差分進化に基づく2軸ヘリコプタのPID制御系設計と 実機実験による検証*

吉川 友真[†]・川田 昌克[‡]

PID Control Design of a Two-Degree-of-Freedom Helicopter Based on Differential Evolution and its Experimental Verification*

Yuma YOSHIKAWA[†] and Masakatsu KAWATA[‡]

Our two-degree-of-freedom helicopter apparatus is a nonlinear and multiple-input multiple-output system. Therefore, it is difficult to design the controller which guarantees the desired performance in the wide range. In this paper, we design I-PD controller based on the DE (differential evolution) method, which is one of evolutionary computing algorithms, in consideration of the nonlinearity and the cross coupling. Finally, the validity of our designing method is shown through some experiments.

1. はじめに

近年, 進化計算の分野では, 単純なアルゴリズムであるにもかかわらず, 粒子群最適化 (PSO: Particle Swarm Optimization)[1] などと比べ, さまざまなベンチマーク問題で優れた探索性能を有している差分進化 (DE: Differential Evolution)[2] が注目されている [3]. しかし, 解析解を得ることが困難であるような制御工学分野の最適化問題に DE を適用した例はあまり多くない [4–10]. そのなかで, アーム型倒立振子やアクロボットに対して非線形最適レギュレータを設計した例 [4,5] や, 離散時間システムに対して動的量子化器を設計した数値例 [6] では, いずれも DE は PSO よりも優れた探索性能を示している. また, 実システムに応用して実機実験による有効性検証を行った先行研究としては, 文献 [4,5] のほか, ガントリークレーンに対して極領域制約条件付きのロバストコスト保証制御系設計を行った事例 [8] や, オーバースhootや整定時間などを考慮してフレキシブルリンク

に対する PID 制御系設計を行った事例 [9] などがある. しかし, 制御系設計の難易度が高い多入力多出力の非線形システムに対して, 非線形性や入出力干渉の影響を考慮して PID 制御系を設計し, 実験的検証を行った事例は筆者の知る限り報告されていない.

本論文では, 実際のヘリコプタの簡易モデルとなる2軸 (2自由度) ヘリコプタ実験装置 [11,12] を対象とする. この実験装置は, 上部と後部に取り付けられたプロペラにより, ピッチ角 (傾斜角) 方向とヨー角 (旋回角) 方向の姿勢を制御することが可能な2入力2出力系であり, 倒立振子と同様, 教育研究用として広く利用されている. また, ピッチ角を大きく傾けた状態でヨー角速度を大きくすると, 非線形性や入出力干渉の影響が無視できない. そのため, たとえば, 干渉項を無視した線形化モデルに対してモデルマッチング法 [13–15] により I-PD (比例微分先行型 PID) 制御系を設計しても, 十分な制御性能を確保することは困難である. そこで本論文では, DE を利用して非線形性や入出力干渉の影響を考慮した I-PD コントローラを設計することを検討し, 実機実験によりその有効性を検証する.

提案する DE による設計法では, ランダムに生成されたコントローラゲイン (初期個体群) をいくつか用意する. そして, さまざまな条件下での2軸ヘリコプタの角度応答と規範モデルの応答の偏差を非線形シミュレーションにより計算し, 条件ごとに重み付けされた有限時間のIAE (Integrated Absolute Error) の和により制御性能を評価する. この評価値が小さくなるように, 変異, 交叉, 生存者選択の各操作により個体群を進化させていく.

* 原稿受付 2016年7月4日
第60回システム制御情報学会研究発表講演会にて発表 (2016年5月)

[†] 神戸大学 大学院 システム情報学研究科 Graduate School of System Informatics, Kobe University; 1-1 Rokkodai-cho, Nada ward, Kobe city, Hyogo 657-8501, JAPAN

[‡] 舞鶴工業高等専門学校 電子制御工学科 Department of Control Engineering, National Institute of Technology, Maizuru College; 234 Aza-Shiroya, Maizuru city, Kyoto 625-8511, JAPAN

Key Words: PID control, differential evolution, two-degree-of-freedom helicopter.

DE のアルゴリズムとしては標準的な DE/rand/1/bin 戦略に加えて、平衡点近傍における安定性や、指令電圧や角度の制限値を考慮する。また、制御性能の評価値を非線形シミュレーションにより計算するために、2 軸ヘリコプタのモデリングの方法についても検討する。

2. 2 軸ヘリコプタ実験装置のモデリング

2.1 実験装置の概要

本論文で製作した 2 軸ヘリコプタ実験装置 [11] は、Figs. 1, 2 に示すように、ロータリエンコーダが取り付けられた二つの回転軸にヘリコプタ本体が固定されており、ピッチ角方向とヨー角方向の二方向のみに回転させることができる。ヘリコプタ上部と後部には DC モータに取り付けられたプロペラが配置されている。DC モータは速度制御型モータドライバにより駆動されている。また、ヨー角方向に回転させたときにケーブルが巻き付くことを回避するため、スリッピングを使用している。この実験装置の動きは、ピッチ角方向とヨー角方向の

Fig. 1 Two-degree-of-freedom helicopter apparatus

Fig. 2 System configuration

2 軸に拘束されており、以下のように動作する。

- モータドライバに正の指令電圧 v_1 を与えるとヘリコプタ上部のプロペラ (Main rotor) が正回転し、上部プロペラに対して垂直方向に推力 F_{11} が発生する (Fig. 2 (a)). 一方、上部プロペラの回転に伴い、その回転軸を中心とした反トルク T_{main} を生じる。この反トルク T_{main} は機体回転軸まわりに発生していると考えることができ、トルクに対応する仮想的な力 F_{21} が半径 $r \cos \theta_1$ の位置に加わっていると見なすことができる (Fig. 2 (b)).
- モータドライバに正の指令電圧 v_2 を与えるとヘリコプタ後部のプロペラ (Tail rotor) が回転し、後部プロペラに対して垂直方向の推力 F_{22} が発生する (Fig. 2 (b)). 一方、後部プロペラの回転に伴い、その回転軸を中心とした反トルク T_{tail} を生じる。この反トルク T_{tail} は機体回転軸まわりに発生していると考えられ、トルクに対応する仮想的な力 F_{12} が半径 r の位置に加わっていると見なせる (Fig. 2 (a)).

