は滑らかに与えられており、初期点からの経路長を用いて経路上の位置を表すことができるという仮定がおかれている。複雑な曲線を関数として設定するのは容易ではないが、経路の設定方法についての研究はなされていない。これに対し、経路を計算機と親和性の高い点列として与え、最近点の探索を用いた経路追従制御設計を行った研究もある[7]。しかし、本手法では最近点の探索を行って移動方向を決定するため、交差する経路において進路を取り違えるなどの問題や、最近点が複数存在する場合が考慮されていない問題がある。

Soetant ら[8]、Aguiar ら[9]は時間関数によって決定する目標点への追従制御を提案した。Soetant らは移動体の経路進行方向速度と移動体の位置から基準点の移動を決定した。探索を用いないことにより、最近点が複数存在する際に発生する問題を解消した。しかし、本手法では経路長を媒介変数とする経路を対象としている。この条件は目標経路を作成するうえで制約となる。また、制御設計において速度制御系と経路誤差の安定化制御系の二つの異なる制御系を並列的に設計する必要がある。全体の制御系は複雑となり、実装は容易ではない。Aguiar らは時間のみに依存する関数として基準点を決定しているため、Soetant らの手法と類似しているが、経路追従制御ではなく軌道追従制御に分類できる。

また、ボール&プレートシステムは非線形な2自由度システムであり、カスケードシステムとしての性質をもつ。このシステムは制御手法のベンチマークとして利用されている[10–13]。プレート中央への整定制御[14]や単純な円型への軌道追従制御[11–13]などがおもに行われている。ボール&プレートシステムは経路を視覚化しやすいなどの特徴を有し、経路制御のプラットフォームとして適しているが、経路追従制御を行った例はない。

本論文において提案される経路追従制御手法は、以下の特徴をもつ。目標経路を点列として与え、目標点列の曲線補間により曲線経路を生成する。点列として経路を与えるため複雑な経路の設定も容易である。曲線経路

* 原稿受付 2015年4月24日

[†] 神奈川大学大学院 工学研究科 Graduate School of Engineering, Kanagawa University; 3-27-1, Rokkakubashi, Kanagawa-ku, Yokohama city, Kanagawa 221-8686, JAPAN

Key Words: path following control, ball and plate system.

は局所的な情報から生成されるため、点数が多い複雑な、また距離の長い経路であっても効率的に経路を作成することができ、経路の変更に対しても柔軟に対応できる。本経路制御手法では、曲線経路上に基準点をおき、Soetant らの手法を修正した基準点の移動方程式により基準点の移動を決定する。最近点を基準点として用いないため、複数の最近点が存在する場合にも経路を順路通りに進行することが可能である。基準点の運動方程式の変更により、Soetant らの提案した制御手法とは異なり、進行方向軸、経路誤差軸ともに同一の位置制御器によって制御を行うことができる。制御系の構成が単純になり、実装が容易となる。位置制御によって移動体を経路に追従させるが、任意の C^1 級関数として経路進行速度を設定することが可能である。提案される経路追従制御はボール&プレートシステムに適用され、軌道追従制御との比較を行う。

本論文の構成は以下の通りである。2. において提案する経路制御について述べ、3. において提案する経路制御手法をボール&プレートシステムへ適用する。4. においてボール&プレートシステムに対して実機実験により制御系の有効性を検証する。5. において本論文を結論づける。

2. 経路追従制御

本章では、提案する経路追従制御系設計について述べる。与えられる点列から多項式曲線として滑らかな目標経路を生成する。曲線経路上に基準点を取り、その基準点を原点とし、曲線に接する進行方向軸とその垂線方向軸で構成される非慣性座標系を考える。経路追従を行う移動体は、経路上にとられる非慣性座標系の座標に関して設計される位置制御器により移動を決定する。基準点の移動は非慣性座標の進行方向成分を用いたフィードバック系により決定される。

2.1 において点列から曲線を得る。2.2 では対象システムを定義し、2.3 において基準点の運動の決定方法について述べる。制御系設計のための定式化を 2.4 において行う。

2.1 曲線経路の生成

広く用いられているスプライン曲線では点列全体を必要とし、経路を変更する場合に曲線全体を生成しなおす必要がある。Bezier 曲線は局所的な情報から補間曲線を生成するため経路の変更に対して柔軟に対応できるが、 C^1 級であるため、動的システムの追従制御には適さない。以上の点から、本研究では局所的な情報から生成可能で、かつ動的システムの制御を行うために C^3 級である曲線補間法を提案する。

