状態跳躍を伴うスパイキングニューラルシステム におけるカオス評価法の検討*

信川 創[†]・西村 治彦[‡]・山西 輝也[†]・劉 健勤[‡]

Evaluation Methods of Chaotic State in Spiking Neural System with State Dependent Jump*

Sou NOBUKAWA[†], Haruhiko NISHIMURA[‡], Teruya YAMANISHI[†] and Jian-Qin LIU[‡]

Izhikevich neuron model, which combines continuous spike-generation mechanisms and discontinuous resetting process after spiking, can reproduce almost all spiking activities including chaotic spiking in actual neural systems. When the chaotic state is evaluated in this model, it is known that conventional Lyapunov exponent where the continuous trajectory is presupposed cannot be applied due to the state dependent jump in the resetting process. To evaluate Lyapunov exponent in the system with the resetting process, the accurate numerical calculation for the trajectory by Newton method and the consideration for saltation matrix are needed. By virtue of this method, several routes to chaos have been found in Izhikevich neuron model. While on the other hand, in this study, we have proposed the method combining Euler method and Lyapunov exponent on Poincaré section and evaluated the chaotic state in Izhikevich neuron model. As the result, it has been confirmed that this method can also judge the chaotic state by tuning the initial perturbation against the trajectory.

1. はじめに

これまで、脳・神経系においては、情報の伝達は発火頻度によって担われるとされてきたが、発火計測技術の進歩により、現在では数 [ms] の精度で発火時刻の計測が可能となり、発火頻度ではなく、発火のタイミングによって情報が伝達されることが明らかになってきた [1]. それに伴って、膜電位の活動を再現することで発火のタイミングを記述できるスパイキングニューロンモデルを用いた情報伝達に関する研究が行われるようになった. このスパイキングニューロンモデルの一つである Hodgkin-Huxley(HH) モデル [2] は、細胞膜のキャパシタンスやイオンチャネルのレジスタンス特性を記述する

ことで、ニューロダイナミクスを再現する最も重要なモデルとして知られている. しかし、その方程式系の複雑さからこれまでに、FitzHugh-Nagumo ニューロンモデルや Hindmarsh-Rose モデルのように、細胞膜のキャパシタンスやイオンチャネルのレジスタンス特性ではなく細胞膜の振舞い（発火活動）に着目した HH モデルよりも単純な連続的な常微分方程式で記述されるモデルが提案されている [1]. 一方、近年、ニューロン発火状態から過分極状態への遷移をリセット動作（状態跳躍）とし、連続的なシステム挙動のダイナミクスと組み合わせたハイブリッドなスパイキングニューロンモデルが提案されている [3]. このハイブリッドなスパイキングニューロンモデルの一つである Izhikevich ニューロンモデルは、状態跳躍に関するパラメータを含む少数のパラメータ調整により、従来の単純な積分発火モデルでは実現できなかった、実際の脳・神経系で観測されるほとんどの発火パターンを再現できることが報告されている [4,5].

脳・神経系における発火パターンの一つであるカオスの発火活動は、学習や記憶といった脳の柔軟な情報処理を支えていると考えられている [6–9]. そして今後、脳に学んだ情報処理機構をスパイキングニューロンモデルを用いて実装する場合、計算効率の高いハイブリッドなスパイキングニューロンモデルが有効であると考えられる.

* 原稿受付 2015 年 7 月 22 日
第 59 回システム制御情報学会研究発表講演会にて発表 (2015 年 5 月)

[†] 福井工業大学 環境情報学部 経営情報学科 Department of Management Information Science, Fukui University of Technology; 3-6-1 Gakuen, Fukui city, Fukui JAPAN

[‡] 兵庫県立大学大学院 応用情報科学研究科 Graduate School of Applied Informatics, University of Hyogo; 7-1-28, Minatojima-minamimachi, Chuo-ku, Kobe city, Hyogo JAPAN

Key Words: chaos, neuron model, Lyapunov exponent, saltation matrix, Poincaré section.

