非線形モデルに基づくロバストフィルタを用いた ジェットエンジンのヘルスマニタリング*

若林 優一[†]・垣内 大紀[‡]・木下 萌[‡]・中村 恵子[‡]・
木村 麻衣[‡]・佐藤 諒[†]・小野 雅裕[†]・足立 修一[†]

Health Monitoring for Jet Engines using Robust Filter based on Nonlinear Model*

Yuichi WAKABAYASHI[†], Daiki KAKIUCHI[‡], Moe KINOSHITA[‡], Keiko NAKAMURA[‡],
Mai KIMURA[‡], Ryo SATO[†], Masahiro ONO[†] and Shuichi ADACHI[†]

We develop a novel jet engine health monitoring method using a high-fidelity, physics-based simulation model. In jet engine health monitoring, fault detection with a state estimation is frequently carried out. However, a challenge for a filtering-based health monitoring method with a high-fidelity model is the difficulty to analytically obtain the Jacobians, which is required for the extended Kalman filter. Our approach is to derive a linearized model a priori at a fixed operation point, and use a robust filter method to guarantee a reliable health monitoring over a wide range of operation points despite the linearization errors. We validate the proposed method by extensive simulations.

1. はじめに

航空機のジェットエンジンには飛行中の突発的な故障や、長期の使用による経年劣化といったリスクが存在する。故障や劣化はエンジンの性能を低下させるため、燃費を悪化させ、効率的で安全なエンジンの運用を妨げる。そのため、エンジン部品の定期点検を行い、故障や劣化が生じた部品の交換を行う必要があるが、近年点検コストの低減や飛行中での故障検出を目的としたヘルスマニタリングの研究が行われている [1,2]。

文献 [3] や [4] では、ニューラルネットワークを用いて故障や劣化に関連した物理量を出力する非線形モデルを作成し、ヘルスマニタリングを行う方法を提案している。しかし、そのためにはエンジンが故障した際のデータが必要となるため、正確な故障検出を実現できるモデルの作成は難しい。

一方、カルマンフィルタなどによる状態推定を用いたヘルスマニタリングの研究が多くなされている。状態推定ではエンジンのモデルが必要となるが、ジェットエン

ジンのモデルを作成する際には、要素間容積法 [12] などに基づく物理モデリングを用いる。要素間容積法では、Fig. 1 のようにエンジンを燃焼器や HPC などの有限個の要素に分割してモデリングするが、エンジンモデルは複雑であり、閉形式で記述できない非線形関数を含んでいる。そのため、典型的な非線形フィルタである Extended Kalman Filter (EKF) のように、非線形関数のヤコビアン解析的な計算を必要とするフィルタを使用できない。EKF の場合、毎ステップ数値的にヤコビアンを求めることでこの問題点を解決することは可能であるが、現実的には複雑なジェットエンジンモデルにおいて、これを行うことは演算時間の制約から困難である。

これに対して、文献 [5] や [6] では Constant Gain Extended Kalman Filter (CGEKF) を用いた方法を提案している。CGEKF では EKF と同様に時間更新において非線形モデルを用いるが、観測更新ではオフラインで数値的に、ある動作点周りで計算したヤコビアンを用いる。そのため、CGEKF は解析的にヤコビアンを計算できない関数をもつモデルにも適用できる。しかし、実機（あるいは、実機に相当する非線形モデル）の動作点が線形化点からずれる場合、推定精度が低下するという問題がある。

また、文献 [7] や過去のわれわれの研究 [8] では、非線形フィルタの一種である Unscented Kalman Filter (UKF) や Particle Filter (PF) を利用した方法を提案している。UKF や PF では非線形関数のヤコビアンを

* 原稿受付 2015 年 5 月 11 日

[†] 慶應義塾大学 理工学部 Faculty of Science and Technology, Keio University; 3-14-1 Hiyoshi, Kohoku-ku, Yokohama, Kanagawa 223-8521, JAPAN

[‡] 株式会社 IHI 航空事業本部 Aero-Engine and Space Operations, IHI Corporation; 229 Tonogaya, Mizuhomachi, Nishitama-gun, Tokyo, JAPAN

Key Words: jet engine, health monitoring, robust filter, Kalman filter.

Fig. 1 ジェットエンジンの概略図 (LPC : Low Pressure Compressor, HPC : High Pressure Compressor, HPT : High Pressure Turbine, LPT : Low Pressure Turbine)

Fig. 2 CGEKF とロバストフィルタを用いて実用的な推定精度が得られる動作範囲

必要としないため、ジェットエンジンモデルにも適用できる。しかし、これらの方法ではサンプリングを行うため、計算に長時間を要する。

そこで、本論文では非線形モデルに基づくロバストフィルタを用いたヘルスマモニタリング法を提案する。ロバストフィルタは、モデル化誤差や観測雑音などが最悪となる場合でも推定を保証するフィルタである [10,11]。CGEKF で推定精度が悪化するのとは、Fig. 2 で示すように、実線の枠で表した CGEKF によって実用的な推定精度が得られる範囲を、実機の動作点が逸脱するためである。そこで、 H_∞ フィルタを用いることで、CGEKF では収束を保証できないほど大きなモデル化誤差であっても、保証できる。本問題では動作点とフィルタ設計点のずれをモデル化誤差の一種と考えることで、より広い動作範囲まで推定を保証できる。さらに、UKF などのようにサンプリングを行わないため、CGEKF と同程度の短時間で推定が可能である。

本論文の構成は以下のとおりである。2 章で、既存法である CGEKF を用いたヘルスマモニタリング法とその問題点について述べる。3 章で、提案法で用いる H_∞ フィルタについて述べる。4 章で、非線形モデルに基づく H_∞ フィルタを用いたヘルスマモニタリング法を提案する。5 章で、各推定法の性能の比較をするための方法について述べる。最後に、6 章で状態推定のシミュレーションによって提案法の有効性を検証する。

