駆動源に飽和を有する移動ロボットの フォーメーション制御*

市原 裕之[†]・中野 晃平[†]

Formation Control for Mobile Robots with Saturated Driving*

Hiroyuki ICHIHARA[†] and Kohei NAKANO[†]

This paper deals with formation control of mobile robots whose actuators are saturated. Each mobile robot has two independent wheels that are driven by their rotational speeds as control input. Each mobile robot also has a virtual vehicle and consensus of all of the virtual vehicles enables us to achieve formation of the mobile robots. If each mobile robot has saturation on their rotational speeds of the wheels, standard consensus protocols cannot achieve formation of the mobile robots as well as consensus of the virtual vehicles. To cope with this issue, this paper discusses a time-varying gain in the consensus protocol that is introduced so as not to saturate the rotational speeds. This paper also proposes a design method of the time-varying gains which are not common for the mobile robots and are able to improve the convergence speed of formation. The paper finally shows an experiment of formation control with hand made mobile robots as well as numerical examples.

1. はじめに

マルチエージェントシステムでは、複数のエージェントが通信やセンシングによって互いの状態を交換し、システム全体のレベルで共通の目的を達成する。とくに、各エージェントが任意の初期状態から漸近的に状態を一致させることを合意を得るという。また、合意を得るための入力を設計する問題を合意問題という [1–3]。合意制御では、それぞれのエージェントに事前に合意値を参照値として与えるのではなく、自律的かつ動的に合意値を定める情報交換のためのプロトコルが制御則として標準的に用いられる。マルチエージェントシステムの合意問題において入力飽和を考慮する場合、エージェント間の通信形態を表す固定されたグラフ構造 [4] が全域木を含むとき、標準的なプロトコルで合意を得ることができる [5]。また、無向グラフのとき、線形行列不等式を用いたスケラブルな設計条件が提案されている [6]。

一方で、各エージェントが非ホロノミック特性を有す

る移動ロボットに対しては、移動ロボットの位置から距離をもたせた固定点に関して動特性を線形化する入力を施し、固定点の動特性を仮想ビークルと考える。さらに、仮想構造を用いて仮想ビークルの合意を得ることで、移動ロボットのフォーメーション形成が可能となる [7,8]。しかし、仮想ビークルの合意に高い速応性を要求する場合、グラフ構造にかかわらず、仮想ビークルの位置や姿勢角に関して標準的なプロトコルで必ずしも合意を得られるとは限らない。つまり、車輪を駆動するための入力、すなわち実入力に対する飽和を考慮して合意プロトコルを設計する必要がある [9]。これは、線形化入力に対する飽和を考慮することとは本質的に異なる。

本論文では、標準的な合意プロトコルで用いる定数ゲインを時変とし、実入力に飽和に達しないようにゲインを変化させることで、移動ロボットのフォーメーション形成が可能であることを示す。既発表の結果 [9] に加え本論文では、時変ゲインを定数ゲインと時変ゲインに分けて設計しなおすことで、実入力の飽和を防ぎつつより高い速応性が実現できることを示す。また、数値計算に加え、実機によるフォーメーション制御実験を通して提案した合意プロトコルの効果を検証する。

本論文では以下の記号を用いる。 $\mathbb{R}$ を実数の集合、 $\mathbb{R}^n$ を n 次元ベクトルの集合、 $\mathbb{R}^{n \times m}$ を $n \times m$ 実行列の集合とする。また、 $\mathbf{0}_N, \mathbf{1}_N \in \mathbb{R}^N$ をそれぞれ要素がすべて 0

* 原稿受付 2017 年 1 月 5 日
第 60 回システム制御情報学会研究発表講演会において一部を発表 (2016 年 5 月)

[†] 明治大学 理工学部 Faculty of Science and Engineering, Meiji University; 1-1-1 Higashimita, Tama, Kawasaki, Kanagawa 214-8571, JAPAN

Key Words: multi-agent system, consensus, input saturation.

および1のベクトル, $\otimes$ はクロネッカ積とする. さらに, $z_i \in \mathbb{R}$ に対し, 飽和を表す関数をつぎのように定義する.

$$\sigma(z_i) = \begin{cases} \bar{z}_i, & \text{if } z_i > \bar{z}_i \\ z_i, & \text{if } -\bar{z}_i \leq z_i \leq \bar{z}_i \\ -\bar{z}_i, & \text{if } z_i < -\bar{z}_i \end{cases}$$

ここで, $\bar{z}_i$ は正の定数とする. $z \in \mathbb{R}^m$ に対しては, $\Phi(z) = [\sigma(z_1), \dots, \sigma(z_m)]^\top$ とする. グラフ $\mathcal{G} = \mathcal{G}(\mathcal{V}, \mathcal{E})$ は, 頂点集合 $\mathcal{V} = \{1, 2, \dots, n\}$ および辺集合 $\mathcal{E} \subseteq \mathcal{V} \times \mathcal{V}$ からなる. $\mathcal{N}_i$ は頂点 $i \in \mathcal{V}$ の隣接集合を表す. $\mathcal{A}_d \in \mathbb{R}^{n \times n}$ を隣接行列, $\mathcal{D} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ を次数行列とすると, $\mathcal{G}$ に対応するグラフラプラシアンは $\mathcal{L}(\mathcal{G}) = \mathcal{D} - \mathcal{A}_d$ である.