しかし、リセット動作による非連続な状態跳躍が生じるスパイクングニューラルシステムでは、リアプノフ指数をはじめとする連続的な軌道の存在を前提としたカオス解析手法の適用が困難である[10,11]. そのため、ポアンカレ断面上でのシステム挙動に着目した分岐解析[12–14]や時系列データから求められる統計量によるカオスの判定方法[10,15], さらに跳躍行列を考慮したリアプノフ指数[11,16]といった手法の適用が必要となる.

われわれは、これまでに Izhikevich ニューロンモデルに対して、ニュートン法による厳密な跳躍点の特定による軌道計算を実施し、それに基づく跳躍行列を考慮したリアプノフ指数の評価、およびポアンカレ断面上での分岐解析を実施した. その結果、リセット動作（状態跳躍）に関するパラメータの変化に対して、複数のカオスルートが存在することを明らかにしている[16]. それに対して本論文では、オイラー法とポアンカレ断面上でのリアプノフ指数（Poincaré section (PS)-リアプノフ指数）を組み合わせた手法で Izhikevich ニューロンモデルのカオス評価を試み、前述の跳躍行列を考慮したリアプノフ指数による結果との比較を通して、その有効性を調べる.

2. モデルと評価手法

2.1 Izhikevich ニューロンモデル

Izhikevich ニューロンモデルは (1),(2) 式の 2 変数の常微分方程式で表される. 発火 ($v \geq 30$ [mV]) 後は v, u の値を (3) 式に従ってリセットする.

$$\dot{v} = 0.04v^2 + 5v + 140 - u + I \quad (1)$$

$$\dot{u} = a(bv - u) \quad (2)$$

$$\text{if } v \geq 30[\text{mV}], \text{ then } \begin{cases} v \leftarrow c \\ u \leftarrow u + d \end{cases} \quad (3)$$

ここで、 v はニューロンの膜電位 [mV] を、 u は membrane recovery 変数を表しており、時間の単位はそれぞれ [ms] である. I は直流入力成分で、パラメータ a と b は時定数と u の感度をそれぞれ表している.

以下では、後退差分法で離散化を行い、跳躍点をニュートン法により特定する手法[17]と時間幅 Δt のオイラー法で離散化を行う 2 種類の手法で軌道の計算を行う. この Izhikevich ニューロンモデルによって、大脳皮質で観測される主要な発火パターンである Regular Spiking (RS) や Intrinsically Bursting (IB), Chattering (CH) を再現することができる (Fig. 1 参照). ここで、RS の場合における $v-u$ 平面上での軌道を Fig. 2 に示す. (1), (2) 式による連続的な (v, u) 軌道 (実線) が (3) 式のリセット動作により $((v, u) \approx (-65, 0.3))$ に跳躍する様子が確認できる.

Fig. 1 Typical spiking patterns. (a) Regular Spiking (RS) ($a=0.02, b=0.2, c=-65, d=8$), (b) Intrinsically Bursting (IB) ($a=0.02, b=0.2, c=-55, d=4$), (c) Chattering (CH) ($a=0.02, b=0.2, c=-50, d=2$)

Fig. 2 RS orbit of (v, u) (solid line) including state dependent jump (reset) on $v-u$ phase plane ($a=0.02, b=0.2, c=-65, d=8, I=10$)

2.2 評価尺度

2.2.1 跳躍行列を考慮に入れたリアプノフ指数

(v, u) 軌道上でのリアプノフ指数の評価のために、跳躍行列を考慮に入れた状態遷移行列を用いる. 連続軌道上 (発火 (跳躍) と発火の間) における (1), (2) 式の変分方程式は状態遷移行列 $\Phi_i(t, t_{i-1})$ とヤコビアン $J(v, u, t)$ を用いて、(4), (5) 式のように表される.

$$\dot{\Phi}_{i+1}(t, t_i) = J(v, u, t) \Phi_{i+1}(t, t_i) \quad (4)$$

$$\Phi_{i+1}(t_i, t_i) = E \quad (5)$$

ここで、 t_i は i 番目の発火が生じた時刻、 E は単位行列を表している. 跳躍前後の (v, u) 値をそれぞれ (v^+, u^+) , (v^-, u^-) とすると、跳躍行列は (6) 式で表される [11].