そのため、2 軸ヘリコプタ実験装置は、入出力の干渉が存在する 2 入力 2 出力系である。

2.2 モデリング

2.2.1 運動方程式

Fig. 2 に示す 2 軸ヘリコプタの運動方程式は、 $\bar{J}_1 = J_1 + m\ell^2$, $\bar{J}_2(\theta_1) = J_2 + m\ell^2 \cos^2 \theta_1$ とおくと、

$$\begin{aligned} \bar{J}_1 \ddot{\theta}_1 = & rF_{11} - rF_{12} - c_1 \dot{\theta}_1 \\ & - m\ell^2 \dot{\theta}_2^2 \sin \theta_1 \cos \theta_1 - mgl \cos \theta_1 \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \bar{J}_2(\theta_1) \ddot{\theta}_2 = & -(r \cos \theta_1) F_{21} + (r \cos \theta_1) F_{22} - c_2 \dot{\theta}_2 \\ & + 2m\ell^2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \sin \theta_1 \cos \theta_1 \end{aligned} \quad (2)$$

となる¹[12]。ただし、 J_i ：慣性モーメント、 c_i ：粘性摩擦係数、 m ：質量、 ℓ ：軸から重心までの長さ、 g ：重力加速度である。

2.2.2 推力と指令電圧の関係

非線形モデル (1), (2) 式では操作量を推力 F_{ij} ($i, j = 1, 2$) としているが、実際の操作量はプロペラに取り付けられたモータを駆動するための指令電圧 v_j ($j = 1, 2$) である。ただし、指令電圧の範囲はそれぞれ $0 \leq v_1 \leq 8$, $-8 \leq v_2 \leq 8$ である。本論文では指令電圧 v_j を加えると瞬時に推力 F_{ij} が生じると考え、静特性のみを考慮して指令電圧 v_j と推力 F_{ij} の関係の特徴づける。

後部のプロペラ部を電子ばかりに固定し (Fig. 3), 指令電圧 v_2 を与えて実験を行ったときの推力 F_{22} を Fig. 4 の○印に示す。これらは、プロペラの回転方向 (v_2 の符号を切り替えると、プロペラの回転方向が切り替わる) を考慮して読みとった結果である。プロペラのブレードは翼断面が上下、左右ともに非対称なので、Fig. 4 から

¹慣性主軸と考えている回転軸が平行でない場合の効果については、本論文で考慮している非線形性の影響よりも十分小さいとし無視する。

Fig. 3 Measurement of thrust

Fig. 4 Relationship between F_{22} and v_2 Table 1 Identification results of h_{11} , h_{22} and $\bar{h}_{22}$

h_{11}	2.65×10^{-2}	—	—
h_{22}	2.61×10^{-2}	$\bar{h}_{22}$	1.36×10^{-2}

わかるように、指令電圧 v_2 の符号を切り替えると推力 F_{22} の符号だけでなく特性も異なる¹。また、文献[12]では推力 F_{ij} と指令電圧 v_j との関係を1次関数で近似しているが、Fig. 4の測定結果をみると、このような近似は適切ではないため、本論文では、

$$F_{i1} = h_{i1}v_1^2 \quad (0 \leq v_1 \leq 8) \quad (3)$$

$$F_{i2} = \begin{cases} -\bar{h}_{i2}v_2^2 & (-8 \leq v_2 < 0) \\ h_{i2}v_2^2 & (0 \leq v_2 \leq 8) \end{cases} \quad (4)$$

のように2次関数で近似する[16]。なお、本実験装置のモータドライバは速度制御型であるので、指令電圧と回転角速度は比例関係となる。一方、一般に、プロペラはその回転角速度の2乗に比例した推力を発生することが知られている[17]。したがって、このような観点からも、指令電圧と推力の関係を2次関数で近似することは妥当であると考えられる。Fig. 4の測定結果から最小2乗法により(4)式の変換係数 $\bar{h}_{22}$, h_{22} を定めると、Table 1のようになった。このときの近似曲線(2次関数)を描画したものをFig. 4の実線に示すが、近似曲線は測定結果とよく一致していることが確認できる。

本論文では省略するが、上部のプロペラ部を電子ばかりに固定したときの測定値に基づき、 h_{11} も同様の手順で定めることができる。一方、 h_{12} , $\bar{h}_{12}$, h_{21} はここで示した方法で定めることができないため、2.2.3において他の未知パラメータとあわせて同定する。

2.2.3 パラメータ同定

(3), (4) 式の関係 considering, 非線形モデル (1), (2) 式を

$$\bar{J}_1 \ddot{\theta}_1 = -c_1 \dot{\theta}_1 - \alpha \dot{\theta}_2^2 \sin \theta_1 \cos \theta_1 - \beta \cos \theta_1 - r h_{12} \sigma(v_2) + r \bar{h}_{12} \bar{\sigma}(v_2) + r h_{11} v_1^2 \quad (5)$$

$$\bar{J}_2(\theta_1) \ddot{\theta}_2 = -c_2 \dot{\theta}_2 + 2\alpha \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \sin \theta_1 \cos \theta_1 - (r \cos \theta_1) h_{21} v_1^2 + (r \cos \theta_1)(h_{22} \sigma(v_2) - \bar{h}_{22} \bar{\sigma}(v_2)) \quad (6)$$

$$\sigma(v_2) = \begin{cases} v_2^2 & (v_2 \geq 0) \\ 0 & (v_2 < 0) \end{cases}, \quad \bar{\sigma}(v_2) = \begin{cases} 0 & (v_2 \geq 0) \\ v_2^2 & (v_2 < 0) \end{cases}$$