2. 問題設定

i 番目の移動ロボットの状態方程式をつぎのように表す.

$$\begin{bmatrix} \dot{r}_{i,x}^o(t) \\ \dot{r}_{i,y}^o(t) \\ \dot{\theta}_i(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta_i(t) & 0 \\ \sin\theta_i(t) & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_i(t) \\ w_i(t) \end{bmatrix} \quad (1)$$

ここで, $(r_{i,x}^o, r_{i,y}^o)$ は移動ロボットの位置, $\theta_i(t)$ は姿勢角, $v_i(t)$ は並進速度, $w_i(t)$ は角速度である. $v_i(t)$ および $w_i(t)$ は, 移動ロボットの左右の車輪の角速度 $\omega_{i,L}(t)$ および $\omega_{i,R}(t)$ とつぎの関係がある.

$$\begin{bmatrix} v_i(t) \\ w_i(t) \end{bmatrix} = G_i \Phi(\omega_i(t)) \quad (2)$$

ただし, $\omega_i(t) = [\omega_{i,R}(t) \ \omega_{i,L}(t)]^\top$, $\bar{\omega}_{i,L} = \bar{\omega}_{i,R} = \bar{\omega}$,

$$G_i = \begin{bmatrix} \frac{R_i}{2} & \frac{R_i}{2} \\ \frac{R_i}{T_i} & -\frac{R_i}{T_i} \end{bmatrix}$$

とする. R_i は車輪の半径, T_i は車輪間隔であり, $\det G_i = -R_i^2/T_i \neq 0$ である. (2) 式は, 移動ロボットの駆動源である左右の車輪への角速度入力に飽和があることを表している. (1), (2) 式と同じ動特性を有する N 台の移動ロボットが互いの位置情報を交換するときの通信形態を表すグラフを $\mathcal{G}$ とする. $\mathcal{L}(\mathcal{G}) \in \mathbb{R}^{N \times N}$ に対して, つぎの仮定をおく.

(仮定 1) $\mathcal{G}$ は無向グラフとする.

(仮定 2) $\mathcal{L}(\mathcal{G})$ の零固有値は単純である.

仮定1および2は, $\mathcal{G}$ が連結であることを表している.

2.1 仮想構造の導入

i 番目の移動ロボットの位置 $(r_{i,x}^o, r_{i,y}^o)$ に対して $(r_{i,x}, r_{i,y})$ を位置とする仮想ビークル [7] (Virtual Vehicle, VV) を Fig. 1 のように設定する. ただし, 移動ロボットと対応する仮想ビークルの姿勢角は同一とする. i 番目の移動ロボットと対応する仮想ビークルの位置関係はつぎのとおりである.

Fig. 1 Virtual vehicle

$$r_i(t) = \begin{bmatrix} r_{i,x}^o(t) + d_{i,x} \cos\theta_i(t) - d_{i,y} \sin\theta_i(t) \\ r_{i,y}^o(t) + d_{i,x} \sin\theta_i(t) + d_{i,y} \cos\theta_i(t) \end{bmatrix} \quad (3)$$

ただし, $r_i(t) = [r_{i,x}(t) \ r_{i,y}(t)]^\top$ とする. (3) 式の両辺を時間微分し, (1), (2) 式を考慮することで, i 番目の移動ロボットに対応する仮想ビークルの状態方程式をつぎのように表すことができる.

$$\dot{r}_i(t) = B_i(\theta_i(t)) G_i \Phi(\omega_i(t)) \quad (4)$$

$$\dot{\theta}_i(t) = B_\theta G_i \Phi(\omega_i(t)) \quad (5)$$

ただし,

$$B_i(\theta_i(t)) = \begin{bmatrix} \cos\theta_i(t) & -d_{i,x} \sin\theta_i(t) - d_{i,y} \cos\theta_i(t) \\ \sin\theta_i(t) & d_{i,x} \cos\theta_i(t) - d_{i,y} \sin\theta_i(t) \end{bmatrix}$$

$$B_\theta = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}$$

である. $\det B_i(\theta_i(t)) = d_{i,x} \neq 0$ のとき, $B_i(\theta_i(t))$ は常に正則であることに注意する.

2.2 線形化入力の生成

各軸方向に対する速度入力を $(u_{i,x}(t), u_{i,y}(t))$ とするとき, 仮想ビークルの位置に関する動特性 (4) 式に対する線形化入力をつぎのように与える.

$$\omega_i(t) = G_i^{-1} B_i(\theta_i(t))^{-1} u_i(t) \quad (6)$$

ただし, $u_i(t) = [u_{i,x}(t) \ u_{i,y}(t)]^\top$ とする.

移動ロボットの駆動源に対する入力 $\omega_i(t)$ が飽和に達しなければ, 線形化入力 (6) 式によって仮想ビークルの位置に関する動特性 (4) 式は積分器となる. しかし, 飽和に達すれば積分器ではなくなる. すなわち, 動特性は

$$\dot{r}_i(t) = B_i(\theta_i(t)) G_i \Phi(G_i^{-1} B_i(\theta_i(t))^{-1} u_i(t))$$

となる. このことは, 仮想ビークルに対する入力に飽和を考慮すること, つまり,

$$\dot{r}_i(t) = \Phi(u_i(t))$$

とは本質的に異なる.

2.3 仮想ビークルに対する合意問題

N 台の移動ロボットがフォーメーションを形成するためには、Fig. 2 のようにすべての移動ロボットに対応する仮想ビークルがすべて一致すればよい。(4) 式および (6) 式から、 N 台の仮想ビークルの位置に関する動特性および移動ロボットの駆動源に対する線形化入力をそれぞれつぎのように表す。

$$\dot{r}(t) = B(\theta(t))G\Phi(\omega(t)) \quad (7)$$

$$\omega(t) = G^{-1}B(\theta(t))^{-1}u(t) \quad (8)$$

ただし、 $B(\theta(t)) = \text{blockdiag}[B_1(\theta_1(t)) \cdots B_N(\theta_N(t))] \in \mathbb{R}^{2N \times 2N}$, $G = \text{blockdiag}[G_1 \cdots G_N] \in \mathbb{R}^{2N \times 2N}$, $r(t) = [r_1^\top(t), \dots, r_N^\top(t)]^\top \in \mathbb{R}^{2N}$, $\omega(t) = [\omega_1^\top(t), \dots, \omega_N^\top(t)]^\top \in \mathbb{R}^{2N}$, $u(t) = [u_1^\top(t), \dots, u_N^\top(t)]^\top \in \mathbb{R}^{2N}$ とする。このとき、つぎの問題を考える。