2. Constant Gain Extended Kalman Filter を用いたヘルスマモニタリング法とその問題点

本章では、既存研究で用いられている CGEKF によるヘルスマモニタリング法とその問題点について述べる。

2.1 ジェットエンジンモデル

本研究では、要素間容積法に基づく物理モデリングによって作られた、ジェットエンジンの非線形離散時間モデルを用いる。そのモデルは、一般的に状態空間形式

$$\mathbf{x}_e(k+1) = \mathbf{f}(\mathbf{x}_e(k), \mathbf{q}(k), \mathbf{u}(k)) \quad (1)$$

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{h}(\mathbf{x}_e(k)) \quad (2)$$

で表される。ただし、 $\mathbf{x}_e \in \mathbb{R}^{n_e}$ は空気流量や回転数などのエンジンの状態、 $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^2$ は燃料流量と抽気バルブ開度で制御入力、 $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^r$ は出力、 $\mathbf{q} \in \mathbb{R}^p$ は性能パラメータ (health parameter) とする。また、 $\mathbf{f}$ と $\mathbf{h}$ は閉形式で記述できない、既知の非線形関数である。ここで、性能パラメータとはジェットエンジンを構成する各要素に固有のパラメータであり、通常一定値として 1 をとるが、故障や劣化により値が変化する [13]。そこで、

$$\mathbf{q}(k+1) = \mathbf{q}(k) + \mathbf{v}_q(k) \quad (3)$$

のように $\mathbf{q}$ に微小な摂動 $\mathbf{v}_q$ が加わるとして変化を表現し、推定することでエンジンの故障や劣化を検出できる。

2.2 Constant Gain Extended Kalman Filter を用いたヘルスマモニタリング法

ジェットエンジンのヘルスマモニタリングでは、 $\mathbf{q}$ を推定することが重要な点の一つなので、 $\mathbf{q}$ を状態に加えた拡大系を作成すると、

$$\mathbf{x}(k+1) = \bar{\mathbf{f}}(\mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k)) + \mathbf{v}(k) \quad (4)$$

$$\mathbf{y}(k) = \bar{\mathbf{h}}(\mathbf{x}(k)) + \mathbf{w}(k) \quad (5)$$

となる。ただし、 $\mathbf{v}$ と $\mathbf{w}$ はそれぞれシステム雑音と観測雑音であり、また $\mathbf{v}_{x_e}$ をエンジンの状態 $\mathbf{x}_e$ に対するシステム雑音として、

$$\mathbf{x} = [\mathbf{x}_e^\top \mathbf{q}^\top]^\top \in \mathbb{R}^{n_e+p}, \quad \bar{\mathbf{f}}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = \begin{bmatrix} \mathbf{f}(\mathbf{x}_e, \mathbf{q}, \mathbf{u}) \\ \mathbf{q} \end{bmatrix}$$

$$\bar{\mathbf{h}}(\mathbf{x}) = \mathbf{h}(\mathbf{x}_e), \quad \mathbf{v} = [\mathbf{v}_{x_e}^\top \mathbf{v}_q^\top]^\top$$

とおいた。(4)、(5) 式に対して、CGEKF を適用する。

CGEKF と EKF との大きな違いは、EKF では毎時刻、予測ステップにおいて非線形関数 $\mathbf{f}, \mathbf{h}$ の推定値周りのヤコビアン

$$\frac{\partial \bar{\mathbf{f}}}{\partial \mathbf{x}}(\hat{\mathbf{x}}(k), \mathbf{u}(k)), \quad \frac{\partial \bar{\mathbf{h}}}{\partial \mathbf{x}}(\hat{\mathbf{x}}^-(k))$$

を計算する必要があるのに対し、CGEKF ではオフラインにおいて、固定したある動作点 $(\mathbf{x}^0, \mathbf{u}^0)$ 周りでヤコビ

アン

$$\frac{\partial \bar{f}}{\partial \mathbf{x}}(\mathbf{x}^0, \mathbf{u}^0), \frac{\partial \bar{h}}{\partial \mathbf{x}}(\mathbf{x}^0)$$

を計算し、フィルタの設計を行う点である。ただし、 $\hat{\mathbf{x}}$ と $\hat{\mathbf{x}}^-$ はそれぞれ $\mathbf{x}$ の事後推定値と事前推定値である。このヤコビアンを計算することで得られる、非線形モデルを線形化したモデル（以後、これを線形化モデルとよぶ）を用いて代数 Riccati 方程式を解く。そして、観測値を反映させる際に用いるフィルタゲインを事前に計算し、そのゲインを毎時刻利用する。しかし、実機の動作点が動き、CGEKF の設計の際に前提とした動作点からの逸脱が大きくなると推定精度が悪化する可能性が高いという問題がある。

そこで、本論文ではロバストフィルタの一種である H_∞ フィルタを用いることで、より広い動作範囲における推定を保証したヘルスマニタリング法を提案する。

3. H_∞ フィルタ

離散時間線形システム

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k) + \mathbf{v}(k) \quad (6)$$

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{C}\mathbf{x}(k) + \mathbf{w}(k) \quad (7)$$

に対して、 H_∞ フィルタを適用する場合を考える。ただし、 $\mathbf{v}$ はシステム雑音、 $\mathbf{w}$ は観測雑音であり、エネルギーが有界で確定的な雑音、つまり時刻 $N > 0$ に対して

$$\sum_{k=0}^N \|\mathbf{v}(k)\|_2^2 < \infty, \quad \sum_{k=0}^N \|\mathbf{w}(k)\|_2^2 < \infty$$

が成立するような雑音とする。このとき、 H_∞ フィルタリング問題は与えられた $\gamma > 0$ に対し、

$$\min_{\hat{\mathbf{x}}} \sup_{\mathbf{x}(0), \mathbf{v}, \mathbf{w}} \frac{\sum_{k=0}^N \|\mathbf{x}(k) - \hat{\mathbf{x}}(k)\|^2}{\|\mathbf{x}(0) - \bar{\mathbf{x}}_0\|_{\Sigma_0}^2 + \sum_{k=0}^N (\|\mathbf{v}(k)\|_Q^2 + \|\mathbf{w}(k)\|_R^2)} < \gamma^2 \quad (8)$$