番号付きの N 個の点 $B_0, B_1, \dots, B_{N-1} \in \mathbb{R}^2$ が与えられるとする。曲線補間のために、補助点列 B_{-3}, B_{-2}, B_{-1} および B_N, B_{N+1}, B_{N+2} を設定する。点列より区

Fig. 1 Sequence points and interpolating curves

分的に定義される曲線 $p(s)$, $s \in [0, N-1]$ を得る (Fig. 1 参照)。連続した 8 点 $B_{j-3}, B_{j-2}, \dots, B_j, \dots, B_{j+4}$ ($j = 0, 1, \dots, N-2$) を用いて、曲線 $p = p_0 \oplus \dots \oplus p_{N-2}$ の各要素 $p_j(s)$ を決定する。ただし、 $\oplus$ は直和を表す。 $s \in [j, j+1]$ において定義される 7 次多項式

$$p_j(s) = a_0^j + a_1^j(s-j) + \dots + a_7^j(s-j)^7 \quad (1)$$

が以下の八つの境界条件

$$\begin{aligned} p_j(j) &= B_j, & p_j(j+1) &= B_{j+1}, \\ \frac{\partial}{\partial s} p_j(s) \Big|_{s=j} &= F_j^1, & \frac{\partial}{\partial s} p_j(s) \Big|_{s=j+1} &= F_{j+1}^1, \\ \frac{\partial^2}{\partial s^2} p_j(s) \Big|_{s=j} &= F_j^2, & \frac{\partial^2}{\partial s^2} p_j(s) \Big|_{s=j+1} &= F_{j+1}^2, \\ \frac{\partial^3}{\partial s^3} p_j(s) \Big|_{s=j} &= F_j^3, & \frac{\partial^3}{\partial s^3} p_j(s) \Big|_{s=j+1} &= F_{j+1}^3 \end{aligned}$$

を満足すれば、要求を満たす。ただし、 $F_m^n = (F_{m+1}^{n-1} - F_{m-1}^{n-1})/k_s$ および $F_m^1 = (B_{m+1} - B_{m-1})/k_s$ であり、 $k_s > 0$ は曲線の形状パラメータである。

第 1, 2 条件は各区間の境界上で $p(s)$ が連続となる条件である。第 3, 4 条件は境界上での 1 階微分が連続となる条件であり、第 5, 6 条件および第 7, 8 条件はそれぞれ 2 階微分、3 階微分が連続となる条件である。第 1 条件は (1) 式より $a_0^j = B_j$ 、第 2 条件は $a_0^j + \dots + a_7^j = B_{j+1}$ となる。 s の変化に対する $p(s)$ の移動方向を決定する $\frac{\partial}{\partial s} p_j^T$ は、 $s = j$ においては $F_j^1 = (B_{j+1} - B_{j-1})/k_s$ として前後の点を用いて決定される。つまり、第 3 条件は $a_1^j = (B_{j+1} - B_{j-1})/k_s$ 、第 4 条件は $a_1^j + 2a_2^j + 3a_3^j + 4a_4^j + 5a_5^j + 6a_6^j + 7a_7^j = (B_{j+2}^T - B_j^T)/k_s$ となる。2 階微分を決定する F_j^2 は前後の 1 階微分を用いて

$$\begin{aligned} F_j^2 &= (F_{j+1}^1 - F_{j-1}^1)/k_s \\ &= ((B_{j+2} - B_j) - (B_j - B_{j-2}))/k_s^2 \end{aligned}$$

$$= (B_{j+2} - 2B_j + B_{j-2})/k_s^2$$

と決定する．つまり，第5条件は

$$2a_2^j = (B_{j+2} - 2B_j + B_{j-2})/k_s^2$$

第6条件は $2a_2^j + 6a_3^j + 12a_4^j + 20a_5^j + 30a_6^j + 42a_7^j = (B_{j+3}^T - 2B_{j+1}^T + B_{j-1}^T)/k_s^2$ となる．第7, 8条件に関しても同様である．