【問題 1】 $r_i(t) \rightarrow r_j(t) \ (t \rightarrow \infty)$

【問題 2】 $(r_i(t), \theta_i(t)) \rightarrow (r_j(t), \theta_j(t)) \ (t \rightarrow \infty)$

どちらの問題においても、 $i \neq j$ である。問題 1 は位置のみの合意、問題 2 は位置と姿勢角の合意に関する問題である。とくに、問題 2 は VS 合意問題とよばれる [8]。すでに述べたように、仮想ビークルの位置と姿勢角が合意していれば、移動ロボットはフォーメーションを形成する。仮想ビークルの位置のみが合意しても、姿勢角の合意がなければ移動ロボットの位置はフォーメーションを形成しない [9]。しかし、仮想ビークルが平面上で静止する合意を得ると同時に姿勢角についても合意を得ることは困難である。一方、仮想ビークルが平面上を一定方向に等速で移動する位置および姿勢角の合意を同時に得ることは可能であり、このときに移動ロボットがフォーメーションを形成することができる [8]。

Fig. 2 Consensus of virtual vehicles

3. フォーメーション制御

移動ロボットの駆動源に飽和がある場合、一般的な合意プロトコル [1] を用いて VS 合意を得るのは困難である。ここでは、駆動源 $\omega_i(t)$ を飽和の上限および下限の範囲に収めるような時変ゲインをプロトコルに導入する

ことを検討する。

3.1 位置の合意

移動ロボットの駆動源に対する入力 (6) 式に対し、つぎのプロトコルを考える。

$$u_i(t) = -c_i(t) \sum_{j \in N_i} (r_i(t) - r_j(t)) \quad (9)$$

ここで、 $c_i(t)$ は時変ゲインである。(8) 式および (9) 式から移動ロボットに加える入力は

$$\omega(t) = (C(t) \otimes I_2) G^{-1} B(\theta(t))^{-1} (-\mathcal{L} \otimes I_2) r(t) \quad (10)$$

となる。ただし、 $C(t) = \text{diag}[c_1(t), \dots, c_N(t)]$ である。 $c_i(t)$ に対して、つぎの仮定をおく。

(仮定 3) プロトコル (9) 式を線形化入力 (6) 式に用いたとき、移動ロボットの駆動源 $\omega_i(t)$ が飽和しないように $c_i(t)$ が調整される。ただし、 $\underline{c}_i > 0$ に対して $\underline{c}_i < c_i(t) < \infty$ とする。

仮定 3 のもとでは、(10) 式を入力として仮想ビークル (7) 式に用いると飽和は存在しないことに等しくなるが、時変なプロトコルを許す必要がある。このとき、仮想ビークルの位置に関する動特性は

$$\dot{r}(t) = (C(t) \otimes I_2) (-\mathcal{L} \otimes I_2) r(t) \quad (11)$$

と表すことができる。いま、 $\mathcal{L} = \mathcal{L}(G)$ の固有値 λ_i を $\lambda_1 \leq \dots \leq \lambda_N$ となるようにとり、対応する右固有ベクトル x_{Lri} を $U_R = [x_{Lr1}, \dots, x_{LrN}]$ とする。このとき、仮想ビークルの位置について、つぎの定理が成立する [9]。

【定理 1】 仮想ビークル (7) 式に対して、 $\mathcal{G}$ および $\mathcal{L}(\mathcal{G})$ が仮定 1 および 2 を満たし、プロトコル (9) 式のゲイン $c_i(t)$ ($i = 1, \dots, N$) が仮定 3 を満たすとする。このとき、仮想ビークルの位置はつぎのように収束する。

$$r(t) \rightarrow (U_R \otimes I_2) \begin{bmatrix} \Xi_1 \\ \Xi_2 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{N}} \begin{bmatrix} \Xi_1 \\ \Xi_2 \\ \vdots \\ \Xi_1 \\ \Xi_2 \end{bmatrix} \quad (t \rightarrow \infty) \quad (12)$$

ただし、 U_R は $\mathcal{L}(G)$ の右固有ベクトルを各列にもつ直交行列であり、 $\Xi_1, \Xi_2 \in \mathbb{R}$ は定数である。

(証明) 付録 2. を参照せよ。□

定理 1 は問題 1 の解を与えており、(9) 式は合意プロトコルである。標準的な合意プロトコルでは、ゲインを一定 ($c_i(t) = c$) とする [1]。標準的な合意プロトコルですべての移動ロボットの駆動源が飽和しないようにするには、移動ロボットの初期状態に応じてゲインを小さな定数に設定する必要がある。移動ロボットごとに仮定 3 を満たす時変ゲイン $c_i(t)$ を設定できれば、駆動源が飽和していない移動ロボットが小さいゲインの影響で低速化することを防ぐことができる。

3.2 位置および姿勢角の合意

移動ロボットの駆動源に対する入力 (6) 式に対し、つぎのプロトコルを考える。

$$u_i(t) = -c_i(t) \sum_{j \in \mathcal{N}_i} (r_i(t) - r_j(t)) + d\dot{r}_d \quad (13)$$

ここで、 $\dot{r}_d = v_d [\cos \theta_d \ \sin \theta_d]^\top$ は移動ロボットの各軸方向の一定の目標速度、 $c_i(t)$ は時変ゲイン、 $d > 0$ は定数ゲインである。(13) 式で $d=0$ とすれば (9) 式となる。 $\dot{r}_d$ はフォーメーションに対する参照値の役割を果たし、移動ロボットの初期値に依存せずにフォーメーションを形成しながら移動することを可能にする。 $c_i(t)$ および d に対して、つぎの仮定をおく。

(仮定 4) プロトコル (13) 式を線形化入力 (6) 式に用いたとき、移動ロボットの駆動源 $\omega_i(t)$ が飽和しないように $c_i(t)$ および d が調整される。ただし、 $c_i > 0$ に対して $c_i < c_i(t) < \infty$ とする。