$$S_i = \begin{bmatrix} \dot{v}^+ & 0 \\ \dot{v}^- & 1 \\ \dot{u}^+ - \dot{u}^- & 1 \\ \dot{v}^- & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$[T^k : T^{k+1}]$ [ms] で発火によるリセット動作により状態跳躍が生じた場合の状態遷移行列 $\Phi^k(T^{k+1}, T^k)$ ($k = 0, 1, \dots, N-1$) は跳躍行列を考慮すると (7) 式のようになる。

$$\begin{aligned} \Phi^k(T^{k+1}, T^k) \\ = \Phi_{i+1}(T^{k+1}, t_i) S_i \Phi_i(t_i, t_{i-1}) \\ \cdots S_2 \Phi_2(t_2, t_1) S_1 \Phi_1(t_1, T^k) \end{aligned} \quad (7)$$

(7) 式の評価時間間隔を $\tau = T^{k+1} - T^k$ [ms] とし、それぞれの評価時間間隔における状態遷移行列 $\Phi^k(T^{k+1}, T^k)$ の固有値を l_j^k ($k = 1, 2, \dots, N$) とすると、リアプノフスペクトル λ_j は (8) 式で表される。

$$\lambda_j = \frac{1}{T^N - T^0} \sum_{k=0}^{N-1} \log(|l_j^k|) \quad (8)$$

(v, u) が周期状態となる場合、 $\lambda_1 = 0, \lambda_2 < 0$ 、カオス状態となる場合は $\lambda_1 > 0, \lambda_2 = 0$ となる。ただし、これはカオスの必要条件であるが、軌道が有界な場合はカオスの判定条件として用いられる [18]。以下のシミュレーションでは、 τ の周期を 20 回分の発火が生じる期間、もしくは 20 回の発火前に τ が 1000 [ms] に到達した場合は 1000 [ms] に設定する。

2.2.2 ポアンカレ断面上でのリアプノフ指数

本論文では、 $v = 30$ [mV] にポアンカレ断面を設定し、その断面上での u 値 u_n ($n = 1, 2, \dots$) の挙動から PS-リアプノフ指数を求める。 u_n から m 回目にポアンカレ断面を通過する u 値は、ポアンカレ写像 ϕ により、 $u_{n+m} = \phi^m(u_n)$ で表される。 u_n に与えられた初期摂動 δ_0 の m 回目の写像後の発展は、 $u_{n+m} + \delta_m^n = \phi_u^m(u_n + \delta_0)$ となる。よって、 L 個の δ_m^n から、 u_n の PS-リアプノフ指数は (9) 式となる。

$$\lambda_u = \frac{1}{L} \sum_{i=0}^{L-1} \log \frac{\delta_{m+1}^{1+m \cdot i}}{\delta_0} \quad (9)$$

(v, u) が周期状態となる場合、 $\lambda_u \leq 0$ 、カオス状態となる場合は $\lambda_u > 0$ となる。ここでも前述の手法と同様に、カオスの判定条件として用いる。以下のシミュレーションでは、 $m = 1$ に設定する。

3. 結果と評価

3.1 跳躍行列を考慮に入れたリアプノフ指数での評価

Fig. 3(a) は跳躍行列を考慮に入れた最大リアプノフ指数 λ_1 のパラメータ c と d への依存性を RS と IB, CH のパラメータ設定値付近で評価した結果である。ここでは (v, u) 軌道を 2.1 節で示した後退差分とニュートン法

Fig. 3 (a) Dependence of maximum Lyapunov exponent λ_1 on parameters c and d around parameter sets for RS, IB and CH ($a = 0.02, b = 0.2, I = 10$). (b) Orbit of (v, u) in chaotic state ($a = 0.02, b = 0.2, I = 10, c = -55, d = 0.93$)