のように書き換える。(5), (6) 式において、既知パラメータを $r = 0.415$ [m] および 2.2.2 で求めた h_{11} , h_{22} , $\bar{h}_{22}$ とする。そして、非線形モデルを決定するのに必要かつ十分なパラメータの集合である基底パラメータ[18]

$$\rho = [\bar{J}_1 \ J_2 \ c_1 \ c_2 \ \alpha \ \beta \ h_{12} \ \bar{h}_{12} \ h_{21}]^T \quad (7)$$

$$\alpha = m\ell^2, \quad \beta = mgl$$

を未知パラメータとし、(5), (6) 式を

$$\mathbf{M}(t)\rho = \mathbf{N}(t) \quad (8)$$

という形式で記述する。ただし、

$$\mathbf{M}(t) = \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 & 0 & \dot{\theta}_1 & 0 & \dot{\theta}_2^2 \sin \theta_1 \cos \theta_1 \\ 0 & \ddot{\theta}_2 & 0 & \dot{\theta}_2 & \ddot{\theta}_2 \cos^2 \theta_1 - 2\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \sin \theta_1 \cos \theta_1 \\ & & \cos \theta_1 & r \sigma(v_2) - r \bar{\sigma}(v_2) & 0 \\ & & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (r \cos \theta_1) v_1^2 \\ (r \cos \theta_1)(h_{22} \sigma(v_2) - \bar{h}_{22} \bar{\sigma}(v_2)) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{N}(t) = \begin{bmatrix} r h_{11} v_1^2 \\ (r \cos \theta_1)(h_{22} \sigma(v_2) - \bar{h}_{22} \bar{\sigma}(v_2)) \end{bmatrix}$$

である。したがって、適当な v_i を与えたときの θ_i を検出すれば、以下の手順によって最小2乗法により(7)式の未知パラメータ ρ を決定することができる[16]。

Step 1) 指令電圧 $v_i(t_n)$ ($t_n = nh$, $n = 0, 1, \dots, k$) を適当に与え、角度 $\theta_i(t_n)$ をサンプリング間隔 h ごとに保存する。オフラインで中心差分近似[15]により $\dot{\theta}_i(t_n)$ と $\ddot{\theta}_i(t_n)$ を算出する。

Step 2) ロータリエンコーダの量子化誤差の影響により算出された $\dot{\theta}_i(t_n)$ と $\ddot{\theta}_i(t_n)$ は高周波成分を多く含むので、3次のローパスフィルタ

$$G_f(s) = \frac{1}{(1 + T_f s)^3} \quad (T_f > 0) \quad (9)$$

を(8)式の両辺に通すことで不必要な高周波成分を除去する[18,15]。

Step 3) 2乗誤差の総和

$$E_f = \|\mathbf{M}_{fs}\rho - \mathbf{N}_{fs}\|^2 \quad (10)$$

¹プロペラには回転方向が定められており、正回転させたときに効率的に推力を発生するよう設計されている。

$$\mathbf{M}_{\text{fs}} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_f(t_1) \\ \vdots \\ \mathbf{M}_f(t_k) \end{bmatrix}, \mathbf{N}_{\text{fs}} = \begin{bmatrix} \mathbf{N}_f(t_1) \\ \vdots \\ \mathbf{N}_f(t_k) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{M}_f(t) = \mathbf{G}_f(s)\mathbf{M}(t), \mathbf{N}_f(t) = \mathbf{G}_f(s)\mathbf{N}(t)$$

が最小となる ρ を, 最小 2 乗法により

$$\rho = (\mathbf{M}_{\text{fs}}^T \mathbf{M}_{\text{fs}})^{-1} \mathbf{M}_{\text{fs}}^T \mathbf{N}_{\text{fs}} \quad (11)$$

のように定める [18,15].

本論文では, θ_i をその目標値 θ_i^{ref} に追従させるような I-PD コントローラ

$$\tilde{v}_i = -k_{\text{Pi}}\tilde{\theta}_i + k_{\text{Ii}} \int_0^t \tilde{e}_i dt - k_{\text{Di}} \dot{\tilde{\theta}}_i \quad (12)$$

により v_i を与えた. ただし, $\tilde{v}_i = v_i - v_{ei}$, $\tilde{\theta}_i = \theta_i - \theta_{ei}$, $\tilde{\theta}_i^{\text{ref}} = \theta_i^{\text{ref}} - \theta_{ei}$, $\tilde{e}_i = \tilde{\theta}_i^{\text{ref}} - \tilde{\theta}_i$ である. また, v_{ei} は $\theta_i = \theta_{ei}$ で静止するような定常電圧である. $\theta_{ei} = 0$, $k_{\text{I1}} = 2$, $k_{\text{P1}} = 3.8$, $k_{\text{D1}} = 4$, $k_{\text{I2}} = 2.5$, $k_{\text{P2}} = 4.3$, $k_{\text{D2}} = 1.8$ とし, 適当に目標値 θ_i^{ref} を変化させたときの実機実験の結果と, この実験データにより同定された 9 個のパラメータ (Table 2) を用いた非線形シミュレーションの結果を, Fig. 5 に示す. 両者はよく一致していることが確認できる. また, 本論文で利用する 2 軸ヘリコプタは, ピッチ角 θ_1 を大きく傾けたとき, ヨー角速度 $\dot{\theta}_2$ の影響を大きく受け, 非線形性や入出力干渉が強いことがわかる.