仮定 4 のもとで、仮想ビークルの動特性は

$$\dot{r}(t) = (C(t) \otimes I_2)(-\mathcal{L} \otimes I_2)r(t) + d(\mathbf{1}_N \otimes \dot{r}_d) \quad (14)$$

$$\dot{\theta}(t) = -dv_d S(\theta(t)) \quad (15)$$

と表すことができる。ただし、

$$S(\theta(t)) = \left[\frac{\sin(\theta_1(t) - \theta_d)}{d_{1,x}}, \dots, \frac{\sin(\theta_N(t) - \theta_d)}{d_{N,x}} \right]^\top$$

である。

【定理 2】 仮想ビークル (7) 式に対して、 $\mathcal{G}$ および $\mathcal{L}(\mathcal{G})$ が仮定 1 および 2 を満たし、プロトコル (13) 式のゲイン $c_i(t) (i=1, \dots, N)$ および d が仮定 4 を満たすとする。このとき、仮想ビークルの位置と姿勢角はつぎのように収束する。

$$r(t) \rightarrow \frac{1}{\sqrt{N}} \begin{bmatrix} \Xi_1 \\ \Xi_2 \\ \vdots \\ \Xi_1 \\ \Xi_2 \end{bmatrix} + (\mathbf{1}_N \otimes \dot{r}_d)t \quad (t \rightarrow \infty) \quad (16)$$

$$\theta(t) \rightarrow \theta_d \mathbf{1}_N \quad (t \rightarrow \infty) \quad (17)$$

ただし、 $\Xi_1, \Xi_2 \in \mathbb{R}$ は定数である。

(証明) 付録 3. を参照せよ。□

定理 2 は問題 2 の解を与えており、(13) 式は合意プロトコルである。

4. ゲインの設計

合意プロトコル (13) 式における時変ゲイン $c_i(t)$ と定数ゲイン d が仮定 4 を満たすための条件について検討する。合意プロトコル (13) 式を (6) 式に用いると、各移動ロボットの駆動源への入力は

$$\omega_i(t) = \Omega_{i1}(t) + \Omega_{i2}(t) \quad (18)$$

と表すことができる。ただし、

$$\Omega_{i1}(t) = -c_i(t) G_i^{-1} B_i(\theta_i(t))^{-1} \sum_{j \in \mathcal{N}_i} (r_i(t) - r_j(t))$$

$$\Omega_{i2}(t) = d G_i^{-1} B_i(\theta_i(t))^{-1} \dot{r}_d$$

である。ここでは $\Omega_{i1}(t)$ と $\Omega_{i2}(t)$ がそれぞれ飽和しない条件を考えることで、 $\omega_i(t)$ が飽和しないようにする。すなわち、 $\Omega_{i1}(t)$ および $\Omega_{i2}(t)$ が

$$\Omega_{i1}(t) \in (-\bar{v}_s, \bar{v}_s), \quad \Omega_{i2}(t) \in (-\bar{v}_g, \bar{v}_g) \quad (19)$$

を満たす $c_i(t)$ および d の条件を考える。ただし、 $\bar{\omega} = \bar{v}_s + \bar{v}_g$ とする。そのため、つぎの $c_i(t)$ および d を導入する。

$$c_i(t) = \frac{\bar{v}_s}{\max_i \{ \bar{v}_s, |\omega_{i1,R}(t)|, |\omega_{i1,L}(t)| \}} \quad (20)$$

$$d = \min_i \left\{ \frac{\bar{v}_g}{\frac{T_i}{|d_{i,x}| R_i} \Gamma_i v_d (\cos \theta_d + \sin \theta_d)} \right\} \quad (21)$$

ただし、

$$\begin{bmatrix} \omega_{i1,R}(t) \\ \omega_{i1,L}(t) \end{bmatrix} = G_i^{-1} B_i(\theta_i(t))^{-1} \sum_{j \in \mathcal{N}_i} (r_i(t) - r_j(t))$$

$$\Gamma_i = \sqrt{\frac{d_{i,x}^2}{T_i} + \frac{d_{i,y}^2}{T_i} + \frac{|d_{i,y}|}{T_i} + \frac{1}{4}}$$

である。このとき、つぎの補題が成立する。

【補題 1】 時変ゲインおよび定数ゲインをそれぞれ (20) 式および (21) 式で与えるとき、駆動源への入力 (18) 式において条件 (19) 式が満たされる。

(証明) 付録 4. を参照せよ。□

$|\omega_{i1,R}(t)|$ あるいは $|\omega_{i1,L}(t)|$ が与えられた $\bar{v}_s$ より大きくなる時刻 t では (20) 式の $c_i(t)$ は 1 未満の値をとる。このような時刻が続く場合、 $r_i(t) - r_j(t)$ が時刻の経過にともない発散しない限り $c_i(t)$ が 0 に漸近することはない。つまり、 $t \geq 0$ において $c_i < c(t) \leq 1 (< \infty)$ を満たす $c_i > 0$ が存在する。したがって、フォーメーション形成の前に移動ロボットが停止することはない。

5. 数値例

移動ロボット (1), (2) 式の台数を $N=4$ とし、ロボット間の通信トポロジを表すグラフのグラフラプラシアンをつぎのように与える。

$$\mathcal{L} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \quad (22)$$

これは、仮定 1 および 2 を満たす。また、(2) 式において、 $\bar{\omega}_{i,R} = \bar{\omega}_{i,L} = \bar{\omega} = 4\pi$, $R_i = 0.026$, $T_i = 0.101$ とす

る。駆動源に対する入力 (6) 式に対し (13) 式の合意プロトコルにおける時変ゲイン $c_i(t)$ を (20) 式、定数ゲイン d を (21) 式とする。 (19) 式においては $\bar{v}_s = \bar{v}_g = 2\pi$ とする。ただし、いずれの場合も $v_d = 0.1$, $\theta_d = \pi/2$ とする。