八つの条件を整理すると， $p_j(s)$ のパラメータ

$$\mathbf{a}_j = [a_0^j, a_1^j, \dots, a_7^j]^T$$

は，

$$\mathbf{a}_j = A_j^{-1} \mathbf{b}_j \quad (2)$$

により決定される．ただし，

$$A_j = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6 & 24 & 60 & 120 & 210 \\ 0 & 0 & 2 & 6 & 12 & 20 & 30 & 42 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{b}_j = \begin{bmatrix} B_j^T \\ (B_{j+1}^T - B_{j-1}^T)/k_s \\ (B_{j+2}^T - 2B_j^T + B_{j-2}^T)/k_s^2 \\ (B_{j+3}^T - 3B_{j+1}^T + 3B_{j-1}^T - B_{j-3}^T)/k_s^3 \\ (B_{j+4}^T - 3B_{j+2}^T + 3B_j^T - B_{j-2}^T)/k_s^3 \\ (B_{j+3}^T - 2B_{j+1}^T + B_{j-1}^T)/k_s^2 \\ (B_{j+2}^T - B_j^T)/k_s \\ B_{j+1}^T \end{bmatrix}$$

である．

制御系の設計のために，つぎの仮定を設定する．

(仮定1) $\left\| \frac{\partial p}{\partial s} \right\| > 0$ を満たす． $\|\bullet\|$ は $\bullet$ の2-ノルムを表す．

2.2 移動体のモデルと制御目的

経路追従を行う移動体の運動方程式は， $\mathbf{q} = [g_x, g_y]^T$ を移動体の慣性座標系の位置， $\alpha(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^2$ を滑らかなベクトル場， $\beta(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ を正則な行列および $\mathbf{u} = [u_x, u_y]^T$ を制御入力とし，

$$\ddot{\mathbf{q}} = \alpha(\mathbf{q}) + \beta(\mathbf{q})\mathbf{u} \quad (3)$$

とする．

曲線上の基準点 $p(s) = [p_x, p_y]^T$ を用いて移動体への参照入力を決定する．まず Fig. 2 のとおり，基準点を原点として曲線に接する座標系を作る． $p(s)$ における曲線の傾きを θ ，進行方向軸を $\bar{X}$ および進行方向軸と直交する

Fig. 2 The non-inertial coordinate system on a point in the reference path

経路誤差方向軸を $\bar{Y}$ とすると，慣性座標 $\mathbf{q} = [q_x, q_y]^T$ から非慣性座標 $\bar{\mathbf{q}} = [\bar{q}_x, \bar{q}_y]^T$ への変換は，

$$\bar{\mathbf{q}} = R_\theta (\mathbf{q} - \mathbf{p}) \quad (4)$$

により与えられる．ただし，

$$R_\theta = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$$

である．

制御の目的は，(4) 式により定義される非慣性座標の進行方向成分を1階微分可能な経路進行速度目標値 $\bar{v}_{\text{ref}}(t)$ ，経路誤差方向成分を0へ指数収束させることである．

2.3 基準点の移動

基準点 $p(s)$ を決定するパラメータ $s(t) \in [0, N-1]$ の時間変化は，

$$\dot{s} = \frac{\bar{v}_{\text{ref}}(t) + k\bar{q}_x}{\frac{\partial p_x}{\partial s} \cos \theta + \frac{\partial p_y}{\partial s} \sin \theta} \quad (5)$$

により決定する． $s(0)$ は区間 $[0, N-1]$ 内で任意に設定する．仮定1のもとでは，(5) 式の右辺分母は非零である． $k\bar{q}_x$ の項は，基準点は移動体に近づく性質をもつ．これにより，外乱などで移動体の運動がノミナルシステムと比べて遅れたまたは進んだ際に基準点の移動を修正する．この項がない場合，基準点は時間のみにによって決定される関数となり，軌道追従制御となる．

(5) 式において，進行方向の経路誤差 $\bar{q}_x$ が $\bar{q}_x = 0$ であるとする，

$$\dot{p}_x \cos \theta + \dot{p}_y \sin \theta = \bar{v}_{\text{ref}}$$

となり，移動体の経路進行速度目標と移動体の経路進行方向速度が一致する．よって， $\bar{\mathbf{q}}$ の安定化を達成すれば，2.2において設定した制御目的が達成される．

(5) 式は，Soetant らの提案する基準点移動方程式と比べ，以下の2点で異なる．1点目は，媒介変数が経路長と一致しなくてもよいことである．経路長を用いなく

ればならないことは、目標経路に対する制約である。この制約を取り除くために右辺分母が設定された。2点目は、右辺分子第1項が経路進行速度目標 v_{ref} であることである。Soetant らはこの項に、非慣性座標における移動体の進行速度を設定した。移動体は進行方向について速度制御を、誤差方向について位置制御の二つの制御器により制御される。(5) 式を用いれば、2.4において示すとおり、いずれも位置制御器により制御することが可能となり、制御系の構成は単純化し実装が容易になる。