を満たす推定値 $\hat{\mathbf{x}}(k)$, ($k=0, \dots, N$) を求める問題である。ただし、 $\bar{\mathbf{x}}_0$ は $\mathbf{x}$ の初期分布の平均値、 $\Sigma_0, \mathbf{Q}, \mathbf{R}$ はそれぞれ $\mathbf{x}(0) - \bar{\mathbf{x}}_0, \mathbf{v}, \mathbf{w}$ に対する重み行列であり、

$$\|\mathbf{v}\|_Q^2 = \mathbf{v}^\top \mathbf{Q} \mathbf{v}$$

を意味する。

(8) 式のミニマックス問題は、

$$\text{rank} \mathbf{A} = n \quad (9)$$

という式を仮定すると、

$$\mathbf{P}^{-1}(k) + \mathbf{C}^\top \mathbf{R}^{-1} \mathbf{C} - \gamma^{-2} \mathbf{I} > 0 \quad (k=0, \dots, N) \quad (10)$$

と、 H_∞ 型代数 Riccati 方程式

$$-\mathbf{P}^* + \mathbf{A}\mathbf{P}^* [\mathbf{I} + (\mathbf{C}^\top \mathbf{R}^{-1} \mathbf{C} - \gamma^{-2} \mathbf{I}) \mathbf{P}^*]^{-1} \mathbf{A}^\top + \mathbf{Q} = \mathbf{O} \quad (11)$$

が正定値解 $\mathbf{P}^* (> 0)$ をもつ」という二つの必要十分条件が満たされるとき、解くことができる [10]。ただし、 $\mathbf{P}^*$ は $\mathbf{P}(k)$ の定常値に対応する。そして、 H_∞ 型 Riccati 方程式

$$\begin{aligned} \mathbf{P}(k+1) &= \mathbf{A}\mathbf{P}(k) \\ &\times [\mathbf{I} + (\mathbf{C}^\top \mathbf{R}^{-1} \mathbf{C} - \gamma^{-2} \mathbf{I}) \mathbf{P}(k)]^{-1} \mathbf{A}^\top + \mathbf{Q} \end{aligned}$$

を用いて推定値 $\hat{\mathbf{x}}(k)$ を更新できる。ただし、 $\mathbf{P}$ は推定値 $\hat{\mathbf{x}}$ の誤差共分散行列を表す。

4. 非線形モデルに基づく H_∞ フィルタを用いたヘルスマニタリング法

前章における、逐次的に計算した $\mathbf{P}(k)$ を用いたフィルタゲインにより推定値を得る方法では、(10) 式の条件が $N+1$ ステップ間で 1 度でも満たされない場合、推定値が得られなくなる。そこで、本論文では $\mathbf{P}$ を定常値とし、(9) 式と

$$\mathbf{P}^{-1} + \mathbf{C}^\top \mathbf{R}^{-1} \mathbf{C} - \gamma^{-2} \mathbf{I} > 0 \quad (12)$$

を満たすような H_∞ 型代数 Riccati 方程式の解 $\mathbf{P} (> 0)$ を用いて、フィルタゲインを計算する。これにより、 $N+1$ ステップ間のすべてにおいて推定値を得ることができる。

本章ではまず、 $\mathbf{P}$ を定常値とした H_∞ 型代数 Riccati 方程式の解法について述べる。つぎに、得られた解によって設計されるフィルタゲインを利用した、非線形モデルに基づく H_∞ フィルタを用いたヘルスマニタリング法を定式化する。

4.1 H_∞ 型代数 Riccati 方程式の解法

通常の代数 Riccati 方程式

$$\mathbf{A}\mathbf{P}\mathbf{A}^\top - \mathbf{P} - \mathbf{A}\mathbf{P}\mathbf{C}^\top (\mathbf{C}\mathbf{P}\mathbf{C}^\top + \mathbf{R})^{-1} \mathbf{C}\mathbf{P}\mathbf{A}^\top + \mathbf{Q} = \mathbf{O} \quad (13)$$

には多くの解法が存在するが [14, 15]、(11) 式は設定パラメータ γ を含んでおり、そのような解法をそのまま適用できない。そこで、(11) 式を (13) 式と同じ形式に変形する。(11) 式は

$$\begin{aligned} \mathbf{A}\mathbf{P}\mathbf{A}^\top - \mathbf{P} - \mathbf{A}\mathbf{P}\mathbf{C}'^\top \\ \times (\mathbf{C}'\mathbf{P}\mathbf{C}'^\top + \mathbf{R}')^{-1} \mathbf{C}'\mathbf{P}\mathbf{A}^\top + \mathbf{Q} = \mathbf{O} \end{aligned} \quad (14)$$

のように変形できる。ただし、

$$\begin{aligned} \mathbf{C}' &= \mathbf{I} \\ \mathbf{R}' &= (\mathbf{C}^\top \mathbf{R}^{-1} \mathbf{C} - \gamma^{-2} \mathbf{I})^{-1} \end{aligned}$$

とした。ここで、(13) 式と (14) 式は同じ形式となっているから、(14) 式を通常の代数 Riccati 方程式と同様に解くことができる。

4.2 非線形モデルに基づく H_∞ フィルタを用いたヘルスモニタリング法の定式化

非線形モデルに基づく H_∞ フィルタを用いたヘルスモニタリング法の定式化を行う。提案法は、大きく H_∞ 型代数 Riccati 方程式を用いたフィルタゲインを作成するフェーズと、フィルタを設計するフェーズに分かれる。