移動ロボットと仮想ビークルの位置関係 (3) 式については、 $d_i = [d_{i,x} \ d_{i,y}]^T$ として、 $d_1 = [0.3 \ 0.3]^T$, $d_2 = [0.3 \ 0.6]^T$, $d_3 = [0.6 \ 0.3]^T$, $d_4 = [0.6 \ 0.6]^T$ とする。また、移動ロボットの初期状態を $r_1(0) = [-0.8 \ 0.5]^T$, $r_2(0) = [0.9 \ 0.5]^T$, $r_3(0) = [0.5 \ -0.6]^T$, $r_4(0) = [-0.9 \ -0.5]^T$, $\theta_1(0) = -\pi/3$, $\theta_2(0) = -\pi/5$, $\theta_3(0) = -\pi/4$, $\theta_4(0) = -\pi$ としたときの仮想ビークルの位置および姿勢角の時間応答を Fig. 3, 移動ロボットの駆動源に対する入力の時間応答を Fig. 4 にそれぞれ示す。仮想ビークルの位置および姿勢角は合意しているので、移動ロボットはフォーメーションを形成する。また、Fig. 4 より、移動ロボットへの実入力に飽和していないこともわかる。

Fig. 3 Positions and angles of VVs (varying gain)

Fig. 4 Rotational speed of wheels (varying gain)

6. 実験

実験環境および使用した移動ロボットを Fig. 5 および Fig. 6 にそれぞれ示す。移動ロボットの位置および姿勢角をモーションキャプチャにより観測する。観測した位置および姿勢角に基づき制御入力 (6) 式を計算し、Xbee の無線通信によって移動ロボットに送信する。ただし、移動ロボットに用いたモータの仕様上、低速域で望ましい動作を得ることが難しいため、左右の車輪の入力角速度に定数値を加算する。つまり、(6) 式における $\omega_i(t)$ に対し、新しい左右のモータの入力角速度を $\hat{\omega}_i(t) = [\hat{\omega}_{i,R}(t) \ \hat{\omega}_{i,L}(t)]^T$ とする。ただし、

Fig. 5 Experimental environment

Fig. 6 Mobile robot

$$\begin{aligned}\hat{\omega}_{i,R}(t) &= \omega_{i,R}(t) + \frac{\pi}{4} \cdot \text{sign}(\omega_{i,R}(t)) \\ \hat{\omega}_{i,L}(t) &= \omega_{i,L}(t) + \frac{\pi}{4} \cdot \text{sign}(\omega_{i,L}(t))\end{aligned}$$

とした。また、サンプリング周波数を 50[Hz] とした。この点以外の設計は 5. にしたがう。

移動ロボットの初期状態を $r_1(0) = [-0.08 \ -0.26]^T$, $r_2(0) = [0.33 \ -0.60]^T$, $r_3(0) = [-0.31 \ -0.53]^T$, $r_4(0) = [0.63 \ -0.44]^T$, $\theta_1(0) = 1.94$, $\theta_2(0) = 2.42$, $\theta_3(0) = 0.83$, $\theta_4(0) = 0.92$ とする。駆動源に対する入力 (6) 式に対し、(13) 式の合意プロトコルにおけるゲイン $c_i(t)$, d をつぎのように選びそれぞれの場合について実験を行う。

i) $c_i(t) = 1$ および $d = 1$ とする [1].

ii) $c_i(t)$ を (20) 式、 d を (21) 式とする。

i) の場合の仮想ビークルの位置および姿勢角の時間応答を Fig. 7, 移動ロボットの軌跡を Fig. 8 にそれぞれ示す。図から、移動ロボットは高速で移動するものの、仮想ビークルの位置と姿勢角はいずれも合意しないことがわかる。一方で、ii) の場合の実機を用いた実験による仮想ビークルの位置および姿勢角の時間応答を Fig. 9, 移動ロボットの軌跡を Fig. 10 にそれぞれ示す。図から、設計した制御入力により、仮想ビークルは合意を得ることがわかる。このとき、すべての移動ロボットは、高速で無理な移動をすることなくフォーメーションを形成した。

7. おわりに

本論文では、独立二輪駆動の移動ロボットに対し、駆動源の飽和を考慮した合意問題について考えた。仮想構造を用いた VS 合意のために制御入力を分割し、時変ゲ

Fig. 7 Positions and angles of VVs (Condition (i))

Fig. 8 Trajectories of mobile robots (Condition (i))

Fig. 9 Positions and angles of VVs (Condition(ii))

Fig. 10 Trajectories of mobile robots (Condition(ii))

インと定数ゲインを導入した。これらを用いた制御則により、実入力飽和を防止しつつ速応性の高い合意制御を実現した。また、この制御則に用いる時変ゲインと定数ゲインの一つの設計法を提案し、数値計算と実験によって、その有効性を確認した。

本研究はJSPS 科研費 26420429 の助成を受けたものです。実験においては、中井優希君、三雲隆平君に手伝いをいただきました。また、貴重なコメントをいただいた査読者のみなさまに感謝いたします。