2.4 定式化

(4) 式の時間変化について、1階微分は

$$\dot{q} = R_\theta(\dot{q} - \dot{p}) + \dot{R}_\theta(q - p)$$

であり、2階微分は

$$\ddot{q} = R_\theta(\ddot{q} - \ddot{p}) + 2\dot{R}_\theta(\dot{q} - \dot{p}) + \ddot{R}_\theta(q - p) \quad (6)$$

である。ここで、 q および $\dot{q}$ は計測可能であるとし、 $\ddot{q}$ は(3) 式により決定される。

(3) および (6) 式より、

$$\ddot{q} = \gamma u + \eta \quad (7)$$

を得る。ただし、

$$\gamma = R_\theta \beta(q)$$

$$\eta = \ddot{R}_\theta(q - p) + 2\dot{R}_\theta(\dot{q} - \dot{p}) + R_\theta(\alpha(q) - \ddot{p})$$

である。 θ は $\frac{\partial}{\partial s} p$ の関数であるので、 $\ddot{R}_\theta$ は $\frac{\partial^3}{\partial s^3} p$ の関数である。曲線の生成において3階までの導関数が接続点で同一であるよう決定されているため、 $\ddot{R}_\theta$ は連続関数として得られる。2.3において示したとおり、非慣性座標 $\bar{q}$ の安定化を達成すれば、経路追従が達成される。

3. ボール&プレートシステムへの適用

本章では、2.において述べた経路制御手法をボール&プレートシステムに適用する。

3.1 ボール&プレートシステムのモデリング

Fig. 3 のボール&プレートモデルにおいて、 $\varphi = [\varphi_x, \varphi_y]^T$ をそれぞれ x 軸回りと y 軸回りのプレートの姿勢角、 $q = [q_x, q_y]^T$ はボールの位置、 $\tau = [\tau_x, \tau_y]^T$ は入力トルクとすると、運動方程式は

$$\ddot{q} = M_b^{-1} \begin{bmatrix} \sin \varphi_y \\ M_b^{-1} \sin \varphi_x \end{bmatrix} + F_b(q, \dot{q}) \quad (8)$$

$$\ddot{\varphi} = M_p^{-1} \tau + M_p^{-1} F_p(q, \dot{q}, \varphi, \dot{\varphi}) \quad (9)$$

となる[13]。ただし、

$$M_b = -\frac{mr^2 + J_b}{mr^2 g}$$

Fig. 3 A model of a boll & plate system

$$F_b = \begin{bmatrix} m q_x \dot{\varphi}_y^2 + m q_y \dot{\varphi}_x \dot{\varphi}_y \\ m q_y \dot{\varphi}_x^2 + m q_x \dot{\varphi}_x \dot{\varphi}_y \end{bmatrix}$$

$$M_p = \begin{bmatrix} m q_x q_y & J_p + J_b + m q_x^2 \\ J_p + J_b + m q_y^2 & m q_x q_y \end{bmatrix}$$

$$F_p = \begin{bmatrix} -2m q_x \dot{q}_x \dot{\varphi}_y - m \dot{q}_x q_y \dot{\varphi}_x - m q_x \dot{q}_y \dot{\varphi}_x - m g q_x \cos \varphi_y \\ -2m q_y \dot{q}_y \dot{\varphi}_x - m \dot{q}_y q_x \dot{\varphi}_y - m q_y \dot{q}_x \dot{\varphi}_y - m g q_y \cos \varphi_x \end{bmatrix}$$

であり、 m はボール質量、 J_b はボールの慣性モーメント、 J_p はプレートの慣性モーメント、 r はボール半径および g は重力加速度である。定式化のために、以下の過程を設定する。

(仮定 2) プレートの回転角速度の絶対値は

$$|\dot{\varphi}_x|, |\dot{\varphi}_y| \ll 1$$

を満たす。

仮定 2 のもとで、(8) 式の 2 次の微少項を無視すると、ボールの運動方程式は

$$\ddot{q} = M_b^{-1} \begin{bmatrix} \sin \varphi_y \\ \sin \varphi_x \end{bmatrix} \quad (10)$$