4.2.1 PHASE 1 H_∞ 型代数 Riccati 方程式を用いたフィルタゲインの作成

H_∞ 型代数 Riccati 方程式を用いたフィルタゲイン K を設計する。

STEP 1 ジェットエンジンモデルの線形化

ゲイン K を設計するために、(1)~(3) 式のジェットエンジンモデルを線形化する。まず、線形化を行う動作点（線形化点） $(x_e, q, u) = (x_e^0, q^0, u^0)$ を決める。 q の各成分はノミナル値として 1 をとるため、 $q^0 = [1 \cdots 1]^T \in \mathbb{R}^p$ とする。また、動作点は機体の高度と速度で決まるので、ジェットエンジン（のモデル）に一定値入力 $u = u^0$ を印加し、システムが定常となったときの x_e を x_e^0 とした。(1)~(3) 式を線形化すると、

$$\Delta x_e(k+1) = A \Delta x_e(k) + B_q \Delta q(k) + B \Delta u(k) \quad (15)$$

$$\Delta y(k) = C \Delta x_e(k) \quad (16)$$

$$\Delta q(k+1) = \Delta q(k) \quad (17)$$

が得られる。ただし、

$$\Delta x_e = x_e - x_e^0, \quad \Delta q = q - q^0$$

$$\Delta y = y - y^0, \quad \Delta u = u - u^0$$

$$y^0 = f(x_e^0)$$

$$A = \frac{\partial f}{\partial x_e}(x_e^0, q^0, u^0), \quad B_q = \frac{\partial f}{\partial q}(x_e^0, q^0, u^0)$$

$$B = \frac{\partial f}{\partial u}(x_e^0, q^0, u^0), \quad C = \frac{\partial h}{\partial y}(x_e^0)$$

とする。

STEP 2 拡大系の作成

パラメータ q を推定するために、(15)~(17) 式で Δq を状態に加えた拡大系を作成し、システム雑音 v と観測雑音 w を付加すると、

$$\Delta x(k+1) = \bar{A} \Delta x(k) + \bar{B} \Delta u(k) + v(k) \quad (18)$$

$$\Delta y(k) = \bar{C} \Delta x(k) + w(k) \quad (19)$$

となる。ただし、

$$\Delta x = [\Delta x_e^T \Delta q^T]^T \in \mathbb{R}^{n \times n}$$

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} A & B_q \\ O & I \end{bmatrix}, \quad \bar{B} = \begin{bmatrix} B \\ O \end{bmatrix}, \quad \bar{C} = [C \ O]$$

とし、 $n = n_e + p$ は拡大系の状態の次元とした。また、 Δx_e に加わる雑音を $v_1 \in \mathbb{R}^{n_e}$ 、 Δq に加わる雑音を $v_2 \in \mathbb{R}^p$ として、 $v = [v_1^T \ v_2^T]^T$ とした。

STEP 3 スケーリング

各変数のスケーリングを行う。これは、各行列の各成分間においてオーダが大きく異なっている成分があり、このままでは (H_∞ 型) 代数 Riccati 方程式を解く際に、数値的に精度が悪化するためである。スケーリングは

$$\Delta x = X \Delta x_s, \quad \Delta u = U \Delta u_s$$

$$\Delta y = Y \Delta y_s$$

のように行った。ただし、 X, U, Y は

$$X = \text{diag}(x_e^0, q^0), \quad U = \text{diag}(u^0)$$

$$Y = \text{diag}(y^0)$$

のように、対角成分に各変数の定常値をもつ対角行列であり、 $\Delta x_s, \Delta u_s, \Delta y_s$ は $\Delta x, \Delta u, \Delta y$ をそれぞれスケーリングした値である。これらを (18), (19) 式に代入すると、

$$\Delta x_s(k+1) = A_s \Delta x_s(k) + B_s \Delta u_s(k) + v_s(k) \quad (20)$$

$$\Delta y_s(k) = C_s \Delta x_s(k) + w_s(k) \quad (21)$$

のようになる。ただし、

$$A_s = X^{-1} \bar{A} X, \quad B_s = X^{-1} \bar{B} U$$

$$C_s = Y^{-1} \bar{C} X$$

$$v_s = X^{-1} v, \quad w_s = Y^{-1} w$$

とした。

STEP 4 H_∞ 型代数 Riccati 方程式の求解

まず、(9) 式の条件が満足されていることを確認する。つぎに、設定パラメータとして γ 、スケーリングされたシステム雑音 v_s の重み行列 $Q = \text{diag}(Q_1, Q_2) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 、スケーリングされた観測雑音 w_s の重み行列 $R \in \mathbb{R}^{r \times r}$ を設定する。 γ は (14) 式の解が存在する γ の中で最小のものを選択する。また、 $Q_1 \in \mathbb{R}^{n_e \times n_e}$ 、 $Q_2 \in \mathbb{R}^{p \times p}$ はそれぞれスケーリングされた v_1 と v_2 に対する重み行列であり、ここでは対角行列とする。観測雑音 w は、第 i 成分の分散を σ_i^2 として、

$$R = Y^{-1} \text{diag}(\sigma_1^2, \dots, \sigma_r^2)$$

とした。

そして、(14) 式の解 $P > 0$ の中で、(10) 式を満たす

解を求める．

STEP 5 フィルタゲインの計算

STEP 4 で求めた解 $\mathbf{P}$ を用いて，フィルタゲイン

$$\mathbf{K}_s = \mathbf{P}\mathbf{C}_s^\top (\mathbf{C}_s\mathbf{P}\mathbf{C}_s^\top + \mathbf{R})^{-1}$$

を求める．さらに， $\mathbf{K}_s$ の非スケーリングを行うと，

$$\mathbf{K} = \mathbf{X}\mathbf{K}_s\mathbf{Y}^{-1} \quad (22)$$

が得られる．

4.2.2 PHASE 2 フィルタ設計

PHASE 1 で求めたフィルタゲイン $\mathbf{K}$ を用いて，フィルタを設計する．まず，(4)，(5) 式のパラメータ $\mathbf{q}$ を状態に含んだ拡大系を作成する．これらを用いて，つぎの二つのステップを繰り返すことで，推定値を得る．