つぎに, (12) 式のコントローラゲイン k_{Ii} , k_{Pi} , k_{Di} や目標値 θ_i^{ref} を同定実験のときと異なる値に変更した. このときの実機実験と非線形シミュレーションの結果を Fig. 6 に示す. 両者はよく一致しており, 同定されたパラメータは妥当であるといえる.

3. モデルマッチング法

ここでは従来法として, モデルマッチング法 [13–15] により I-PD コントローラ (12) 式を設計する.

非線形モデル (5), (6) 式を平衡点 $\theta_{ei} (=0)$, v_{ei} 近傍で線形化し, 入出力の干渉項を無視すると,

$$\theta_i(s) = P_i(s)\tilde{v}_i(s), P_i(s) = \frac{b_i}{s(s+a_i)} \quad (13)$$

$$a_i = \frac{c_i}{J_i + m\ell^2}, b_i = \frac{2rh_{ii}v_{ei}}{J_i + m\ell^2}$$

が得られる. このとき, I-PD 制御系は

$$\theta_i(s) = G_i(s)\theta_i^{\text{ref}}(s) \quad (14)$$

$$G_i(s) = \frac{b_i k_{\text{Ii}}}{s^3 + (a_i + b_i k_{\text{Di}})s^2 + b_i k_{\text{Pi}}s + b_i k_{\text{Ii}}}$$

となるので, これが 3 次の規範モデル

$$\theta_{\text{mi}}(s) = G_{\text{mi}}(s)\theta_i^{\text{ref}}(s) \quad (15)$$

$$G_{\text{mi}}(s) = \frac{\omega_{\text{ni}}^3}{s^3 + \alpha_{2i}\omega_{\text{ni}}s^2 + \alpha_{1i}\omega_{\text{ni}}^2s + \omega_{\text{ni}}^3}$$

Table 2 Identification results of ρ

$\bar{J}_1$	4.77×10^{-2}	J_2	7.92×10^{-3}
c_1	1.93×10^{-2}	c_2	1.91×10^{-2}
α	7.97×10^{-2}	β	5.09×10^{-1}
h_{12}	1.44×10^{-3}	h_{21}	1.14×10^{-3}
$\bar{h}_{12}$	2.12×10^{-3}	—	—

Fig. 5 Experiment and nonlinear simulation using identified parameters

Fig. 6 Verification of validity of proposed modeling

と一致するように, コントローラゲインを

$$k_{\text{Ii}} = \frac{\omega_{\text{ni}}^3}{b_i}, k_{\text{Pi}} = \frac{\alpha_{1i}\omega_{\text{ni}}^2}{b_i}, k_{\text{Di}} = \frac{\alpha_{2i}\omega_{\text{ni}} - a_i}{b_i} \quad (16)$$

と定めることができる. ただし, $\omega_{\text{ni}} > 0$ は速応性に関するパラメータ, $\alpha_{1i} > 0$, $\alpha_{2i} > 0$ は安定度に関するパラメータである.

3 次の規範モデル (15) 式をバターワース標準形とし, パラメータを $\alpha_{ij} = 2$ ($i, j = 1, 2$), $\omega_{\text{ni}1} = 1$, $\omega_{\text{ni}2} = 0.8$ と選んだ. その結果, (16) 式により設計されたコントローラゲインは, 以下ようになる.

$$k_{\text{I1}} = 0.3181, k_{\text{P1}} = 0.6361, k_{\text{D1}} = 0.5074$$

$$k_{\text{I2}} = 1.0657, k_{\text{P2}} = 2.6642, k_{\text{D2}} = 2.8766$$

Fig. 7 Experimental results of I-PD control (model matching method)

これらのコントローラゲインを用い、実機実験を行った結果をFig. 7に示す。(16)式よりモデルマッチング法では ω_{ni} を大きくしない限りコントローラゲインを大きくすることができない。ここで示した設計例で得られるコントローラゲインは小さく、線形化誤差や入出力干渉に起因する外乱に対して弱い制御系となる。その結果、Fig. 7に示すように、特にピッチ角方向は非線形性や入出力干渉の影響が大きく、振動的な応答となっている。

4. 差分進化によるコントローラ設計

4.1 問題設定

モデルマッチング法で設計されるI-PDコントローラを用いると、非線形性や入出力干渉の影響で制御性能が不十分であった。そこで本論文では、非線形シミュレーションによりさまざまな目標値に対するピッチ角 θ_1 やヨー角 θ_2 の目標値追従と入出力干渉の特性を評価し、この評価値が小さくなるような（各軸ごとの単純な形式の）I-PDコントローラ(12)式を差分進化(DE)により探索する。ただし、規範モデルはモデルマッチング法で用いたものと同一のものを考える。

よく知られているように、1入出力の線形フィードバック制御系における時間応答は、外乱を0とした目標値応答と、目標値を0とした外乱応答の和で与えられる。本論文では、一方の目標値 θ_i^{ref} をステップ状に変化させ、他方の目標値 θ_j^{ref} を定値に設定する($(i,j)=(1,2), (2,1)$)。そして、このときの θ_i の応答を目標値応答、 θ_j の応答を（入出力干渉を外乱とみなした）外乱応答に相当するものと考え、これらの規範モデルの応答に対する偏差が小さくなるようにコントローラゲインを調整する¹。

