不安定な補償器を用いた低剛性・高慣性比の二慣性系における外乱抑制性能の改善*

高山 誠[†]・小林 泰秀[†]

An Improvement by Unstable Controller in Disturbance Suppression Performance of Two-inertia System with Low Stiffness and High Inertia Ratio*

Makoto TAKAYAMA[†] and Yasuhide KOBAYASHI[†]

In order to improve control performance given by stable controller for disturbance suppression problem of two-inertia system with low stiffness and high inertia ratio, this paper proposes a simple structure of controller which has a similar characteristic of unstable controller given by $\mathcal{H}_\infty$ control design. The proposed controller has two tunable parameters, and a tuning procedure to minimize the closed-loop gain with desired stable margins is given, by which the proposed controller can be easily adjusted when physical parameters are changed. The optimal closed-loop gain by conventional control method (proportional control) and an rate of improvement by proposed method are theoretically given in terms of physical parameters of plant. The validity of the proposed method is shown by experimental results.

1. はじめに

近年, さまざまな制御対象に対して, できるだけ簡便な方法で良い制御性能を達成しようとする汎用サーボモータが産業用機械の駆動装置として広く用いられている. このようなモータの中には, 慣性や摩擦の推定機構を組み合わせて, 推定された物理パラメータから, ノッチの周波数や補償器のゲインを自動調整し, ユーザの調整がほとんど必要のないオートチューニングやチューニングレスの機能をもつものもある [1,2].

多くの汎用サーボモータでは, 補償器として従来経験的に広く用いられているノッチフィルタやPID制御則などの安定な補償器を採用しているが, 現実には接続される制御対象や求められる仕様はユーザによって幅広く, 常に従来の補償器構造とその調整則によって十分な性能が得られるとは限らない. 実際, 低剛性・高慣性比の二慣性系において十分な制御性能を得ることが難しい欠点をもつ. また, 機械の軽量化・高速化に伴って, 低剛性・

高慣性比の二慣性系の制御が必要になり, 制御性能の改善が求められている. すなわち, 良い性能を得ようとするほど, 問題設定に強く依存する補償器構造が必要になると考えられる.

いっぽう, $\mathcal{H}_\infty$ 制御などのロバスト制御系設計を行えば, 与えられた制御対象の情報に基づき, $\mathcal{H}_\infty$ ノルムなどの意味で最適で不安定な補償器を得ることができる. しかし, 得られる補償器の動特性と制御対象の物理パラメータの関連は, 単純な二慣性系の場合でさえ明らかではないため, 制御対象が変更されるたびに補償器の再設計を行わなければならない, 計算コストが問題となる.

本研究では, 典型的な問題設定ごとに, 良い性能が達成でき, かつ, 調整が容易な補償器構造を提案することを目指す. そのために制御対象の物理パラメータは既知または推定可能で, 補償器の設定に利用できることとする. 本論文では低剛性・高慣性比の外乱抑制問題を取り扱う. その際, 多くの汎用サーボモータで慣性比 10~30 倍が許容値とされていることから (たとえば [1]), 慣性比 10 倍以上を想定する. これまで二慣性系の制御法としてさまざまな方法が研究されている [3]. しかし, それらの多くは 10 倍未満の慣性比を想定しており [4–8], 本研究の問題設定は扱われていない.

従来研究 [9] において, 安定化補償器のパラメトリゼーションに基づいた, 制御対象の物理パラメータに陽に依存する不安定な補償器が提案されたが, 閉ループ系のゲ

* 原稿受付 2016 年 11 月 25 日
第 58 回自動制御連合講演会にて発表 (2015 年 11 月)

[†] 長岡技術科学大学 大学院 工学研究科 Graduate School of Engineering, Nagaoka University of Technology; 1603-1 Kamitomiokamachi, Nagaoka city, Niigata 940-2188, JAPAN

Key Words: two-inertia system, disturbance suppression, unstable controller.