STEP 1 時間更新

$$\hat{\mathbf{x}}^-(k) = \bar{\mathbf{f}}(\hat{\mathbf{x}}(k-1), \mathbf{u}(k-1)) \quad (23)$$

STEP 2 観測更新

$$\hat{\mathbf{x}}(k) = \hat{\mathbf{x}}^-(k) + \mathbf{K}(\mathbf{y}(k) - \bar{\mathbf{h}}(\hat{\mathbf{x}}^-(k))) \quad (24)$$

5. 各推定法の性能の比較方法

本章では，まず雑音ベクトル $\boldsymbol{\xi}$ から推定誤差 $\mathbf{e}$ までの伝達関数を導出する．そして，その伝達関数の H_∞ ノルムを，CGEKF と前章で提案した非線形モデルに基づく H_∞ フィルタを用いたときの多数の動作点で計算し，フィルタの性能を比較する方法について述べる．

5.1 雑音ベクトルから推定誤差までの伝達関数

雑音ベクトルを $\boldsymbol{\xi} = [\mathbf{v}^\top \mathbf{w}^\top]^\top \in \mathbb{R}^{n+r}$ とすると，(6)，(7) 式は

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k) + \mathbf{E}\boldsymbol{\xi}(k) \quad (25)$$

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{C}\mathbf{x}(k) + \mathbf{F}\boldsymbol{\xi}(k) \quad (26)$$

$$\mathbf{E} = [\mathbf{I}_{n \times n} \quad \mathbf{O}_{n \times r}]$$

$$\mathbf{F} = [\mathbf{O}_{r \times n} \quad \mathbf{I}_{r \times r}]$$

となる．ここで，状態の推定値 $\hat{\mathbf{x}}$ を得るために，定常カルマンフィルタを用いる場合を考える．

状態の推定誤差 $\mathbf{e} = \hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x}$ を計算する．定常カルマンフィルタの観測更新における式

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}(k) &= \hat{\mathbf{x}}^-(k) + \mathbf{K}(\mathbf{y}(k) - \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}^-(k)) \\ &= (\mathbf{I} - \mathbf{K}\mathbf{C})\hat{\mathbf{x}}^-(k) + \mathbf{K}\mathbf{y}(k) \end{aligned} \quad (27)$$

に，時間更新における式

$$\hat{\mathbf{x}}^-(k) = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}(k-1) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k-1) \quad (28)$$

を代入すると，

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}(k) &= \mathbf{z}^{-1}(\mathbf{I} - \mathbf{K}\mathbf{C})\mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}(k) \\ &\quad + \mathbf{z}^{-1}(\mathbf{I} - \mathbf{K}\mathbf{C})\mathbf{B}\mathbf{u}(k) + \mathbf{K}\mathbf{y}(k) \end{aligned}$$

となり，さらに

$$\begin{aligned} &[\mathbf{I} + \mathbf{z}^{-1}(\mathbf{K}\mathbf{C} - \mathbf{I})\mathbf{A}]\hat{\mathbf{x}}(k) \\ &= \mathbf{z}^{-1}(\mathbf{I} - \mathbf{K}\mathbf{C})\mathbf{B}\mathbf{u}(k) + \mathbf{K}\mathbf{y}(k) \end{aligned} \quad (29)$$

となる．ここで，(25) 式は，

$$\mathbf{B}\mathbf{u}(k) = (\mathbf{z}\mathbf{I} - \mathbf{A})\mathbf{x}(k) - \mathbf{E}\boldsymbol{\xi}(k)$$

と変形できるので，これと (26) 式を (29) 式に代入すると，

$$\begin{aligned} \mathbf{e}(k) &= [\mathbf{I} + \mathbf{z}^{-1}(\mathbf{K}\mathbf{C} - \mathbf{I})\mathbf{A}]^{-1} \\ &\quad \times [\mathbf{z}^{-1}(\mathbf{I} - \mathbf{K}\mathbf{C})\mathbf{E} - \mathbf{K}\mathbf{F}]\boldsymbol{\xi}(k) \end{aligned} \quad (30)$$

となる．以上より，雑音ベクトル $\boldsymbol{\xi}$ から推定誤差 $\mathbf{e}$ までの伝達関数行列 $\mathbf{G}_{e\xi}(z) \in \mathbb{R}^{n \times (n+r)}$ は

$$\begin{aligned} \mathbf{G}_{e\xi}(z) &= [\mathbf{I} + \mathbf{z}^{-1}(\mathbf{K}\mathbf{C} - \mathbf{I})\mathbf{A}]^{-1} \\ &\quad \times [\mathbf{z}^{-1}(\mathbf{I} - \mathbf{K}\mathbf{C})\mathbf{E} - \mathbf{K}\mathbf{F}] \end{aligned} \quad (31)$$

となる．(31) 式は， H_∞ 型代数 Riccati 方程式を解いて得られるフィルタゲインを用いた場合でも同じになる．

5.2 雑音ベクトルから推定誤差までの伝達関数の H_∞ ノルムの計算

雑音ベクトルから推定誤差までの伝達関数の H_∞ ノルム $\|\mathbf{G}_{e\xi}(z)\|_\infty$ を計算する．これを CGEKF と提案法それぞれで計算することで，どちらの方法の方が動作点のずれや雑音に対してよりロバストに推定可能かを比較できる． $\|\mathbf{G}_{e\xi}(z)\|_\infty$ は

$$\|\mathbf{G}_{e\xi}(z)\|_\infty = \max_{\omega \in [0, \pi/T]} \sigma_{\max}(\mathbf{G}_{e\xi}(e^{j\omega T})) \quad (32)$$