¹たとえば、二つの目標値が同時に変化するなどといった目標値パターンがあらかじめわかっているのであれば、そのような目標値パターンを追加した問題設定をすることも可能である。

Fig. 8 Pattern of reference value θ_i^{ref} (Pattern 1~8)

具体的には、ピッチ角 θ_1 やヨー角 θ_2 の目標値 θ_1^{ref} , θ_2^{ref} を別々にステップ状に変化させ、Fig. 8に示す8種類の目標値(Pattern 1~8)を考える。ただし、ピッチ角方向は非線形性が強く、入出力干渉の影響も大きいので、ヨー角方向よりも多くの種類の目標値 θ_1^{ref} を考えている。いま、Pattern 1~8の目標値 θ_i^{ref} ($i=1,2$)それぞれに対し、規範モデル(15)式において初期値を考慮した出力 $\theta_{mi}(t)$ と、非線形シミュレーションにより計算されるI-PD制御系の出力 $\theta_i(t)$ との偏差 $\varepsilon_i(t) = \theta_{mi}(t) - \theta_i(t)$ を考える。このとき、Pattern 1~8に対する制御性能を表す評価値($\gamma_{ik} > 0$ により重み付けされた有限時間のIAE)

$$J_k = \sum_{i=1}^2 \gamma_{ik} \int_0^T |\varepsilon_i| dt \quad (k=1, \dots, 8) \quad (17)$$

をそれぞれ計算し、これらの総和を評価関数

$$J = \sum_{k=1}^8 J_k \quad (18)$$

とする。そして、この評価関数(18)式が最小となるようなI-PDコントローラ(12)式のゲイン

$$\mathbf{X} = [k_{I1} \ k_{P1} \ k_{D1} \ k_{I2} \ k_{P2} \ k_{D2}] \in \mathbb{R}^6$$

をDEにより探索するため、以下の制約条件付き最適化問題として定式化する。

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{X}} J \text{ subject to} \\ \max_{l=1, \dots, 6} \text{Re}[\lambda_l] < 0 \text{ and } \begin{cases} 0 \leq v_1 \leq 8 \text{ [V]} \\ |v_2| \leq 8 \text{ [V]} \\ |\theta_1| \leq 50 \text{ [deg]} \\ |\theta_2| \leq 1,080 \text{ [deg]} \end{cases} \end{aligned} \quad (19)$$

ただし、非線形モデル(5), (6)式において平衡点を $\theta_{e1}=0, \theta_{e2}=0$ として線形化したときのI-PD制御系の極(6次の分母多項式の根)を λ_l ($l=1, \dots, 6$)とする。(19)式における制約条件は、以下の事項を考慮したものである。

- (a) $\text{Re}[\lambda_l]$ の最大値を負とすることにより、少なくとも $\theta_{e1}=0, \theta_{e2}=0$ 近傍での安定性が保証される。
- (b) 2.2.2で示した指令電圧 v_1, v_2 の制限値を考慮する。ピッチ角 θ_1 については可動範囲(± 50 [deg])を考慮する。また、ヨー角 θ_2 が3回転($\pm 1,080$ [deg])を超えたときには、非線形性の影響により不

安定化していると判断する。

4.2 探索アルゴリズム

まず、制約条件を考慮せずに評価関数 (18) 式を最小化するコントローラゲインを探索するための DE のアルゴリズムを以下に示す。

Step 1) p 個の初期個体 $\mathbf{X}_i^{(1)} \in \mathbb{R}^q$ ($i=1, \dots, p, q=6$) を設定した範囲でランダムに生成する。そして、評価値 $f(\mathbf{X}_i^{(1)}) = J$ を計算する。

Step 2) $n=1, 2, \dots, N$ に対して以下の操作を繰り返す。

Step 2-1) ターゲットベクトル $\mathbf{X}_i^{(n)}$ ($i=1, 2, \dots, p$) に対して、これ以外から互いに異なる三つの個体 $\mathbf{X}_{r1}^{(n)}, \mathbf{X}_{r2}^{(n)}, \mathbf{X}_{r3}^{(n)}$ をランダムに選択し、変異ベクトル

$$\mathbf{M}_i^{(n)} = \mathbf{X}_{r1}^{(n)} + F(\mathbf{X}_{r2}^{(n)} - \mathbf{X}_{r3}^{(n)}) \quad (20)$$

を生成する。ただし、 $\mathbf{X}_{r1}^{(n)}$ はベースベクトル、 $F \in [0, 1]$ はスケール係数である。

Step 2-2) 交叉率 $C \in [0, 1]$ を与え、ターゲットベクトル $\mathbf{X}_i^{(n)}$ と変異ベクトル $\mathbf{M}_i^{(n)}$ を用いて、交叉式

$$U_{i,j}^{(n)} = \begin{cases} M_{i,j}^{(n)} & (\text{rand}_{i,j} \leq C \vee j = j_r) \\ X_{i,j}^{(n)} & (\text{rand}_{i,j} > C \wedge j \neq j_r) \end{cases} \quad (21)$$

により、トライアルベクトル $\mathbf{U}_i^{(n)}$ を生成する。ただし、 $U_{i,j}^{(n)}, M_{i,j}^{(n)}, X_{i,j}^{(n)}$ はそれぞれ $\mathbf{U}_i^{(n)}, \mathbf{M}_i^{(n)}, \mathbf{X}_i^{(n)}$ の j 番目の要素、 $\text{rand}_{i,j}$ は $[0, 1]$ の一様乱数とする。また、 j_r は $j=1, 2, \dots, q$ の中からランダムに選んだ整数である。