Fig. 1 Block diagram of experimental apparatus

Table 1 Experimental equipments

PC	Dell Dimension 2100 / Fedora Core 1 (RTLinux 3.2-pre3, Linux kernel 2.4.22)
D/A	CONTEC DA12-4(PCI) (12bit, 10μs)
counter	CONTEC CNT24-4(PCI)H (24bit, 1MHz)
PIO	CONTEC PIO-32/32T(PCI) (Parallel input output, 32bit 200ns)
Driving motor	YASKAWA ELECTRIC CORP. SGM4V-02A, SGD7V-1R6A (rated power 200 W, rated torque 0.637 Nm(max 1.91 Nm), rotor inertia moment $0.116 \times 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$)
Driven motor	MITSUBISHI ELECTRIC CORP. HF-MP23, MR-J3-20A (rated power 200 W, rated torque 0.64 Nm(max 1.9 Nm), rotor inertia moment $0.088 \times 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$)

インが0となる仮想的補償器をベースとしており、補償器がハイゲインでパラメータ変動に対する安定余裕が小さいという実用上の問題があった。

本研究でも従来研究と同様に、安定な補償器で得られる制御性能を改善するために、不安定な補償器構造を提案する。その際、現実的な大きさの不確かさを考慮した $\mathcal{H}_\infty$ 補償器をベースとすることにより、所望の安定余裕を達成し、かつ閉ループ系のゲインを最小化するような可調整パラメータの設定法を示す。さらに、提案する補償器の実用性を実験により確認する。

2. 実験装置と問題設定

本節では、本研究で扱う実験装置と問題設定を述べる。

実験装置の概要を Fig. 1 に、装置諸元を Table 1 に示す。ほぼ同じ仕様の二つの AC サーボモータが、板ばねを用いた柔軟カップリングを介してサーボモータの約 20 倍の慣性負荷ディスクに接続されている。パソコンから D/A 変換器を介して二つのサーボモータのトルク指令 T_M , T_L を与え、ロータリエンコーダとカウンタを用いて各モータの回転速度 ω_M , ω_L を計測できる。Fig. 1 の閉ループ系を Fig. 2 のように表す。システムの制御目的は従動側慣性に働く外乱トルク T_L に対して、駆動側モータで適当なトルク T_M を与えることによって、従動側慣性の速度 ω_L を一定に保つことである。 T_M は駆動側モータの速度 ω_M を計測することによって生成される。すなわち、 ω_M と T_M はそれぞれ設計される補償器

Fig. 2 Closed-loop system

K の入力と出力である。

$\begin{bmatrix} T_L & T_M \end{bmatrix}^T$ から $\begin{bmatrix} \omega_L & \omega_M \end{bmatrix}^T$ までの入出力関係を $\hat{P}(s)$ と表す。ここで、 $\hat{P}_{ab}(s)$ を b から a までの伝達関数とし、 $a=1, 2$ がそれぞれ ω_L, ω_M に、 $b=1, 2$ がそれぞれ T_L, T_M に対応するとして次式のように表す。

$$\hat{P}(s) := \begin{bmatrix} \hat{P}_{11}(s) & \hat{P}_{12}(s) \\ \hat{P}_{21}(s) & \hat{P}_{22}(s) \end{bmatrix} \quad (1)$$

次の外乱抑制問題を考える。以下の条件を満足し、かつ、 γ を最小化する補償器 $K(s)$ を求める問題である。

- (1) Fig. 2 の閉ループ系が内部安定
- (2) 所望の安定余裕を確保
- (3) $\|G_{cl}\|_\infty < \gamma$

ただし、 G_{cl} は T_L から ω_L までの閉ループ伝達関数である。

上記の問題では従動側の慣性負荷における外乱抑制性能のみが評価されており、駆動側モータに関する制約は課されていない。よって、負荷の振動を抑制するために、駆動側モータが激しく振動するような状況が許される問題設定となっていることに注意されたい。この結果次節で、駆動側慣性に許された振動と引き換えに従動側慣性の振動を抑制する積極的な制御則が不安定な補償器として得られていると考えられる。二慣性ねじり振動系に対して $\mathcal{H}_\infty$ 制御系設計を行った研究は数多く報告されているが（たとえば [10,11]），上記の点が従来研究と異なる。