のように計算できる [15]．ただし， T はサンプリング時間， $\sigma_{\max}(\mathbf{G}_{e\xi})$ は行列 $\mathbf{G}_{e\xi}$ の最大特異値を表す．しかし，エンジンモデルは次数が大きいため， $\mathbf{G}_{e\xi}(z)$ の行・列ベクトルの次数も大きく，解析的な記述が困難である．そのため， $\|\mathbf{G}_{e\xi}(z)\|_\infty$ の解析的な計算も困難なので，数値的に計算する．ここでは， ω の範囲を N 分割した

$$\omega = \left[0 \quad \frac{\pi}{NT} \quad \frac{2\pi}{NT} \quad \dots \quad \frac{(N-1)\pi}{NT} \quad \frac{\pi}{T} \right]$$

の各要素に対して $\sigma_{\max}(\mathbf{G}_{e\xi}(e^{j\omega}))$ の値を計算し，その最大値を $\|\mathbf{G}_{e\xi}(z)\|_\infty$ とする．

ここまで線形システムに対して線形フィルタを用いた場合の伝達関数行列 $\mathbf{G}_{e\xi}(z)$ とその H_∞ ノルムを計算したが，CGEKF と提案法では非線形システムを対象として，そのある動作点においてゲインを設計する．そこで，ある動作点で計算したゲインを用いて，非線形システムにおいて多数の動作点で線形化したシステムに対して $\mathbf{G}_{e\xi}(z)$ と $\|\mathbf{G}_{e\xi}(z)\|_\infty$ を計算する．これにより，フィルタ設計点を含めた多数の動作点における，各推定法の性能を比較する．

Table 1 性能パラメータ $\mathbf{q}$ の各成分

成分	性能パラメータの意味
1	ファン流量の特性変化係数
2	ファン効率の特性変化係数
3	LPC 流量の特性変化係数
4	LPC 効率の特性変化係数
5	HPC 流量の特性変化係数
6	HPC 効率の特性変化係数
7	HPT 効率の特性変化係数
8	HPT 流量の特性変化係数
9	LPT 効率の特性変化係数
10	LPT 流量の特性変化係数

Table 2 センサとして用いる物理量

センサ番号	物理量
1	ファン回転数
2	HPC 回転数
3	HPC 入口温度
4	HPC 出口圧力
5	HPC 出口温度
6	LPT 入口温度
7	LPT 動翼温度

6. シミュレーション結果

本章では、CGEKF と提案法を用いた際の H_∞ ノルムの比較と、ジェットエンジンの状態推定のシミュレーションにより、各推定法の性能の比較を行った。ここで、本研究で対象とするジェットエンジンについて説明する。われわれの研究では、エアバス A320 など用いられる V2500 エンジンに代表される高バイパス比ターボファンエンジンのモデルを用いる。このとき、要素間累積法を用いる際には Fig. 1 で示したように、エンジンを各要素に分割してモデリングした。また、エンジンの状態 $\mathbf{x}_e$ と性能パラメータ $\mathbf{q}$ の次元はそれぞれ $n_e = 50$, $p = 10$ である。 $\mathbf{q}$ と $\mathbf{y}$ の各成分の意味をそれぞれ Tables 1, 2 に示す。

6.1 各推定法を用いた際の H_∞ ノルムの比較

CGEKF と H_∞ フィルタの各ゲインを用いて $\|\mathbf{G}_{e\xi}(z)\|_\infty$ を計算し、各フィルタの性能を比較する。CGEKF と H_∞ フィルタを設計する動作点は、どちらも機体が巡航状態のときとした。ここで、(15)~(17) 式におけるパラメータがノミナル値をとるとき、つまり $\Delta\mathbf{q} = \mathbf{0}$ のときの線形モデルが可観測である場合、可観測性の条件

$$\text{性能パラメータ } \mathbf{q} \text{ の成分数 } p \leq \text{センサ数 } r \quad (33)$$

を満たすならば、(18), (19) 式の拡大系も可観測となることが知られている [5]。システムの状態を正しく推定

Table 3 CGEKF と H_∞ フィルタを用いた際の H_∞ ノルムの比較

動作点	地上付近	巡航	高空低速
CGEKF ($\times 10^2$)	3.48	4.54	15.74
提案法 ($\times 10^2$)	2.75	3.24	11.49

動作点	point A	point B	point C
CGEKF ($\times 10^2$)	1.33	1.15	3.26
提案法 ($\times 10^2$)	0.96	0.84	2.33

するには、そのシステムが可観測である必要がある。本モデルにおいてパラメータがノミナル値をとるときの (15)~(17) 式は可観測であるが、10 成分の全パラメータを推定しようとする、センサ数は 7 であるため、(33) 式の条件を満たさない。そのため、ここでは推定するパラメータ以外はノミナル値をとるとし、推定するパラメータは $q_3 \sim q_8$ の $\bar{p} = 6 \leq r$ 成分のみとした。スケールリングされたシステム雑音の重み行列は

$$\mathbf{Q} = \text{diag}(10^{-5} \mathbf{I}_{n_e \times n_e}, 10^{-6} \mathbf{I}_{\bar{p} \times \bar{p}})$$

とした。ここで、今回は経年劣化を想定しているため、 $\Delta\mathbf{q}$ は $\Delta\mathbf{x}_s$ に比べて変動の少ないものとした。それに伴い、 $\mathbf{Q}_2$ の各成分の値は、 $\mathbf{Q}_1$ の成分よりも小さくした。観測雑音 $\mathbf{w}$ の重み行列 $\mathbf{R}$ を計算する際に用いる分散 σ_i^2 は実機データをもとに計算した。また、設定パラメータ γ は二分探索法 [17] により、 γ の値を小さくしながら (14) 式の H_∞ 型代数 Riccati 方程式を求解していき、解が得られる中で最小の値を γ の設定値とした [18]。そして、このときの解を用いて、 H_∞ フィルタを設計した。