参考文献

- [1] R. Olfati-saber and R. M. Murray: Consensus problems in networks of agents with switching topology and time-delays; *IEEE Trans. Autom. Control*, Vol. 49, No. 9, pp. 1520–1532 (2004)
- [2] R. Olfati-saber, J. A. Fax and R. M. Murray: Consensus and cooperation in networked multi-agent systems; *Proc. IEEE*, Vol. 95, No. 1, pp. 215–233 (2007)
- [3] 東, 永原, 石井, 林, 桜間, 畑中: マルチエージェントシステムの制御, コロナ社 (2015)
- [4] M. Mesbahi and M. Egerstedt: *Graph Theoretic Methods in Multiagent Networks*, Princeton (2010)
- [5] Y. Lin, J. Xiang and W. Wei: Consensus problems for linear time-invariant multi-agent systems with saturation constraints; *IET Control Theory & Applications*, Vol. 5, No. 6, pp. 823–829 (2011)
- [6] K. Takaba: Local synchronization of linear multi-agent systems subject to input saturation; *SICE Journal of Control, Measurement, and System Integration*, Vol. 8, No.5, pp. 334–340 (2015)
- [7] T. Ikeda, J. Jongusuk, T. Ikeda and T. Mita: Formation control of multiple nonholonomic mobile robots; *Electrical Engineering in Japan*, Vol. 157, No. 3, pp. 81–87 (2006)
- [8] 吉川, 滑川: 仮想構造を用いたマルチビークルシステムのフォーメーション制御; 第7回制御部門大会予稿集 (2007)
- [9] 中野, 市原: 駆動源に飽和を有する移動ロボットの合意制御; 第60回システム制御情報学会研究発表講演会講演論文集 (2016)
- [10] D. S. Watkins: *Fundamentals of Matrix Computations*, 2nd Edition, Wiley (2004)
- [11] 木村, 森, 藤井: ロバスト制御, コロナ社 (1994)
- [12] R. A. Horn and C. R. Johnson: *Matrix Analysis: Second Edition*, Cambridge University Press (2013)

付 録

付録 1. 定理 1 の証明に必要となる定義および補題
つぎの線形時変システム

$$\dot{x} = A(c(t))x(t) \quad (A1)$$

について考える。ここで、 $x \in \mathbb{R}^n$ は状態変数、 $c(t) \in \mathcal{R} \subset \mathbb{R}^p$ は時変パラメータ、 $\mathcal{R}$ は $\mathbb{R}^p$ の有界閉集合である。

【定義 1】 [11] システム (A1) に対して, 適当な n 次正定対称行列 $P \succ 0$ と定数 $\alpha > 0$ が存在し, 軌道 $x(t)$ に沿った二次形式 $V(x(t)) = x(t)^\top P x(t)$ の時間微分が $c(t)$ と無関係に

$$\begin{aligned}\dot{V}(x(t)) &= x(t)^\top [A(c(t))^\top P + PA(c(t))] x(t) \\ &\leq -\alpha \|x(t)\|^2\end{aligned}$$

を満たすとき, システム (A1) は二次安定であるという.

【補題 2】 [11] システム (A1) が二次安定であるとき, 平衡点 $x=0$ は時変パラメータ $c(t)$ のもとで大域の一樣指数安定である.

【補題 3】 ([12], p.242) A および B が n 次実対称行列であり, B が正定対称行列であるとき, A の i 番目に小さな固有値 $\lambda_i(A)$ と $A+B$ の i 番目に小さな固有値 $\lambda_i(A+B)$ について, つぎの関係が成立する.

$$\lambda_i(A) < \lambda_i(A+B) \quad (i=1, \dots, n)$$

【定義 2】 ([12], p.477) $A = [a_{ij}] \in \mathbb{R}^{m \times n}$ および $B = [b_{ij}] \in \mathbb{R}^{m \times n}$ に対して, $A \circ B = [a_{ij} b_{ij}] \in \mathbb{R}^{m \times n}$ をシュール積 (アダマール積) という.

【補題 4】 ([12], p.479) A が n 次正定対称行列であり, B が n 次半正定対称行列かつ正の主対角成分をもつとき, 行列のシュール積 $A \circ B$ は正定対称行列である.

【補題 5】 A を n 次の正定対称行列, B を n 次の正定対角行列とする. このとき, $AB+BA \succ 0$ が成立する.

(証明) B の対角成分を b_{ii} ($i=1, \dots, n$) とすると,

$$AB+BA = \Delta \circ A$$

と表現できる. ただし,

$$\Delta = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{22} & \cdots & b_{nn} \\ b_{11} & b_{22} & \cdots & b_{nn} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{11} & b_{22} & \cdots & b_{nn} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{11} & \cdots & b_{11} \\ b_{22} & b_{22} & \cdots & b_{22} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{nn} & b_{nn} & \cdots & b_{nn} \end{bmatrix} \quad (\text{A2})$$

である. (A2) 式の右辺は重複度 $n-1$ の固有値 0 と重複度 1 の固有値 $\sum_{i=1}^n b_{ii}$ をもつ行列とその転置の和であるから, Δ は半正定対称行列である. よって, 補題 4 より $AB+BA \succ 0$ となる. $\square$

付録 2. 定理 1 の証明

仮定 1 から $\mathcal{L} = \mathcal{L}(\mathcal{G})$ は対称行列であるため, 固有値は実数であり固有ベクトルを実ベクトルに選ぶことができる. さらに, 仮定 2 から $\mathcal{L}$ の固有値 λ_i と対応する右固有ベクトルを x_{Lri} を $0 = \lambda_1 < \lambda_2 \leq \cdots \leq \lambda_N$ および

$$\mathcal{L}U_R = U_R A \quad (\text{A3})$$

となるようにできる. ここで, $U_R = [x_{Lr1}, \dots, x_{LrN}]$ は直交行列, $A = \text{diag}[\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N]$ は対角行列である. いま, $\xi(t) = (U_R^\top \otimes I_2)r(t)$ とする. 両辺を微分し (11) 式を用いると,

$$\dot{\xi}(t) = (-Q(t) \otimes I_2)\xi(t) \quad (\text{A4})$$

を得る. ただし, $Q(t) = U_R^\top C(t)U_R A$ であり,

$$\begin{aligned}& (U_R^\top \otimes I_2)(C(t) \otimes I_2)(-\mathcal{L} \otimes I_2)r(t) \\ &= (U_R^\top \otimes I_2)(C(t) \otimes I_2)(-\mathcal{L} \otimes I_2)(U_R \otimes I_2)\xi(t) \\ &= -(U_R^\top C(t)U_R A) \otimes I_2 \xi(t)\end{aligned}$$

を用いた. $Q(t) = [Q_{i,j}(t)]$ と表すとき $Q_{1,1}(t) = 0$ である. さらに,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \xi_i(t) = 0 \quad (i=3, \dots, 2N) \quad (\text{A5})$$

を満たすならば,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{\xi}_i(t) = 0 \quad (i=1, 2)$$

となる. また, $\lambda_1 = 0$ に対応する固有ベクトルは $x_{Lr1} = \mathbf{1}_N / \sqrt{N}$ と書くことができるので, $r(t) = (U_R \otimes I_2)\xi(t)$ であることから (12) 式が成立し合意を得ることができる. U_R は実行列であるので Ξ_1 および Ξ_2 は実定数となる. 以下では, (A5) 式を示す.