3. 提案する不安定な補償器構造の動機付け

本節では、実機に対して $\mathcal{H}_\infty$ 制御系設計を行った概要について述べ、提案する不安定な補償器構造を動機付ける。 $\mathcal{H}_\infty$ 制御系設計では閉ループ系の安定性を保証するために、ノミナルプラントのモデル化誤差を乗法的振動モデルを用いて見積もる。また、定数スケーリング付き $\mathcal{H}_\infty$ 制御問題に帰着して補償器設計を行う。

3.1 $\mathcal{H}_\infty$ 制御系設計

周波数応答実験を行って、 $\hat{P}(s)$ の周波数応答を取得する。 $T_M(t) \equiv 0$, $T_L(t)$ として正弦波信号を入力し、 $\hat{P}_{11}(s)$ と $\hat{P}_{21}(s)$ の周波数応答を、 $T_L(t) \equiv 0$, $T_M(t)$ として正弦波信号を入力し、 $\hat{P}_{12}(s)$ と $\hat{P}_{22}(s)$ の周波数応答を Fig. 3 の点のように得る。

物理モデルを $\hat{P}(s)$ に対するノミナルプラント

$$P(s) := \begin{bmatrix} P_{11}(s) & P_{12}(s) \\ P_{21}(s) & P_{22}(s) \end{bmatrix} \quad (2)$$

として，補償器設計を行う．物理モデルの詳細については4.で述べる．その際， $P_{22}(s)$ のモデル化誤差を次のような乗法的摂動モデルを用いて見積もる．

振角周波数 351 rad/s 付近でノッチ特性をもつことがわかる。ただし、位相が 360° 進んでおり、従来用いられるノッチフィルタとは異なり、不安定な補償器となっている。 H_∞ 制御系設計では、積極的に性能を最適化した際に、しばしば不安定な補償器が得られることがある。本節の問題ではロバスト安定余裕をさらに小さくして性能向上を図る場合にも常に得られることを確認している。このような不安定な補償器は、従来の PID 制御やノッチフィルタでは表現することができない。

ノッチ中心の角周波数はほぼ制御対象の共振角周波数に一致しており、開ループ系 $\hat{P}_{22}K$ のゲイン特性がピークをもたないように、 $\hat{P}_{22}$ の共振ピークをつぶしていると考えられる。位相特性が進んでいる直感的な理由は明らかではないが、この結果、開ループ系のナイキスト軌跡は共振角周波数付近で、補償器 K のノッチで低減された $\hat{P}_{22}$ のゲイン特性で定まる余裕をもって、点 -1 を囲むようになる。

3.2 提案型補償器の導入

本論文では、

$$K_{\text{prop}}(s) = -a_0 \frac{s^2 + 2a_1\omega_n s + \omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}, \quad \zeta = -\frac{1}{\sqrt{2}} \quad (5)$$

を、 $\mathcal{H}_\infty$ 補償器に似た特性をもつ簡便な補償器構造として提案する。この提案型補償器のボード線図を Fig. 6 の太い実線に示す。 ω_n は 4. で述べる非減衰共振角周波数である。ここで、 $\zeta < 0$ より、この補償器は不安定である。また、分子多項式の形より、共振角周波数付近でノッチ特性をもつ。ただし、分母多項式の虚軸上における絶対値が低角周波数域でできるだけフラットな特性を示すように（ノッチ特性ができるだけ分子多項式の特性

で定まるように), $\zeta = -\frac{1}{\sqrt{2}}$ としている.

a_0 と a_1 は制御対象に依存して決定されるべき正数の可調整パラメータである. 本論文の以降の目的は, この可調整パラメータの最適値を制御対象の物理パラメータを用いて表すことである.