Table 3 に各フィルタを用いた際の、各動作点における $\|\mathbf{G}_{e\xi}(z)\|_\infty$ の計算結果を示す。ここでは、フィルタの設計点である巡航状態を含めた全 6 個の動作点それぞれにおいて、同一のゲインを用いた際の $\|\mathbf{G}_{e\xi}(z)\|_\infty$ を計算している。ただし、point A~C は巡航状態近傍の動作点であり、高空低速の動作点は巡航状態からとくにずれた動作点である。表より、設計点である巡航状態だけでなく、すべての動作点において H_∞ フィルタの方が $\|\mathbf{G}_{e\xi}(z)\|_\infty$ の値が小さい。したがって、実機（に相当する非線形モデル）の動作点がフィルタ設計点からずれた場合、CGEKF では推定精度が低下する可能性があるが、 H_∞ フィルタでは精度をある程度保って推定できる。また、動作点が高空低速の場合では両方のフィルタで $\|\mathbf{G}_{e\xi}(z)\|_\infty$ の値が特に大きい。これは、高空低速の動作点がフィルタ設計点である巡航状態から非常にずれており、 H_∞ フィルタを用いても、動作点のずれが推定精度に大きく影響するためであると考えられる。

Table 4 シミュレーション条件

サンプリング時間	0.0025 s
制御入力 $\mathbf{u}$	ステップ入力
非線形モデル（実機相当）の動作点	地上静止
フィルタ設計点	巡航状態
推定するパラメータ $\mathbf{q}$	$q_3 \sim q_8$ の 6 成分
故障を模擬するパラメータ	$q_3 \sim q_8$ の 6 成分
パラメータの値を変化させる時刻	170~200 s

Fig. 3 CGEKF とロバストフィルタを用いて実用的な推定精度が得られる動作範囲とシミュレーションによって検証を行う動作点の関係

6.2 状態推定シミュレーション

CGEKF と非線形モデルに基づく H_∞ フィルタを用いた状態推定のシミュレーション結果について述べる。シミュレーション条件を Table 4 に示す。ただし、推定値の初期値は真値と同じとし、観測雑音 $\mathbf{w}$ は実機データを基にした分散をもつ正規性白色雑音とした。また、各フィルタの設計を行った動作点、シミュレーションによる検証を行う実機に相当する非線形モデルの動作点、および各フィルタによって推定を保証できる動作範囲の関係を Fig. 3 に示す。

各フィルタを用いた際の性能パラメータ $\mathbf{q}$ の推定結果を Fig. 4 に、エンジン状態 $\mathbf{x}_e$ の推定結果を Fig. 5 に示す。ただし、Fig. 5 中の各変数の値はスケールされている。まず、Fig. 4 のパラメータの推定結果を見ると、 q_7 についてはどちらのフィルタでも精度良く推定できていることがわかる。一方、 q_3 と q_5 に関しては、提案法では真値の変化直後の収束は遅いものの、その後、真値を追従できている。これに対して、CGEKF では収束により多くの時間がかかっている。したがって、パラメータ q_3 と q_5 に対応する LPC と HPC では、CGEKF を用いると正確な故障、劣化の検出ができない可能性がある。また、Fig. 5 のエンジン状態の推定結果を見ると、 x_{e1} はどちらのフィルタでも精度良く推定できている。一方、 x_{e2} と x_{e3} に関しては、提案法では真値の変化直後の収束は遅いものの、その後、真値を追従できているのに対し、CGEKF では収束により多くの時間がかかっており、パラメータの推定結果と同様の傾向を示している。

Fig. 4 CGEKF と非線形モデルに基づく H_∞ フィルタによる性能パラメータ $\mathbf{q}$ の推定結果 Fig. 5 CGEKF と非線形モデルに基づく H_∞ フィルタによるエンジン状態 $\mathbf{x}_e$ の推定結果

H_∞ フィルタを用いた方が精度良く推定できるのは、動作点が地上静止の場合において、 H_∞ フィルタの方が $\|\mathbf{G}_{e\zeta}(z)\|_\infty$ の値が小さく、動作点のずれに対してロバストな推定ができるためである。一方、パラメータを変化させた 170~200 秒前後を見てみると、CGEKF の方がより速くパラメータの変化に追従している。CGEKF は $\mathbf{G}_{e\zeta}(z)$ の H_2 ノルム $\|\mathbf{G}_{e\zeta}(z)\|_2$ を最小化するフィルタである。 $\|\mathbf{G}_{e\zeta}(z)\|_2$ は推定値の誤差共分散行列と一致するので、パラメータの変化の直後では推定誤差を小さくしようとするため、推定値の変化が速い。しかし、パラメータの変化が大きく、CGEKF が許容できる不確定性の許容範囲を超えるため、CGEKF の推定値の収束は遅い。これに対して、 H_∞ フィルタでは真値の変化直後の収束は遅いものの真値に収束する。

また、800 s のシミュレーションにおいて、CGEKF と H_∞ フィルタによる推定に要する計算時間はともに 20 s であった。これは、シミュレーション時間に対して十分小さく、実用上も提案法の使用が有効であると考えられる。

以上より、提案法を用いることで、既存法よりも広い動作範囲に対してロバストな推定を実現できることが検証できた。

7. おわりに

本論文では、ジェットエンジンのヘルスマニタリング法として、非線形モデルに基づくロバストフィルタを用いた方法を提案した。これにより、既存法である CGEKF ではフィルタ設計点と実機に相当する非線形モデルの動作点が大きく異なる時推定誤差が残ったが、提案法を用いることで推定誤差を低減し、より精度の良い推定を実現できた。