Step 2-3) $\mathbf{U}_i^{(n)}$ に対して非線形シミュレーションを行い、評価値 $f(\mathbf{U}_i^{(n)}) = J$ を計算する。 $f(\mathbf{U}_i^{(n)})$ と $f(\mathbf{X}_i^{(n)})$ を比較し、

$$\mathbf{X}_i^{(n+1)} = \begin{cases} \mathbf{U}_i^{(n)} & (f(\mathbf{U}_i^{(n)}) \leq f(\mathbf{X}_i^{(n)})) \\ \mathbf{X}_i^{(n)} & (f(\mathbf{U}_i^{(n)}) > f(\mathbf{X}_i^{(n)})) \end{cases} \quad (22)$$

のように、次世代の個体 $\mathbf{X}_i^{(n+1)}$ を生成する。このとき、評価値 $f(\mathbf{X}_i^{(n+1)})$ の値も継承する。

上述のアルゴリズムは、標準的な DE/rand/1/bin 戦略であるが、制約条件 (a), (b) を考慮するために、本論文ではこれに以下の工夫を加えた。

(i) Step 1) において、 $\theta_{e1}=0, \theta_{e2}=0$ 近傍で $\mathbf{X}_i^{(1)}$ に対する I-PD 制御系の安定性を判別する。不安定であると判別された場合、非線形シミュレーションを行うことはせず、Step 1) における評価値を $f(\mathbf{X}_i^{(1)}) = \infty, f^*(\mathbf{X}_i^{(1)}) = 0$ とする。ただし、評価値 $f^*(\cdot)$ については後述の (ii) で説明する。同様に、 $\mathbf{U}_i^{(n)}$ に対して不安定であると判別された場合、Step 2-3) における評価値を $f(\mathbf{U}_i^{(n)}) = \infty$,

$f^*(\mathbf{U}_i^{(n)}) = 0$ とする。

(ii) Step 1) において、 $\theta_{e1}=0, \theta_{e2}=0$ 近傍で $\mathbf{X}_i^{(1)}$ に対する I-PD 制御系が安定であると判別された場合、非線形シミュレーションを行う。そして、 $v_1, v_2, \theta_1, \theta_2$ のいずれかがそれらの制限値を超えた場合、Step 1) における評価値を $f(\mathbf{X}_i^{(1)}) = \infty$ とするとともに、制限値を超えた時刻 t_{limi} を $f^*(\mathbf{X}_i^{(1)}) = t_{\text{limi}}$ として保存する。同様に、 $\mathbf{U}_i^{(n)}$ としたときに制限値を超えた場合、Step 2-3) における評価値を $f(\mathbf{U}_i^{(n)}) = \infty$ とするとともに、 $f^*(\mathbf{U}_i^{(n)}) = t_{\text{limi}}$ として保存する。そして、 $f(\mathbf{X}_i^{(n)}) = \infty$ かつ $f(\mathbf{U}_i^{(n)}) = \infty$ の場合、(22) 式の代わりに

$$\mathbf{X}_i^{(n+1)} = \begin{cases} \mathbf{U}_i^{(n)} & (f^*(\mathbf{U}_i^{(n)}) \geq f^*(\mathbf{X}_i^{(n)})) \\ \mathbf{X}_i^{(n)} & (f^*(\mathbf{U}_i^{(n)}) < f^*(\mathbf{X}_i^{(n)})) \end{cases} \quad (23)$$

により次世代の個体 $\mathbf{X}_i^{(n+1)}$ を生成する。

文献 [4] のアルゴリズムでは、生成したすべての個体に対して非線形シミュレーションを行っている。それに対し、本論文のアルゴリズムでは、(i) のように、ある平衡点近傍での安定性が保証された個体に対してのみ非線形シミュレーションを行うことで、探索の効率化をはかっている。後述の 4.3 で示す数値例では初期個体群 $\mathbf{X}_i^{(1)}$ ($i=1, \dots, p$) のいずれかに安定なものが含まれていたが、安定なものが含まれていない場合は、アルゴリズムをさらに工夫する必要がある。たとえば、文献 [19] では、個体群に安定なものが含まれていない場合、極の最大固有値が小さい個体を次世代に残すように工夫している。なお、(i), (ii) において $f(\mathbf{X}_i^{(1)}) = \infty$ や $f(\mathbf{U}_i^{(n)}) = \infty$ とする操作は、実行不可能解に対して最も悪い評価値を与え、次世代への生存率を下げるための進化計算の方策である death penalty 法 [20] の範疇に含まれるものといえる。

4.3 設計例と実機実験による検証

モデルマッチング法と同様、3 次の規範モデル (15) 式のパラメータを $\alpha_{ij}=2$ ($i, j=1, 2$), $\omega_{n1}=1, \omega_{n2}=0.8$ と選んだ。このとき、規範モデルの 2% 整定時間は $G_{m1}(s)$ に対して 6.637 [s], $G_{m2}(s)$ に対して 8.297 [s] である。評価値 (17) 式の計算では、シミュレーション時間 T を 40 [s] (目標値は 10 [s] でステップ状に変化させる) とし、 T は 2% 整定時間よりも十分に長く選んだ。DE における各パラメータは、世代数を $N=1,500$ 、個体数を $p=60$ (決定変数の数 $q=6$ の 10 倍)、スケール係数を $F=0.8$ 、交叉率を $C=0.9$ とした。また、初期個体は $[0, 10]$ の範囲でランダムに生成した。

評価関数 (18) 式における重み $\gamma_1 = [\gamma_{11} \dots \gamma_{18}]$, $\gamma_2 = [\gamma_{21} \dots \gamma_{28}]$ は、

$$\text{Design 1: } \begin{cases} \gamma_1 = [12 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] \\ \gamma_2 = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0] \end{cases}$$