4. 物理モデル

本節では, 実験装置の物理モデルについて述べた後, 正規化した物理モデルを与える. 本論文では以下, **3.** で述べた外乱抑制問題の意味で最適な, 提案型補償器の可調整パラメータの決定法を与える. その際の議論が容易となるように本節では, おもに慣性比に関して適当な正規化を施すことにより, 一般性を失うことなくパラメータの数を減らした簡単な物理モデルの表現を導出しておく.

4.1 実験装置の物理モデル

Fig. 7 のような二慣性系を考える. 二慣性系の運動方程式は次式で与えられる.

$$J_M \dot{\omega}_M = T_M - T_S \quad (6)$$

$$T_S = K_S \theta_r + C_S \dot{\theta}_r, \quad \dot{\theta}_r = \omega_M - \omega_L \quad (7)$$

$$J_L \dot{\omega}_L = T_L + T_S - C_L \omega_L \quad (8)$$

ただし, T_S は軸のねじりトルク, θ_r は両慣性の相対角度 (軸のねじれ角), J_M は駆動側慣性モーメント, J_L は従動側慣性モーメント, K_S は軸のねじりバネ定数, C_S は軸の減衰係数, C_L は従動側の減衰係数である.

システム P の状態を $x := [\theta_r \ \omega_M \ \omega_L]^T$, 入力を $u := [T_L \ T_M]^T$, 出力を $y := [\omega_L \ \omega_M]^T$ とおくと, この状態空間表現は次のように与えられる.

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad y = Cx \quad (9)$$

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C^T & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ -\frac{K_S}{J_M} & -\frac{C_S}{J_M} & \frac{C_S}{J_M} & 0 & \frac{1}{J_M} \\ \frac{K_S}{J_L} & \frac{C_S}{J_L} & -\frac{C_S + C_L}{J_L} & \frac{1}{J_L} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

また, システムの伝達関数行列は次式で与えられる [9].

$$\begin{aligned} P(s) &:= \begin{bmatrix} P_{11}(s) & P_{12}(s) \\ P_{21}(s) & P_{22}(s) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} J_M s^2 + C_S s + K_S & C_S s + K_S \\ C_S s + K_S & J_L s^2 + (C_S + C_L)s + K_S \end{bmatrix} \\ &= \frac{s J(\bar{J} s^2 + C_S s + K_S) + C_L (J_M s^2 + C_S s + K_S)}{s J(\bar{J} s^2 + C_S s + K_S) + C_L (J_M s^2 + C_S s + K_S)}, \end{aligned} \quad (11)$$

$$J := J_M + J_L, \quad \bar{J} := \frac{J_M J_L}{J_M + J_L}$$

ここで, $P_{22}(s)$ の非減衰共振角周波数 ω_n と非減衰共振角周波数 ω_a , すなわち $C_L = C_S = 0$ としたときの共

Fig. 7 Two-inertia system

Table 2 Physical parameter

J_M	$2.00 \times 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$	C_S	$8.0 \times 10^{-5} \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s/rad}$
J_L	$2.51 \times 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$	C_L	$3.3 \times 10^{-4} \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s/rad}$
K_S	$2.48 \text{ N} \cdot \text{m/rad}$		

振および反共振角周波数はそれぞれ次式で与えられる.

$$\omega_n = \sqrt{\left(\frac{1}{J_M} + \frac{1}{J_L}\right) K_S}, \quad \omega_a = \sqrt{\frac{K_S}{J_L}} \quad (12)$$

(11) 式より, Fig. 1 の実験装置の物理パラメータを周波数応答実験の結果に合うように決定した. 結果を Table 2 に示す.