による手法で軌道 (v, u) の計算誤差を 10^{-6} 以下の精度で求めている。この結果から $-59 \lesssim c \lesssim -40$, $d \approx 1.0$ の領域において、カオス状態 ($\lambda_1 > 0$) が存在することが確認できる。また、Fig. 3(a) においてカオス状態となった $c = -55, d = 0.93$ のパラメータ設定における (v, u) の軌道を Fig. 3(b) に示す。このように、リセットに関するパラメータを動かすことで、Fig. 2 のような周期軌道や Fig. 3(b) のような (v, u) の軌道が閉じることがないカオスアトラクタが現れることが確認できる。

さらに、 $c = -55$ におけるシステム挙動の d 依存性についても評価を行う。Fig. 4(a) と (b) は u_n の分岐図とリアプノフ指数 λ_j ($j = 1, 2$) のパラメータ d への依存性をそれぞれ示している。 u_n は $d \lesssim 0.835$ までは、固定点に留まっているが、 d の増加に伴い、 $d \approx 0.835, 0.88, 0.89$ で周期倍分岐を起こし、 $0.894 \lesssim d \lesssim 0.945$ で u_i は非周期軌道を示し、カオス状態 ($\lambda_1 > 0, \lambda_2 = 0$) となる。

状態跳躍を含まない連続軌道をもつシステムにおいて最大リアプノフ指数を評価する方法として、(10) 式が広く用いられている [18, 19]。

$$\lambda_1 = \frac{1}{\tau N} \sum_{k=1}^N \log \left(\frac{|\mathbf{d}^k(t_i = \tau)|}{|\mathbf{d}^k(t_i = 0)|} \right) \quad (10)$$

ここで、 $\mathbf{d}^k(t_i = 0)$ ($k = 1, 2, \dots, N$) は $t = t_0 + (k-1)\tau$ における基準軌道 (v, u) への N 個の初期摂動を表している。初期摂動を与えられた軌道を (v', u') とすると、 $\mathbf{d}^k(t_i = 0)$

の時間 τ の間での発展は、 $\mathbf{d}^k(t_l = \tau) = ((v(t), u(t)) - (v'(t), u'(t)))|_{t=t_0+k\tau}$ となる。この手法を (1)~(2) 式に適用した場合を考える。ただし、 $t_l = t_s$ ($0 \leq t_s \leq \tau$), $k = i$ において跳躍が生じた場合の $|\mathbf{d}^i(\tau)|/|\mathbf{d}^i(0)|$ を (10) 式の評価から除くものとする。また、 τ に関しては、 (v', u') が (v, u) から大きく離れないように、短く設定する必要があるため $\tau = 0.1$ [ms] とする [18, 19]。

その場合の結果を Fig. 4(c) に示すと、 $0.8 \leq d \leq 0.95$ のすべての領域で $\lambda_1 > 0$ となり、 $0.8 \leq d \lesssim 0.894$ での u_n の周期挙動との対応が取れないことから、正しくリアプノフ指数が求められていないことがわかる。また、この傾向は、跳躍点を連続とみなし、 $S_i = E$ (すなわち、 $\dot{v}^+ = \dot{v}^-$, $\dot{u}^+ = \dot{u}^-$) とした場合における (8) 式の最大成分 λ_1 での結果 (Fig. 4(d)) と傾向がほぼ一致している。ただし、 $0.92 \lesssim d \leq 0.95$ において、Fig. 4(c) の λ_1 が Fig. 4(d) の場合よりも小さくなる。これは、(10) 式において $\tau = 0.1$ [ms] と設定しているため、局所的に特定の領域で軌道が安定化すると、 $\log(\frac{|\mathbf{d}^k(t_l = \tau)|}{|\mathbf{d}^k(t_l = 0)|})$ が小さくなり、それが λ_1 に影響するためである。一方、Fig. 4(d) では、(7) 式の τ は 20 回分の発火もしくは最大で 1000[ms] に設定し、 Φ^k を評価しているため、このような局所的な軌道の安定化の影響は少なくなっている。