Table 3 Design results of DE

(a) Design 1

	J	k_{I1}	k_{P1}	k_{D1}	k_{I2}	k_{P2}	k_{D2}
STD	2.9082×10^{-14}	8.0209×10^{-8}	1.0737×10^{-7}	9.5866×10^{-8}	7.0839×10^{-8}	1.7753×10^{-7}	1.9694×10^{-7}
Best	2.7557	1.3102	3.2637	1.4848	1.1194	2.7846	3.1147

(b) Design 2

	J	k_{I1}	k_{P1}	k_{D1}	k_{I2}	k_{P2}	k_{D2}
STD	3.3102×10^{-14}	2.3515×10^{-7}	3.9770×10^{-7}	4.8016×10^{-7}	2.6236×10^{-9}	6.4462×10^{-9}	9.5059×10^{-9}
Best	15.661	5.1534	9.7589	9.5354	1.9881	4.8115	5.2339

$$\text{Design 2: } \begin{cases} \gamma_1 = [12 \ 12 \ 24 \ 24 \ 0 \ 0 \ 0.5 \ 0.5] \\ \gamma_2 = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1] \end{cases}$$

とした。これらの値は以下のような観点で決定している。

- Design 1 では、Pattern 1 の θ_1 の目標値追従特性と、Pattern 7 の θ_2 の目標値追従特性のみを評価するように重み付けした。ただし、これらが同程度に評価されるように、 $\gamma_{25}=1$ に対して $\gamma_{11}=360/30=12$ とした。
- Design 2 では、Pattern 1～4 の θ_1 の目標値追従特性、Pattern 5～8 の θ_2 の目標値追従特性、Pattern 7, 8 の θ_1 の入出力干渉の特性を評価するように重み付けした。ただし、Design 1 と同様、目標値追従特性が同程度に評価されるように重み $\gamma_{11}, \gamma_{12}, \gamma_{13}, \gamma_{14}, \gamma_{25}, \gamma_{26}, \gamma_{27}, \gamma_{28}$ の値を定めた。また、試行錯誤により外乱除去特性の重み γ_{17}, γ_{18} の値を決めた。なお、2.2.3 で示した実験結果 (Figs. 5, 6) により、 θ_1 の目標値変化が θ_2 に与える影響、および $\theta_1=0$ [deg] 近傍で θ_2 の目標値変化が θ_1 に与える影響が、ともに小さかったことを考慮し、簡単のため、外乱除去特性の重み $\gamma_{21}, \gamma_{22}, \gamma_{23}, \gamma_{24}$ および γ_{15}, γ_{16} を 0 に設定した。

これらの条件のもとで、評価関数 J を最小とするようなコントローラゲインの探索を行った結果を Table 3 および Figs. 9, 10 に示す。ただし、DE により得られる結果の収束性や一意性を検証するために、DE の各パラメータを固定し、5 種類の異なる初期個体群に対して計算を行った。Figs. 9, 10 より初期個体群によらず 500 世代くらいではほぼ収束していることが確認できる。また、最終的に得られる評価関数 J やコントローラゲイン k_{Ii}, k_{Pi}, k_{Di} の標準偏差 (STD) が十分に小さいため、一意的に収束している (初期個体群によらず同じ値に収束している) ことが確認できる。

つぎに、評価値の観点から Design 1 と Design 2 を比較する。最終的に得られた最良個体を用いたときの $E_i = \int_0^T |\varepsilon_i| dt$ の値を Table 4 に示す。Design 2 では評価しているが、Design 1 では評価していないパターンに対応する E_i の値 (Table 4 の太字) は、Pattern 7 の E_2 を除くと総じて小さくなっていることが確認できる。

Fig. 9 Transition of evaluation function J and gain k_{I1} Fig. 10 Transition of evaluation function J and gain k_{I1} (large scale of vertical axis in Fig. 9)

Table 4 Evaluation results

Pattern		1	2	3	4	5	6	7	8
Design 1	E_1	0.15	0.39	0.15	0.18	0.04	0.05	1.29	1.53
	E_2	0.18	0.15	0.04	0.04	0.90	4.29	1.51	4.42
Design 2	E_1	0.20	0.20	0.10	0.10	0.01	0.02	0.26	0.30
	E_2	0.10	0.08	0.03	0.02	2.24	0.79	2.21	0.74

Table 3 に示す最良個体 (Best) を用いて実機実験を行った結果を Figs. 11～14 に示す。Design 1, 2 とともに評価している Pattern 1 の θ_1 (Fig. 11 における 0～30 [s]) および Pattern 7 の θ_2 (Fig. 14 における 0～30 [s]) に関しては、目標軌道に良い精度で追従している。一方、それ以外の目標値追従特性に関しては、Pattern 7 の E_2 を除くと Design 1 よりも Design 2 の方が良い精度で

(a) Design 1

(b) Design 2

Fig. 11 Experimental results (Pattern 1, 2)

(a) Design 1

(b) Design 2

Fig. 12 Experimental results (Pattern 3, 4)

(a) Design 1

(b) Design 2

Fig. 13 Experimental results (Pattern 5, 6)

(a) Design 1

(b) Design 2

Fig. 14 Experimental results (Pattern 7, 8)

追従している。とくに、Fig. 14 より、Design 1 では考慮していなかった Pattern 7, 8 の入出力干渉の影響については、Design 2 で大幅に改善されていることが確認できる。

以上より、重みを適切に与えることによって、評価関数を小さくするような I-PD コントローラを DE を利用して設計すれば、所望の制御性能をもたせることができるといえる。