と表すことができる。

3.2 経路制御系設計

(3), (7) および (10) 式より、

$$\ddot{q} = R_\theta M_b^{-1} u + \eta \quad (11)$$

を得る。ただし、 $u = [u_x, u_y]^T$ は、

$$u = \begin{bmatrix} \sin \varphi_x \\ \sin \varphi_y \end{bmatrix} \quad (12)$$

とする。ここで、(11) 式中の u が制御入力として任意に決定できると仮定し、 u を $u_r = [u_{rx}, u_{ry}]^T$ により置き換えたシステム

$$\ddot{q} = R_\theta M_b^{-1} u_r + \eta \quad (13)$$

について考える。制御入力を、

$$u_r = -R_{-\theta} \text{sat}(M_b(k_{b1} \ddot{q} + k_{b2} \dot{q} + \eta)) \quad (14)$$

とする。ただし、 $k_{b_1}, k_{b_2} > 0$ は定数、

$$\mathbf{sat}(s) = (\text{sat}(s_1), \dots, \text{sat}(s_m))^T$$

$$\text{sat}(s_i) = \begin{cases} \mu, & s_i > \mu \\ s_i, & |s_i| \leq \mu \\ -\mu, & s_i < -\mu \end{cases}$$

および $\mu < 1/\sqrt{2}$ とする。関数 $\mathbf{sat}$ が存在することにより、フィードバック系の安定性は保証されないが、(12) 式の逆関数を得ることができる。(12) 式において、 u を u_r 、 φ を $\varphi_r = [\varphi_{r_x}, \varphi_{r_y}]^T$ により置き換えることで、

$$\varphi_r = \begin{bmatrix} \text{asin}(u_x) \\ \text{asin}(u_y) \end{bmatrix} \quad (15)$$

を得る。 $\mathbf{sat}(M_b(k_{b_1}\dot{q} + k_{b_2}\bar{q} + \eta)) \leq \mu < 1/\sqrt{2}$ であるので、 $\|u_r\| < 1$ を満たす。よってそれぞれの逆三角関数が存在する。

(15) 式で与えられる目標姿勢角を達成するプレート姿勢制御系について考える。追従誤差を $e_\varphi = \varphi - \varphi_r$ として、回転トルクを

$$\tau = -\frac{1}{\epsilon} M_p(k_{p_1}\dot{e}_\varphi + k_{p_2}e_\varphi)$$

と決定する。ただし、 $k_{p_1}, k_{p_2} > 0$ は定数であり、 ϵ は $0 < \epsilon \ll 1$ であるとする。このとき、プレートの姿勢に関するシステム (9) 式は、

$$\epsilon\ddot{\varphi} = k_{p_1}\dot{e}_\varphi + k_{p_2}e_\varphi + \epsilon M_p^{-1}F_p(q, \dot{q}, \varphi, \dot{\varphi}) \quad (16)$$

と表すことができる。(10) 式の右辺の 2-ノルムが (16) 式右辺の 2-ノルムより小さくなるように $k_{p_1}, k_{p_2}, \epsilon$ をとれば、プレートの姿勢システム (16) 式はボールの姿勢システムと比較して十分速いシステムとなる [15,16]。このとき、近似的に $\epsilon \neq 0$ とすることで、

$$\dot{e}_\varphi = -\frac{k_{p_2}}{k_{p_1}} e_\varphi$$

を得る。プレートの姿勢制御誤差はボールの運動に対して不感となり、 $\dot{e}_\varphi$ は 0 に指数収束する。プレート制御系の定常状態において、ボールの運動は、 $\| -k_1\dot{q} - k_2\bar{q} \| < 1$ のもとで

$$\ddot{\bar{q}} = -k_{b_1}\dot{\bar{q}} - k_{b_2}\bar{q}$$

となり、ボールの位置制御が達成される。

4. ボール&プレートシステムを用いた経路制御実験

2. において行った経路追従制御設計の有効性を確認するために、ボール&プレートシステムを用いて経路制御実験を行う。

Fig. 4 The boll & plate experimental equipment

4.1 実験装置の構成

本研究に使用する実験装置の外観を Fig. 4 に示す。プレート部は赤外線方式タッチパネルを使用し、プレート回転にリニアモータを短辺と長辺の一つずつ直立させて使用する。