3.2 ポアンカレ断面上でのリアプノフ指数での評価

Izhikevich ニューロンモデル ((1)~(3) 式) の差分化において、オイラー法がよく用いられる [4, 5]。Fig. 5 は、 Δt の精度のオイラー法によって求められた周期状態 ($d = 0.82$) における u_n の標準偏差 $sd(u_n) = \sqrt{\langle u_n^2 \rangle - \langle u_n \rangle^2}$ ($\langle \cdot \rangle$ は平均を表す。) の $1/\Delta t$ への依存性を調べた結果である。 $1/\Delta t = 10$ では $sd(u_n) \approx 0.02$ 程度であるが、 $1/\Delta t$ の増加に伴って減少し、 $1/\Delta t = 10^5$ では $sd(u_n) \approx 2 \times 10^{-6}$ で上述の後退差分法とニュートン法による手法と同程度の精度となることが確認できる。PS-リアプノフ指数の評価において u_n に与える摂動 δ_0 に、この $sd(u_n)$ よりも十分大きな値を設定すれば、オイラー法で残された誤差の影響を無視することができると推測される。

Fig. 6 は、Fig. 4 に対応するパラメータ d の領域において、Izhikevich ニューロンモデルを $\Delta t = 10^{-3}$ のオイラー法を用いて差分化した場合の u_n の分岐図 ((a))、および $\delta_0 = 10^{-4}$ の設定で PS-リアプノフ指数 λ_u ((b)) を評価した結果である。Fig. 5 より $\Delta t = 10^{-3}$ の精度では $sd(u_n) \approx 2 \times 10^{-4}$ の誤差が軌道に含まれる。よって、これよりも小さな摂動である $\delta_0 = 10^{-4}$ の場合では、 u_n が周期状態を示す $0.8 \leq d \lesssim 0.89$ においても、 $0.8 \leq d \lesssim 0.82$ と $d \approx 0.84$, $0.855 \lesssim d \lesssim 0.89$ の領域で $\lambda_u > 0$ を示し、 u_n の挙動と PS-リアプノフ指数が対応しない。

一方、Fig. 7 は、Izhikevich ニューロンモデルを $\Delta t = 10^{-5}$ のオイラー法を用いて差分化した場合の u_n ((a))、

Fig. 4 (a) Bifurcation diagram as a function of parameter d in case fixing parameter $c = -55$ in Fig. 3, (b) Dependence of λ_i on parameter d , (c) Dependence of λ_1 on parameter d in case of Eq.(10), (d) Dependence of λ_i on parameter d in case $S_i = E$ ($a = 0.02, b = 0.2, c = -55, I = 10$)

および $\delta_0 = 10^{-4}$ の設定で PS-リアプノフ指数 λ_u ((b)) を評価した結果である。 $\Delta t = 10^{-5}$ の精度では $sd(u_n) \approx 2 \times 10^{-6}$ の誤差が軌道に含まれるが、これは、 $\delta_0 = 10^{-4}$ よりも十分小さいため、 λ_u への u_n の誤差の影響は少ない。そのため、 u_n が周期状態を示す $0.8 \leq d \lesssim 0.894$ において $\lambda_u \lesssim 0$ 、 u_n が非周期状態を示す $0.894 \lesssim d \lesssim 0.945$ において $\lambda_u > 0$ となり、 u_n の挙動と PS-リアプノフ指数が正しく対応することとなる。

以上の結果から、オイラー法と PS-リアプノフ指数を

Fig. 5 Dependence of standard deviation of u_n ($sd(u_n)$) on $1/\Delta t$ ($a=0.02, b=0.2, c=-55, I=10$)

Fig. 6 Dependence of bifurcation diagram ((a)) and PS-Lyapunov exponent λ_u with $\delta_0 = 10^{-4}$ ((b)) on parameter d by Euler method ($\Delta t = 10^{-3}$) ($a=0.02, b=0.2, c=-55, I=10$)