4.2 正規化した物理モデル

システムのできるだけ簡単な表現を導出する. システムの状態を $\bar{x}$

$$\bar{x} = Tx = \begin{bmatrix} \alpha \omega_M + (1 - \alpha) \omega_L \\ \theta_r \\ \omega_L - \omega_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_{ave} \\ \theta_r \\ -\dot{\theta}_r \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$T := \begin{bmatrix} 0 & \alpha & 1 - \alpha \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}, \quad \alpha := \frac{1}{1 + r}, \quad r := \frac{J_L}{J_M} \quad (14)$$

とおき, システムの入力を $\bar{u} := \begin{bmatrix} \frac{T_L}{J_L} & \frac{T_M}{J_M} \end{bmatrix}^T$ とする. さらに, C_L は $P_{22}(s)$ の反共振のノッチの深さと低角周波数域のゲインに変化を与えるのみで, 本論文の主張に影響を与えないため $C_L = 0$ とすると, $\bar{u}$ から y までのシステム $\bar{P}$ の状態空間表現が次式で与えられる.

$$\dot{\bar{x}} = \bar{A}\bar{x} + \bar{B}\bar{u}, \quad y = \bar{C}\bar{x} \quad (15)$$

$$\begin{bmatrix} \bar{A} & \bar{B} \\ \bar{C}^T & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 - \alpha & \alpha \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & \omega_n^2 & -2\xi\omega_n & 1 & -1 \\ 1 & 0 & \alpha & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \alpha - 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (16)$$

$$2\xi\omega_n := \left(\frac{1}{J_M} + \frac{1}{J_L}\right) C_S$$

本論文では慣性比 r が 10 以上の場合を扱う¹. また, システムの伝達関数行列は次式で与えられる.

¹ 10 に特別な意味はなく, **6.2** で述べるように $r > 6.49$ であれば提案型補償器とそのパラメータ調整則が適用できる.

Fig. 8 Closed loop system

$$\begin{aligned}\bar{P}(s) &:= \begin{bmatrix} \bar{P}_{11}(s) & \bar{P}_{12}(s) \\ \bar{P}_{21}(s) & \bar{P}_{22}(s) \end{bmatrix} \\ &= \frac{\begin{bmatrix} s^2 + (1-\alpha)(2\xi\omega_n s + \omega_n^2) & \alpha(2\xi\omega_n s + \omega_n^2) \\ (1-\alpha)(2\xi\omega_n s + \omega_n^2) & s^2 + \alpha(2\xi\omega_n s + \omega_n^2) \end{bmatrix}}{s(s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2)}\end{aligned}\quad (17)$$

このとき、 ω_n と ω_a の関係は α を用いて次式のように表せる。

$$\omega_a = \omega_n \sqrt{\alpha} \quad (18)$$

$\bar{P}$ と K を用いると、Fig. 7 は Fig. 8 に示すような閉ループ系となる。閉ループ伝達関数 G_{cl} は次式で与えられる。

$$\begin{aligned}G_{cl} &= \bar{P}_{11} + \frac{\bar{P}_{12}K\bar{P}_{21}}{1 - \bar{P}_{22}K} \\ &= \frac{\bar{P}_{11} - \bar{P}_{11}K\bar{P}_{22} + \bar{P}_{12}K\bar{P}_{21}}{1 - \bar{P}_{22}K}\end{aligned}\quad (19)$$

以降では簡単のため、 $\omega_n = 1$ の場合を考えるが、 $\omega_n \neq 1$ の場合も同様に議論できる。

5. 閉ループ系が安定となる条件

本節では提案型補償器を用いた制御系が安定となるための、可調整パラメータに関する条件を示す。ここからは、比例補償器を用いる場合についても述べる。PID 補償器の微分動作は、高周波数域で相補感度関数が小さくならず、ロバスト安定性を損なうために省略する。また、積分動作は 6.2 で $\mathcal{H}_\infty$ ノルム最小化に対して効果がなことを示し、ここでも省略する。