初期位置はすべて $q(0) = [0.05, -0.18]^T$ とした。物理パラメータはそれぞれ $g = 9.8 \text{ m/s}^2$, $m = 13.75 \times 10^{-3} \text{ kg}$, $r = 15.0 \times 10^{-3} \text{ m}$ および $J_b = 1.24 \times 10^{-6} \text{ kgm}^2$ である。制御系のパラメータは $k_1 = 6.5$, $k_2 = 5.0$ および $s(0) = 0.1$ である。サンプリング時間は 15ms である。経路点列は、8 の字型では (17) および不規則経路では (18) 式とし、補助点列を

$$B_{-3} = \begin{bmatrix} 0.0500 \\ 0.1025 \end{bmatrix}, B_{-2} = \begin{bmatrix} 0.0500 \\ 0.0925 \end{bmatrix}, B_{-1} = \begin{bmatrix} 0.0500 \\ 0.0825 \end{bmatrix}$$

$$B_{10} = \begin{bmatrix} -0.1790 \\ -0.2917 \end{bmatrix}, B_{11} = \begin{bmatrix} -0.1790 \\ -0.2817 \end{bmatrix}, B_{12} = \begin{bmatrix} -0.1790 \\ -0.2717 \end{bmatrix}$$

と設定する。曲線補間の際の形状パラメータは $k_s = 2.0$ とした。

(5) 式において、 $k = 0$ と設定した場合、

$$\dot{s} = \frac{\bar{v}_{\text{ref}}(t)}{\frac{\partial p_x}{\partial s} \cos \theta + \frac{\partial p_y}{\partial s} \sin \theta}$$

となり、基準点 $p(s)$ は移動体の位置によらず決定し、時間のみの関数により与えられる軌道となる。以降の、8 の字型および不規則経路のそれぞれの経路において、 $k = 1$ とした経路追従制御と $k = 0$ とした軌道追従制御の比較を行う。二つの制御手法それぞれに対し、基準点の移動に関するパラメータ k および v_{ref} 以外のパラメータは同一のものを用いる。軌道追従制御においては、進行速度目標 v_{ref} を経路制御と同じにした場合と終端点への到達時刻を同じにした場合の 2 種の比較実験を行う。

$$B_{0,\dots,9} = \begin{bmatrix} 0.0500 & 0.1125 & 0.1863 & 0.2310 & 0.2935 & 0.3947 & 0.3947 & 0.2935 & 0.2137 & 0.1125 \\ -0.1790 & -0.0563 & -0.0810 & -0.1790 & -0.3017 & -0.2548 & -0.1032 & -0.0563 & -0.2548 & -0.3017 \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$B_{0,\dots,9} = \begin{bmatrix} 0.0500 & 0.0846 & 0.1851 & 0.2869 & 0.3374 & 0.4120 & 0.3774 & 0.2569 & 0.1551 & 0.0846 \\ -0.1790 & -0.1032 & -0.0863 & -0.0363 & -0.1032 & -0.1690 & -0.2548 & -0.2617 & -0.3017 & -0.2548 \end{bmatrix} \quad (18)$$

Fig. 5 Reference path and boll path (a figure of eight type path, $k=1$, $v_{\text{ref}}=0.06$). The actual path and the reference path are shown by the solid and the broken lines, respectively.

Fig. 6 Path error and speed of the reference point (a figure of eight type path, $k=1$, $v_{\text{ref}}=0.06$). The top figure shows speed of the reference point and the path error with broken and solid lines, respectively. In the bottom figure, the travel direction error is displayed.

4.2 8の字型の経路への追従制御

(17) 式で表される 8 の字型の経路に対して $k=1$ とした経路追従制御の結果を Fig. 5, 6, 9 および 10 に, $k=0$ とした軌道追従制御の結果を Fig. 7 および 8 にそれぞれ示す.

経路誤差 $\bar{g}_y$ の各サンプリング時刻における絶対値平均は $k=1$, $v_{\text{ref}}=0.06$ とした場合には 6.3714×10^{-5} , $k=0$, $v_{\text{ref}}=0.06$ とした場合には 8.5322×10^{-5} , $k=1$, 終点

Fig. 7 Reference path and boll path (a figure of eight type path, $k=0$, $v_{\text{ref}}=0.06$)

Fig. 8 Path error and speed of the reference point (a figure of eight type path, $k=0$, $v_{\text{ref}}=0.06$)

到達時刻が異なったため, 進行速度を調節し $v_{\text{ref}}=0.064$ とした場合には 6.3558×10^{-5} であった. 8 の字型の経路において, 同じ目標速度を設定した場合には提案手法を用いた結果は軌道追従制御と比較して誤差が少なくなっている. また, 終点到達時刻を統一し比較した $k=0$, $v_{\text{ref}}=0.06$ と $k=1$, $v_{\text{ref}}=0.064$ の比較においても, 経路制御の経路誤差は軌道制御の経路誤差より小さくなっている.