組み合わせた手法によって、状態跳躍をもった Izhikevich ニューロンモデルのカオス判定が可能であることが確認された。

4. おわりに

本論文では、まずリセット動作により状態跳躍が生じる Izhikevich ニューロンモデルに対して、後退差分法とニュートン法による厳密な軌道計算に基づく跳躍行列を考慮に入れたリアプノフ指数によってカオス評価を行った。つぎに、オイラー法に基づく軌道計算により、ポアンカレ断面上での PS-リアプノフ指数を求めた。その結果、オイラー法での計算誤差をあらかじめ計測し、それよりも大きな初期摂動を用いて PS-リアプノフ指数を求めることで、前述の評価法と同様に状態跳躍をもったシステムでもカオスの判定が行えることが明らかとなった。

最後に両手法の比較を行うと、前者は跳躍行列の導出が必要となるが、後者においては、跳躍効果は摂動を与えたポアンカレ写像の時間発展に含まれるため、その導

Fig. 7 Dependence of bifurcation diagram ((a)) and PS-Lyapunov exponent λ_u with $\delta_0 = 10^{-4}$ ((b)) on parameter d by Euler method ($\Delta t = 10^{-5}$) ($a=0.02, b=0.2, c=-55, I=10$)

出は必要ない。しかし、PS-リアプノフ指数に軌道の誤差の考慮が必要な初期摂動 δ_0 を含むため、カオス判定においてはその調整が必要となる。

今後の取り組みとしては、前述の二つの手法の計算量や評価時間の定量的評価が挙げられる。さらに、ニューラルネットワークレベルでの PS-リアプノフ指数の適用、および状態跳躍を含んだニューラルシステムにおけるカオス応答現象について検討する予定である。また、ここでの検討結果をニューラルシステムに限らず、状態跳躍を含む一般のリセットシステムの評価にも適用していきたい。

謝 辞

本研究は JSPS 科研費 若手研究 (B) (15K21471) の助成を受けた。

参 考 文 献

- [1] M. I. Rabinovich, P. Varona, A. I. Selverston and H. D. I. Abarbanel: Dynamical principles in neuroscience; *Reviews of Modern Physics*, Vol. 78, No. 4, pp. 1213–1265 (2006)
- [2] A. L. Hodgkin and A. F. Huxley: A quantitative description of membrane current and application to conduction and excitation in nerve; *Journal of Physiology*, Vol. 117, No. 4, pp.500–544 (1952)
- [3] K. Aihara and H. Suzuki: Theory of hybrid dynamical systems and its applications to biological and medical systems; *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engi-*