5.1 比例補償器の場合

負実数 K_P を用いて、

$$T_M = K_P \omega_M \quad (20)$$

とする比例制御系を考える。 $\bar{P}_{22}$ の位相遅れは $\pm 90^\circ$ に収まることから、(負帰還とするためフィードバックの加算点に -1 倍を導入したときの) 一巡伝達関数 $-\bar{P}_{22}K_P$ のベクトル軌跡は右半平面内に留まり、よって -1 を回らず、閉ループ系は安定となる。よって、 K_P によらず、位相余裕は 90° 以上、ゲイン余裕は無限大となる。

5.2 提案型補償器の場合

閉ループ系が安定となるための条件をフルビッツの安定判別により導出する。ただし、本論文ではねじり剛性

が低い制御対象を考えるため、以降では簡単のため $\xi = 0$ と仮定する。そのときの制御対象 $\tilde{P}(s)$ は以下となる。

$$\bar{P}(s)|_{\xi=0} = \tilde{P}(s) = \frac{\begin{bmatrix} s^2 + (1-\alpha) & \alpha \\ 1-\alpha & s^2 + \alpha \end{bmatrix}}{s(s^2 + 1)} \quad (21)$$

7. に示す実験では、 $\xi \neq 0$ ($\xi \ll 1$) の装置を扱い、提案型補償器を使用できることを確認している。

次の結果が成り立つ。

【補題 1】 閉ループ系が安定となるための必要十分条件は次式が成り立つことである。

$$\zeta > -a_0 \frac{1 - \alpha + a_0 a_1 \alpha - \sqrt{a_0 a_1 \alpha \{a_0 a_1 \alpha + 2\alpha(1-\alpha)\}}}{2(1 + 2a_0 a_1 \alpha)} \quad (22)$$

(証明)

$$\begin{aligned}& 1 - \tilde{P}_{22}(s)K_{\text{prop}}(s) \\ &= 1 + \frac{s^2 + \alpha}{s(s^2 + 1)} a_0 \frac{s^2 + 2a_1 s + 1}{s^2 + 2\zeta s + 1} = 0\end{aligned}\quad (23)$$

より、特性方程式は

$$\begin{aligned}& s^5 + (2\zeta + a_0)s^4 + 2(1 + a_0 a_1)s^3 \\ &+ \{2\zeta + a_0(1 + \alpha)\}s^2 + (1 + 2a_0 a_1 \alpha)s + a_0 \alpha = 0\end{aligned}\quad (24)$$

となる。特性多項式のすべての係数が正となるために、 a_0 は

$$\zeta > -\frac{a_0}{2} \quad (25)$$

を満たすように選ばれる必要がある。行列 H_4 を

$$H_4 = \begin{bmatrix} 2\zeta + a_0 & 2\zeta + a_0(1 + \alpha) & a_0 \alpha & 0 \\ 1 & 2(1 + a_0 a_1) & 1 + 2a_0 a_1 \alpha & 0 \\ 0 & 2\zeta + a_0 & 2\zeta + a_0(1 + \alpha) & a_0 \alpha \\ 0 & 1 & 2(1 + a_0 a_1) & 1 + 2a_0 a_1 \alpha \end{bmatrix} \quad (26)$$

とおくとフルビッツの安定判別より、 $\tilde{P}$ と K_{prop} から成る閉ループ系が安定となるための必要十分条件は、

$$|H_4| > 0, \quad |H_2| > 0 \quad (27)$$

が成り立つことである。ただし、 H_2 は H_4 の左上 2 行 2 列部分の行列である。

$$|H_2| = 2a_0^2 a_1 + a_0(1 - \alpha + 4a_1 \zeta) + 2\zeta \quad (28)$$

より、 $|H_2| > 0$ は次式と等価である。

$$\zeta > -\frac{a_0}{2} \frac{1 - \alpha + 2a_0 a_1}{1 + 2a_0 a_1} \quad (29)$$

また、

$$\begin{aligned}|H_4| &= 2a_0 a_1 (1 - \alpha) \{ 8a_0 a_1 \zeta^2 \alpha + 4a_0^2 a_1 \zeta \alpha + 4\zeta^2 \\ &+ 4a_0 \zeta (1 - \alpha) + a_0^2 (1 - \alpha)^2 \}\end{aligned}$$