つぎに, Fig. 6, 8, 10 の上段を比較する. 破線は基準点の移動速度を, 実線は進行方向誤差 $\bar{g}_y$ の時間変化を表す. $k=1$ とした提案法の場合には進行方向誤差に関連して基準点の移動速度が変化している. つまり, 移動体が基準点に対して遅れていれば基準点は速度を落と

Fig. 9 Reference path and boll path (a figure of eight type path, $k=1$, $v_{\text{ref}}=0.064$)

Fig. 10 Path error and speed of the reference point (a figure of eight type path, $k=1$, $v_{\text{ref}}=0.064$)

Fig. 11 Reference path and boll path (an ellipse type path, $k=1$, $v_{\text{ref}}=0.06$)

し、逆であれば速度を上げる動作が行われている。 $k=0$ であれば $\bar{g}_y$ と無関係に基準点が移動する。この違いにより、追従誤差が低減されているものと考えることができる。

Fig. 12 Path error and speed of the reference point (an ellipse type path, $k=1$, $v_{\text{ref}}=0.06$)

Fig. 13 Reference path and boll path (an ellipse type path, $k=0$, $v_{\text{ref}}=0.06$)

Fig. 14 Path error and speed of the reference point (an ellipse type path, $k=0$, $v_{\text{ref}}=0.06$)

4.3 不規則な経路への追従制御

(18) 式で表される不規則な経路に対して $k=1$ とした経路追従制御の結果を Fig. 11, 12, 15 および 16 に、 $k=0$ とした軌道追従制御の結果を Fig. 13 および 14 にそれぞれ示す。提案する経路追従制御を用いた際のボール経路は軌道追従制御と比較して振動の振幅が小

Fig. 15 Reference path and boll path (an ellipse type path, $k=0$, $v_{\text{ref}}=0.064$)

Fig. 16 Path error and speed of the reference point (an ellipse type path, $k=0$, $v_{\text{ref}}=0.064$)

さい経路が得られた。経路誤差 $\bar{g}_y$ の各サンプリング時刻における絶対値平均は $k=1$, $v_{\text{ref}}=0.06$ とした場合には 0.9593×10^{-4} , $k=0$, $v_{\text{ref}}=0.06$ とした場合には 1.2663×10^{-4} であった。経路制御と終端時刻を合わせるために $k=1$, $v_{\text{ref}}=0.064$ とした場合に 0.8009×10^{-4} であった。本実験においては経路誤差は経路制御を行った場合のほうが小さい。 $v_{\text{ref}}=0.06$ の条件のもとで $k=0, 1$ を比較すると、 $k=0$ では基準点の移動する速さ $\|\dot{p}\|$ が一定であるのに対し、 $k=1$ ではボール位置に応じ変化することによる、基準点の移動速度が変化するために、終端点への到達時刻が変化するが、その自由度を経路誤差の減少およびボールの運動の安定化に利用しているといえる。また、平均進行速さを一致させた $k=0$, $v_{\text{ref}}=0.06$ と $k=1$, $v_{\text{ref}}=0.064$ の比較においても、経路制御の経路誤差は軌道制御の経路誤差より小さくなっている。

5. おわりに

本論文では、経路点列を補間して曲線経路を生成し、基準点をフィードバックにより移動する経路追従制御手法を提案した。本手法では、目標経路を点列として与え

るために、容易に経路を設定することができる。移動体位置のフィードバックにより目標経路上の基準点を移動するために、交差を含む経路においても本来の進路で進行することができる。提案された経路制御の有効性はボール&プレートシステムによる実機実験によって検証された。

今後は4輪車両への応用、経路進行速度目標の自動決定などについて研究を進める予定である。

謝 辞

本研究を進めるにあたり、日本トムソン株式会社の支援を受けた。また、実験に際し神奈川大学工学部機械工学科赤尾勝利君、中馬健司郎君、酒井翔太郎君、藤井亮君の協力を得た。ここに謝意を表す。