- neering Sciences, Vol. 368, No. 1930, pp.4893–4914 (2010)
- [4] E. M. Izhikevich: Simple model of spiking neurons; *IEEE Transactions on Neural Networks*, Vol. 14, No. 6, pp. 1569–1572 (2003)
- [5] E. M. Izhikevich: Which model to use for cortical spiking neurons?; *IEEE Transactions on Neural Networks*, Vol. 15, No. 5, pp. 1063–1070 (2004)
- [6] V. S. Anishchenko, A. B. Neiman and M. A. Safanova: Stochastic resonance in chaotic systems; *Journal of Statistical Physics*, Vol. 70, No. 1–2, pp. 183–196 (1993)
- [7] H. Nishimura, N. Katada and K. Aihara: Coherent response in a chaotic neural network; *Neural Processing Letters*, Vol. 12, No. 1, pp. 49–58 (2000)
- [8] N. Schweighofer, K. Doya, H. Fukai, J. V. Chiron, T. Furukawa and M. Kawato: Chaos may enhance information transmission in the inferior olive; *Proceedings of the National Academy of Sciences*, Vol. 101, No. 13, pp. 4655–4660 (2004)
- [9] 信川, 西村: 下オリーブニューロンの Velarde-Llinás モデルにおける信号応答性能; 電子情報通信学会論文誌 A, 96 巻, 1 号 pp. 1–11 (2013)
- [10] Y. Kim: Identification of dynamical states in stimulated izhikevich neuron models by using a 0-1 test; *Journal of the Korean Physical Society*, Vol. 57, No. 6, pp. 1363–1368 (2010)
- [11] F. Bizzarri, A. Brambilla and G.S. Gajani: Lyapunov exponents computation for hybrid neurons; *J. Comput. Neurosci.*, Vol. 35, No. 2, pp. 201–212 (2013)
- [12] A. Tamura, T. Ueta and S. Tsuji: Bifurcation analysis of Izhikevich neuron model; *Dynamics of Continuous, Discrete and Impulsive Systems, Series A: mathematical analysis*, Vol. 16, No. 6, pp. 849–862 (2009)
- [13] 伊藤, 上田, 合原: 断続自律系方程式における分岐のしきい値解析; 電子情報通信学会論文誌 A, 基礎・境界, 94 巻, 8 号, pp.596–603 (2011)
- [14] 信川, 西村, 山西, 劉: Izhikevich ニューロンモデルのカオスルートと信号応答性の評価; 電子情報通信学会, 信学技法, NLP2014-156, pp.73–78 (2015)
- [15] G. A. Gottwald and I. Melbourne: A new test for chaos in deterministic systems; *Proc. R. Soc. Ser. A*, Vol. 460, pp.603–611 (2004)
- [16] S. Nobukawa, H. Nishimura, T. Yamanishi and J.-Q. Liu: Chaotic states induced by resetting process in Izhikevich neuron model; *Journal of Artificial Intelligence and Soft Computing Research*, Vol. 5, No. 2, pp. 109–119 (2015)
- [17] A. C. Hindmarsh, P. N. Brown, K. E. Grant, S. L. Lee, R. Serban, D. E. Shumaker and C.S. Woodward: SUNDIALS: Suite of nonlinear and differential/algebraic equation solvers; *ACM Transactions on Mathematical Software*, Vol. 31, No. 3, pp. 363–

396 (2005)

- [18] H. Nagashima and Y. Baba: *Introduction to Chaos: Physics and Mathematics of Chaotic Phenomena*, CRC Press (1998)
- [19] T. S. Parker and L. Chua: *Practical Numerical Algorithms for Chaotic Systems*, Springer Science & Business Media (2012)

著者略歴

のぶ かわ
信 川

そう 創 (正会員)

2013 年兵庫県立大学大学院応用情報科学研究科博士後期課程修了。同年同大学院看護学研究科特任助教, 2014 年福井工業大学環境情報学部経営情報学科講師となり現在に至る。非線形ダイナミクスおよびニューラルシステムにおける揺らぎについての研究に従事。博士(応用情報科学)。IEICE, SICE, IPSJ などの各会員。

にし 西村

はる ひこ 治 彦 (正会員)

1985 年神戸大学大学院自然科学研究科博士課程修了。1989 年広島大学医学部助手, 1990 年兵庫教育大学助教授, 1999 年同教授。2004 年より兵庫県立大学大学院応用情報科学研究科教授。知能システム科学, 生体信号・ヘルスケア情報科学などの研究に従事。学術博士。2001 年システム制御情報学会論文賞, 2010 年日本感性工学会技術賞受賞。IEEE, IPSJ, SICE, JSKE などの各会員。

やま にし 山西

てる や 輝 也

1994 年神戸大学大学院自然科学研究科博士課程修了。現在, 福井工業大学環境情報学部経営情報学科教授。脳における数理情報科学と自律型ロボットの挙動最適化に関する研究に従事。博士(学術)。情報処理学会, 計測自動制御学会, 日本物理学会などの会員。

りゅう 劉

けん きん 健 勤

He received the Ph.D. degree in industrial automation (control science and engineering) from Central South University, Changsha, China, in 1997 and the Ph.D. degree in informatics from Kyoto University, Kyoto, Japan, in 2006. He is currently a Researcher at Graduate School of Applied Informatics, University of Hyogo. His research interests include system of systems and machine learning. He is a member of the Editorial Board of Nano Communication Networks Journal and a member of the Institute of Electronics, Information and Communication Engineers.