今後の課題として、提案法を航空機のエンベロープ内の各動作点に対して適用し、一つのフィルタによってどの程度の動作範囲まで推定できるかを検証することが挙げられる。

参考文献

- [1] I. Y. Tumer and A. Bajwa: A survey of aircraft engine health monitoring systems; *Proceedings of the AIAA Joint Propulsion Conference* (1999)
- [2] A. H. Tsang: Condition-based maintenance: tools and decision making; *Journal of Quality in Maintenance Engineering*, Vol. 1, No. 3, pp. 3–17 (1995)
- [3] K. Mathioudakis and C. Romesis: Probabilistic neural networks for validation of on-board jet engine data; *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering 2004*, Vol. 218, No. 1, pp. 59–72 (2004)
- [4] T. Kobayashi and D. L. Simon: Hybrid neural-network genetic algorithm technique for aircraft engine performance diagnostics; *Journal of Propulsion and Power 2005*, Vol. 21, No. 4, pp. 751–758 (2005)
- [5] J. S. Litt: An optimal orthogonal decomposition method for Kalman filter-based turbofan engine thrust estimation; *ASME Turbo Expo*, Vol. 130, pp. 209–221 (2005)
- [6] T. Kobayashi, D. L. Simon and J. S. Litt: Application of a constant gain extended Kalman filter for in-flight estimation of aircraft engine performance parameters; *ASME Turbo Expo*, Vol. 1, pp. 617–628 (2005)
- [7] P. Dewallef and O. Leonard: On-line performance monitoring and engine diagnostic using robust Kalman filtering techniques; *ASME Turbo Expo 2003, collocated with the 2003 International Joint Power Generation Conference*, Vol. 1, pp. 395–403 (2003)
- [8] 若林, 小野, 足立, 垣内, 木下, 古川: パーティクルフィルタを用いたジェットエンジンのヘルスマニタリング; 計測自動制御学会 第 13 回制御部門大会 (2013)
- [9] S. Thrun, W. Burgard and D. Fox: *Probabilistic Robotics*, The MIT Press (2006)
- [10] 片山: 新版 応用カルマンフィルタ, 朝倉書店 (2000)
- [11] B. Hassibi, A. H. Sayed and T. Kailath: Linear estimation in Krein spaces - part ii: Applications; *Transactions on Automatic Control, IEEE*, Vol. 41, No. 1, pp. 34–49 (1996)
- [12] I. Demirdzic and M. Peric: Finite volume method for prediction of fluid flow in arbitrarily shaped domains with moving boundaries; *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 10, No. 7, pp. 771–790 (1990)
- [13] K. Mathioudakis, P. Kamboukos and A. Stamatis: Gas turbine component fault detection from a limited number of measurements; *Proceedings of the institution of Mechanical Engineers-Part A Journal of Power and Energy*, Vol. 218, No. 8, pp. 609–618 (2004)
- [14] 山田, 矢野, 毛利, 遠藤: 現代制御, 共立出版 (2010)
- [15] 浜田, 松本, 高橋: 現代制御理論入門, コロナ社 (1997)
- [16] J. F. Sellers and C. J. Daniele: *DYNGEN- a program for calculating steady-state and transient performance of turbojet and turbofan engines*, National Aeronautics and Space Administration (1975)
- [17] E. J. Hughes: Multi-objective binary search optimisation; *Proceedings of Second International Conference on Evolutionary Multi-Criterion Optimisation (EMO 2003)*, pp. 102–117 (2003)
- [18] P. Benner, R. Byers, V. Mehrmann and H. G. Xu: A robust numerical method for the γ -iteration in H_∞ control; *Linear Algebra and its Applications*, Vol. 425, pp. 548–570 (2007)

著者略歴

わかばやし ゆういち
若林 優一

2013 年慶應義塾大学理工学部物理情報工学科卒業, 2015 年同大学院理工学研究科基礎理工学専攻前期博士課程修了。現在, 三菱電機(株)に勤務。状態推定の研究に興味をもつ。

かきうち だいき
垣内 大紀

2001 年京都大学大学院情報学研究科システム科学修了。同年(株)IHI 入社, 航空宇宙事業本部技術開発センター制御技術部配属。航空エンジン制御システムの開発に従事。

きの した
木 下

2011 年上智大学大学院理工学研究科電気・電子工学領域修了。同年（株）IHI 入社。航空宇宙事業本部技術開発センター制御技術部配属。航空エンジン状態推定技術の研究開発に従事。

さ とう
佐 藤

2015 年慶應義塾大学理工学部物理情報工学科卒業。現在同大学院理工学研究科基礎理工学専攻前期博士課程に在学中。モデル低次元化の研究に興味をもつ。

なか むら けい こ
中 村 恵 子

2000 年大阪大学大学院基礎工学研究科システム人間系システム科学分野博士前期課程修了。同年（株）IHI 入社。技術開発本部メカトロ総合開発センター制御システム開発部配属。2013 年より航空宇宙事業本部技術開発センター制御技術部に所属。産業応用に関する制御理論研究・制御システム開発に従事。

お の まさ ひろ
小 野 雅 裕

2005 年東京大学工学部航空宇宙工学科卒業。2007 年マサチューセッツ工科大学航空宇宙工学科修士課程修了。2012 年マサチューセッツ工科大学航空宇宙工学科博士課程および Technology and Policy Program 修士課程修了。2012～13 年慶應義塾大学理工学部物理情報工学科助教。2013 年よりカリフォルニア工科大学 NASA ジェット推進研究所 Research technologist。慶應義塾大学訪問研究員。

き むら ま い
木 村 麻 衣

2007 年京都大学大学院工学研究科航空宇宙工学専攻修士課程修了。同年（株）IHI 入社。航空宇宙事業本部技術開発センター制御技術部配属。2012～2013 年技術開発本部総合開発センター制御技術開発部に所属。航空エンジン制御システムの開発に従事。

あ だち しゅう いち
足 立 修 一 (正会員)

1986 年慶應義塾大学大学院工学研究科博士課程電気工学専攻修了。同年（株）東芝入社。総合研究所に勤務。1990 年宇都宮大学工学部電気電子工学科助教授。2002 年同教授。その間、1993～96 年航空宇宙技術研究所客員研究官。2003～04 年ケンブリッジ大学客員研究員。2006 年慶應義塾大学理工学部物理情報工学科教授となり。現在に至る。システム同定理論・制御理論とそれらの産業応用に関する研究に従事。工学博士。電気学会、日本機械学会、計測自動制御学会、IEEE などの会員。