A が対角行列であるので, システム (A4) から部分システム

$$\dot{\zeta}(t) = (-\hat{Q}(t) \otimes I_2)\zeta(t) \quad (\text{A6})$$

を考えることができる. ただし, $\zeta(t) = [\xi_3(t), \dots, \xi_{2N}(t)]^\top \in \mathbb{R}^{2(N-1)}$ は部分システムの状態, $\hat{Q}(t) \in \mathbb{R}^{(N-1) \times (N-1)}$ は $Q(t)$ の第 1 行目と第 1 列目を取り除いた行列である. システム (A6) に対して, Lyapunov 関数の候補を $V(\zeta(t)) = \zeta(t)^\top P \zeta(t)$ とおく. ただし,

$$P = p \cdot I_{N-1} \otimes I_2, \quad p > 0$$

である. P は正定対角行列であるので, $V(\zeta(t))$ は正定値である. このとき, $V(\zeta(t))$ の時間微分はつぎのようになる.

$$\dot{V}(\zeta(t)) = -\zeta(t)^\top (P(\hat{Q}(t) \otimes I_2) + (\hat{Q}(t) \otimes I_2)^\top P)\zeta(t) \quad (\text{A7})$$

一方, $Q(t) = U_R^\top C(t)U_R A$ において, $U_R^\top C(t)U_R$ から第 1 行目と第 1 列目を除いた行列を $R(t)$, A から第 1 行目と第 1 列目を除いた行列を $\hat{A}$ とすると, $\lambda_1 = 0$ であることから,

$$\hat{Q}(t) = R(t)\hat{A}$$

と表すことができる. ここで, $\hat{Q}(t)$ は対称行列ではないことに注意する.

つぎに, $R(t) \succ 0$ を示す. U_R から第 1 行目と第 1 列目を除いた行列を $\hat{U}_R$ とし, $C(t)$ から第 1 行目と第 1 列目を除いた行列を $\hat{C}(t) = \text{diag}[c_2(t), \dots, c_N(t)]$ とすると,

$$R(t) = \hat{U}_R^\top (\hat{C}(t) - c_1(t) \cdot I_{N-1}) \hat{U}_R + c_1(t) \cdot I_{N-1}$$

$$= \hat{U}_R^\top \hat{C}(t) \hat{U}_R + c_1(t)(I_{N-1} - \hat{U}_R^\top \hat{U}_R)$$

となる。ここで、仮定3より、 $\hat{C}(t)$ は正定対角行列である。また、 $U_R^\top U_R = I$ であるので、 $I - \hat{U}_R^\top \hat{U}_R$ は

$$\begin{bmatrix} u_{R12}u_{R12} & u_{R12}u_{R13} & \cdots & u_{R12}u_{R1N} \\ u_{R13}u_{R12} & u_{R13}u_{R13} & \cdots & u_{R13}u_{R1N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u_{R1N}u_{R12} & u_{R1N}u_{R13} & \cdots & u_{R1N}u_{R1N} \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} u_{R12} \\ u_{R13} \\ \vdots \\ u_{R1N} \end{bmatrix} [u_{R12} \ u_{R13} \ \cdots u_{R1N}]$$

と書き表すことができる。つまり、 $I - \hat{U}_R^\top \hat{U}_R$ は重複度 $N-2$ の固有値0と重複度1の固有値 $u_{R12}^2 + u_{R13}^2 + \cdots + u_{R1N}^2 > 0$ をもつ、半正定対称行列である。したがって、補題3より $R(t) \succ 0$ を得る。

最後に、(A5)式を示す。 $\hat{A}$ が正定対角行列であり $R(t) \succ 0$ であるので、補題5より $\hat{Q}(t) + \hat{Q}(t)^\top = R(t)\hat{A} + (R(t)\hat{A})^\top = R(t)\hat{A} + \hat{A}R(t) \succ 0$ である。さらに、 $P \succ 0$ であることから、補題5を再度用いることで、 $P(\hat{Q}(t) \otimes I_2) + (\hat{Q}(t) \otimes I_2)^\top P \succ 0$ を得る。このとき、

$$P(\hat{Q}(t) \otimes I_2) + (\hat{Q}(t) \otimes I_2)^\top P \succeq \alpha I$$

を満たす定数 $\alpha > 0$ が存在する。ゆえに、(A7)式から

$$\dot{V}(\zeta(t)) \leq -\alpha \|\zeta(t)\|^2$$

となる。時変パラメータを $c(t) = [c_1(t), \dots, c_N(t)]^\top \in \mathbb{R}^N$ とするとき、補題2よりシステム (A6) の $\zeta(t) = 0$ は大域的一様指数安定である。したがって、(A5)式が成立する。

付録3. 定理2の証明

まず、位置について考えるため、偏差 $e(t) = r(t) - d(\mathbf{1}_N \otimes \dot{r}_d)t$ を定義する。(14)式を用いれば、

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) &= \dot{r}(t) - d(\mathbf{1}_N \otimes \dot{r}_d) \\ &= (C(t) \otimes I_2)(-\mathcal{L} \otimes I_2)r(t) \\ &= (C(t) \otimes I_2)(-\mathcal{L} \otimes I_2)(e(t) + d(\mathbf{1}_N \otimes \dot{r}_d)t) \end{aligned}$$