5. おわりに

本論文では、非線形性や入出力の相互干渉が無視できないような 2 入力 2 出力の 2 軸ヘリコプタに対して、目標値追従や（線形化誤差や入出力干渉に起因する）外乱除去を考慮した I-PD コントローラを DE により設計することを検討した。

DE による設計では、I-PD 制御系の応答と規範モデルの応答との偏差を非線形シミュレーションにより評価する必要がある。本論文では精度良く非線形シミュレ-

ーションを行うために、重力や遠心力・コリオリ力に関する非線形性だけでなく、操作量の非線形性を考慮した 2 軸ヘリコプタのモデリングの方法を提案した。I-PD コントローラ設計のための DE のアルゴリズムとしては標準的な DE/rand/1/bin 戦略に加えて、安定性および指令電圧や角度の制限値を考慮することを提案した。設計例では、得られる評価関数やコントローラゲインの収束性や一意性について検証し、DE の有用性を示した。最後に、DE により設計された I-PD コントローラを用いて実機実験による検証を行った。その結果、適切に重みを与えることによって目標値追従や外乱除去を実現できることが確認できた。

最後に、本論文に対して有益なコメントをいただいた査読者の方々に感謝の意を表します。また、ご助言をいただきました神戸大学大学院システム情報学研究科の浦久保孝光准教授に感謝いたします。

参考文献

- [1] J. Kennedy and R. Eberhart: Particle swarm optimization; *Proceedings of IEEE International Conference on Neural Networks*, pp. 1942–1948 (1995)
- [2] R. Storn and K. Price: Differential evolution — a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces; *Journal of Global Optimization*, Vol. 11, pp. 341–359 (1997)
- [3] 田邊, 串田, 畠中: 関数最適化における進化計算: 計測と制御, Vol. 54, No. 8, pp. 567–572 (2015)
- [4] 吉崎, 川田, 伊藤: 差分進化に基づくアーム型倒立振子の非線形準最適レギュレータ設計と実機実験による検証; システム制御情報学会論文誌, Vol. 28, No. 2, pp. 41–49 (2015)
- [5] 青谷, 川田: 差分進化に基づくアクロボットの振り上げ安定化制御; 第58回自動制御連合講演会, 1J2-3 (2015)
- [6] Y. Minami and T. Muromaki: Differential evolution algorithm based design of discrete-valued input systems; *Proceedings of SICE Annual Conference 2014*, pp. 333–336 (2014)
- [7] M. S. Saad, H. Jamaluddin and I. Z. M. Darus: PID controller tuning using evolutionary algorithms; *Wseas Transactions on Systems & Control*, Vol. 7, No. 4, pp. 139–149 (2012)
- [8] M. I. Solihin, R. Akmeliawati, R. Muhida and A. Legowo: Guaranteed robust state feedback controller via constrained optimization using differential evolution; *Proceedings of the 6th International Colloquium on Signal Processing & Its Applications*, pp. 272–277 (2010)
- [9] I. B. Tijani, R. Akmeliawati, A. G. Abdul Muthalif and A. Legowo: Optimization of PID controller for flexible link system using a pareto-based multi-objective differential (PMODE) evolution; *Proceedings of the 4th International Conference on Mechatronics*, 6 pages (2011)
- [10] 三田, 杉江: 進化型計算を用いた量子化出力に基づくシステム同定; 第60回システム制御情報学会研究発表講演会, 311-1 (2016)
- [11] Quanser Consulting Inc.: <http://www.quanser.com/>
- [12] M. J. G. Guarnizo, R. C. L. Trujillo and M. J. A. Guacaneme: Modeling and control of a two dof helicopter using a robust control design based on DK iteration; *Proceedings of IECON 2010: 36th Annual Conference on IEEE Industrial Electronics Society*, pp. 162–167 (2010)
- [13] 須田編著: PID 制御, 朝倉書店 (1992)
- [14] 森: 演習で学ぶ PID 制御, 森北出版 (2009)
- [15] 川田: MATLAB/Simulink と実機で学ぶ制御工学 — PID 制御から現代制御まで —, TechShare (2013)
- [16] 吉川, 川田: 非線形性を考慮した2軸ヘリコプタのモデリングと実機実験による検証; 第59回システム制御情報学会研究発表講演会, 224-1 (2015)
- [17] 田中: PIC マイコンでつくるインドア・プレーン, CQ 出版 (2005)
- [18] 計測自動制御学会編: ロボット制御の実例, コロナ社, pp. 62–71 (1997)
- [19] 室巻, 川田: 差分進化による k 次遅れ系の ITAE 最小化; システム制御情報学会論文誌, Vol. 30, No. 1, pp. 27–29 (2017)
- [20] E. Mezura-Montesa and C. A. C. Coello: Constraint-handling in nature-inspired numerical optimization: Past, present and future; *Swarm and Evolutionary Computation*, pp. 173–194 (2011)

著者略歴

よし かわ ゆう ま
吉 川 友 真

2016年3月舞鶴工業高等専門学校専攻科電気・制御システム工学専攻修了。2016年4月神戸大学大学院システム情報学研究科システム科学専攻博士課程前期課程に入学し、現在に至る。舞鶴工業高等専門学校に在学中は、進化計算の制御工学分野への応用に関する研究に従事。

かわ た まさ かつ
川 田 昌 克 (正会員)

1997年3月立命館大学大学院理工学研究科情報工学専攻博士後期課程修了。同年4月同大学理工学部助手、1998年4月舞鶴工業高等専門学校電子制御工学専攻助手、講師、助教授、准教授を経て、2010年3月より同教授となり、現在に至る。数値最適化、ロバスト制御とその応用に関する研究に従事。博士(工学)。計測自動制御学会、IEEEの会員。