参 考 文 献

- [1] A. Ollero and G. Heredia: Stability analysis of mobile robot path tracking; *Intelligent Robots and Systems 95. 'Human Robot Interaction and Cooperative Robots', Proceedings. 1995 IEEE/RSJ International Conference on*, Vol. 3, pp. 461–466 (1995)
- [2] P. Coelho and U. Nunes: Path-following control of mobile robots in presence of uncertainties; *Robotics, IEEE Transactions on*, Vol. 21, No. 2, pp. 252–261 (2005)
- [3] 岡島, 浅井, 川路: 経路追従問題における最適速度制御; 計測自動制御学会論文集, Vol. 44, No. 7, pp. 566–574 (2008)
- [4] B. Yao, C. Hu and Q. Wang: An orthogonal global task coordinate frame for contouring control of bi-axial systems; *Mechatronics, IEEE/ASME Transactions on*, Vol. 17, No. 4, pp. 622–634 (2012)
- [5] 橋本, 王, 土谷, 松田: 経路の未来情報を利用した車輪型自立移動ロボットの経路追従制御; 日本ロボット学会誌, Vol. 12, No. 4, pp. 124–131 (1994)
- [6] 谷口, 藤本: 時変の経路に対するポート・ハミルトン系の経路追従制御; 計測自動制御学会論文集, Vol. 47, No. 3, pp. 141–149 (2011)
- [7] 田坂, 江上: 探索を用いた経路制御手法の提案とその応用; 日本機械学会論文集 C 編, Vol. 73, No. 732, pp. 2238–2245 (2007)
- [8] D. Soetanto, L. Lapierre and A. Pascoal: Adaptive, non-singular path-following control of dynamic wheeled robots; *Decision and Control, 2003. Proceedings. 42nd IEEE Conference on*, Vol. 2, pp. 1765–1770 (2003)
- [9] A. P. Aguiar and J. P. Hespanha: Trajectory-tracking and path-following of underactuated autonomous vehicles with parametric modeling uncertainty; *Automatic Control, IEEE Transactions on*, Vol. 52, No. 8, pp. 1362–1379 (2007)
- [10] J. Hauser, S. Sastry and P. Kokotovic: Nonlinear control via approximate input-output linearization: the

- ball and beam example; *Automatic Control, IEEE Transactions on*, Vol. 37, No. 3, pp. 392–398 (1992)
- [11] D. Yuan and Z. Zhang: Modelling and control scheme of the ball-plate trajectory-tracking pneumatic system with a touch screen and a rotary cylinder; *Control Theory Applications, IET*, Vol. 4, No. 4, pp. 573–589 (2010)
- [12] H. Wang, Y. Tian, Z. Sui, X. Zhang and C. Ding: Tracking control of ball and plate system with a double feedback loop structure; *Mechatronics and Automation, International Conference on 2007*, pp. 1114–1119 (2007)
- [13] H. Duan, Y. Tian and G. Wang: Trajectory tracking control of ball and plate system based on auto-disturbance rejection controller; *Asian Control Conference, 2009*, pp. 471–476 (2009)
- [14] S. Awatar, C. Bernard, N. Boklund, A. Master, D. Ueda and K. Craig: Mechatronic design of a ball-on-plate balancing system; *Mechatronics*, Vol. 12, No. 2, pp. 217–228 (2002)
- [15] K.-K. Young, P. Kokotovic and V. Utkin: A singular perturbation analysis of high-gain feedback systems; *Automatic Control, IEEE Transactions on*, Vol. 22, No. 6, pp. 931–938 (1977)
- [16] 安藤，鈴木：特異摂動法と特異摂動システムにおけるロバスト制御の動向；システム/制御/情報，第42巻，pp. 653–660 (1998)

著者略歴

梅本 和希 (正会員)

1986年3月25日生。2014年京都大学大学院工学研究科機械理工学専攻博士後期課程修了。同年神奈川大学工学部機械工学科特別助教となり現在に至る。非線形制御，ロバスト制御の研究に従事。計測自動制御学会，IEEEの会員。

江上 正 (正会員)

1959年7月17日生。1987年4月北海道大学大学院工学研究科電気工学専攻博士課程修了。同年4月神奈川大学工学部機械工学科専任講師，1990年同助教授，1997年同教授となり現在に至る。メカニカルシステムのモーションコントロールや宇宙エレベーター昇降実験機の開発などの研究に従事。工学博士。計測自動制御学会，電気学会，日本ロボット学会，日本機械学会，IEEE，宇宙エレベーター協会などの会員。