となる。ここで、 $\mathbf{1}_N$ が $\mathcal{L}$ の零固有値に対応する右固有ベクトルであることを考慮すれば

$$(-\mathcal{L} \otimes I_2)d(\mathbf{1}_N \otimes \dot{r}_d)t = d((\mathcal{L}\mathbf{1}_N) \otimes \dot{r}_d)t = \mathbf{0}_{2N}$$

であるから、

$$\dot{e}(t) = (C(t) \otimes I_2)(-\mathcal{L} \otimes I_2)e(t)$$

となる。このとき、定理1から、偏差に関するシステムが合意することがわかる。したがって、 $r(t)$ の収束は(16)式にしたがう。

つぎに、姿勢角について考える。(5)式、(6)式、(13)式から、仮定4のもとでは

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_i(t) &= B_\theta B_i(\theta_i(t))^{-1} u_i(t) \\ &= B_\theta B_i(\theta_i(t))^{-1} \left(-c_i(t) \sum_{j \in \mathcal{N}_i} (r_i(t) - r_j(t)) + d\dot{r}_d \right) \end{aligned}$$

である。 $r(t)$ の収束は $r_i(t) \rightarrow r_j(t)$ を意味するので、

$$\dot{\theta}_i(t) = B_\theta B_i(\theta_i(t))^{-1} d\dot{r}_d = -\frac{dv_d}{d_{i,x}} \sin(\theta_i(t) - \theta_d)$$

となる。したがって、 $v_d \neq 0$ 、 $d_{i,x} \neq 0$ のとき、 $\theta(t)$ の収束は(17)式にしたがう。

付録4. 補題1の証明

時変ゲイン(20)式の値は、 $\omega_{i1,R}(t)$ および $\omega_{i1,L}(t)$ がとる値の範囲によって、つぎのように分類できる。

$$\begin{cases} c_i(t) = 1: (\omega_{i1,R}(t), \omega_{i1,L}(t) \in (-\bar{v}_s, \bar{v}_s)) \\ c_i(t) < 1: (\omega_{i1,R}(t) \in (-\bar{v}_s, \bar{v}_s), \omega_{i1,L}(t) \notin (-\bar{v}_s, \bar{v}_s)) \\ \quad (\omega_{i1,R}(t) \notin (-\bar{v}_s, \bar{v}_s), \omega_{i1,L}(t) \in (-\bar{v}_s, \bar{v}_s)) \\ \quad (\omega_{i1,R}(t), \omega_{i1,L}(t) \notin (-\bar{v}_s, \bar{v}_s)) \end{cases}$$

したがって、(20)式のように $c_i(t)$ を選ぶとき、いずれの場合も $c_i(t) \leq \bar{v}_s$ となるので、 $\Omega_{i1}(t) \in (-\bar{v}_s, \bar{v}_s)$ を満たす。

定数ゲイン(21)式の効果を調べるため、 $G_i^{-1}B_i(\theta_i(t))^{-1}\dot{r}_d$ をつぎのように表す。

$$G_i^{-1}B_i(\theta_i(t))^{-1}\dot{r}_d = \frac{T_i v_d}{d_{i,x} R_i} \begin{bmatrix} \mu_{i1}(t) & \mu_{i3}(t) \\ \mu_{i2}(t) & \mu_{i4}(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta_d \\ \sin \theta_d \end{bmatrix}$$

ただし、

$$\begin{aligned} \mu_{i1}(t) &= \frac{d_{i,x}}{T_i} \cos \theta_i(t) - \left(\frac{d_{i,y}}{T_i} + \frac{1}{2} \right) \sin \theta_i(t) \\ \mu_{i2}(t) &= \frac{d_{i,x}}{T_i} \sin \theta_i(t) + \left(\frac{d_{i,y}}{T_i} + \frac{1}{2} \right) \cos \theta_i(t) \\ \mu_{i3}(t) &= \frac{d_{i,x}}{T_i} \cos \theta_i(t) - \left(\frac{d_{i,y}}{T_i} - \frac{1}{2} \right) \sin \theta_i(t) \\ \mu_{i4}(t) &= \frac{d_{i,x}}{T_i} \sin \theta_i(t) + \left(\frac{d_{i,y}}{T_i} - \frac{1}{2} \right) \cos \theta_i(t) \end{aligned}$$

である。ここで、 $a, b \in \mathbb{R}$ に対して $a \cos \theta_i + b \sin \theta_i = \sqrt{a^2 + b^2} \sin(\theta_i + \phi_i)$ と整理できることに注意する。ただし、 $\phi_i = \tan^{-1}(a/b)$ である。このとき、

$$|\mu_{ij}(t)| \leq \Gamma_i \quad (j=1, \dots, 4)$$

と表すことができる。したがって、 $G_i B_i(\theta_i(t))^{-1}\dot{r}_d$ の各成分の絶対値は、

$$\frac{T_i}{|d_{i,x}| R_i} \Gamma_i v_d (\cos \theta_d + \sin \theta_d)$$

を超えることはない。したがって、(21)式のように d を選ぶとき、 $\Omega_{i2}(t) \in (-\bar{v}_g, \bar{v}_g)$ を満たす。

著者略歴

市原 裕之 (正会員)

2000年3月明治大学大学院理工学研究科機械工学専攻博士後期課程修了。同年4月明治大学理工学部助手。2001年7月茨城大学大学院理工学研究科SVBL非常勤研究員。2002年4月九州工業大学情報工学部助手。2010年4月明治大学理工学部専任講師。2013年10月同准教授となり現在に至る。2016年4月から1年間LAAS-CNRS（フランス）客員研究員。制御工学の研究に従事。博士（工学）。計測自動制御学会、IEEEの会員。

中野 晃平 (正会員)

2015年3月明治大学理工学部機械情報工学科卒業。2017年3月同大学大学院理工学研究科機械工学専攻博士前期課程修了。2017年本会奨励賞受賞。移動ロボットの制御に興味をもつ。