(30)

より, $|H_4| > 0$ は (22) 式が次式が成り立つことと等価である.

$$\zeta < -a_0 \frac{1-\alpha+a_0a_1\alpha+\sqrt{a_0a_1\alpha\{a_0a_1\alpha+2\alpha(1-\alpha)\}}}{2(1+2a_0a_1\alpha)} \quad (31)$$

ただし, $a_0 > 0$, $a_1 > 0$, $\alpha < 1$ より $2a_0a_1(1-\alpha)$ が正であることを用いた. (31) 式は (25) 式と (29) 式の条件に矛盾する. 一方で (22) 式が成り立つならば, (25) 式と (29) 式も成り立つ. したがって, 閉ループ系が安定となるための必要十分条件は (22) 式が成り立つことである. □

6. 閉ループ系の $\mathcal{H}_\infty$ ノルムに関する制約と提案型補償器による改善

本節では, 閉ループ系の $\mathcal{H}_\infty$ ノルムを最小化する補償器を検討する. まず比例制御を用いる場合には, 補償器によらず閉ループ系のゲインが不変となる角周波数 (ω^* とする) が存在する制約があることを示し, 比例制御系の $\mathcal{H}_\infty$ ノルムの下限を与える. つぎに, 提案型補償器の場合には, この制約が緩和され ω^* におけるゲインを比例制御系より小さくできることを示す. ただし, 5.2 と同様に制御対象 $\tilde{P}(s)$ について考える.

6.1 比例補償器の場合

閉ループ伝達関数は次式で与えられる.

$$G_{cl} = \tilde{P}_{11} \frac{1-cK_P}{1-\tilde{P}_{22}K_P}, \quad c := \tilde{P}_{22} - \frac{\tilde{P}_{12}\tilde{P}_{21}}{\tilde{P}_{11}} \quad (32)$$

このとき, $\omega_a = \sqrt{\alpha}$ より低い角周波数域において, G_{cl} と $\tilde{P}_{11}$ のゲインが一致する角周波数が存在する. 次の結果が成り立つ.

【補題 2】 閉ループ伝達関数 G_{cl} を (32) 式で与える. このとき,

$$\omega^* = \sqrt{\frac{1-\sqrt{1-2\alpha(1-\alpha)}}{2}} \quad (33)$$

で与えられる角周波数 $\omega = \omega^*$ において次式が成り立つ.

$$|G_{cl}(j\omega^*)| = |\tilde{P}_{11}(j\omega^*)| = \frac{1-\alpha-\omega^{*2}}{\omega^*(1-\omega^{*2})} \quad (34)$$

(証明) (32) 式の c と $\tilde{P}_{22}$ が複素共役の関係となる角周波数が存在し, その角周波数における閉ループ系のゲインは, $\frac{1-cK_P}{1-\tilde{P}_{22}K_P}$ の絶対値が K_P によらず 1 となることから, (34) 式のように $\tilde{P}_{11}$ のゲインで与えられる. c と $\tilde{P}_{22}$ が複素共役の関係となることは, 次式と等価である.

$$2\tilde{P}_{11}(j\omega)\tilde{P}_{22}(j\omega) = \tilde{P}_{12}(j\omega)\tilde{P}_{21}(j\omega) \quad (35)$$

ただし, $\overline{\tilde{P}_{22}(j\omega)} = -\tilde{P}_{22}(j\omega)$ を用いた. (21) 式より,

上式を満たす解 $\omega = \omega^*$ が存在することは次のようにわかる: $\alpha \ll 1$ より角周波数帯域 $\omega < \sqrt{\alpha}$ において, $\tilde{P}_{11}(j\omega)$ と $\tilde{P}_{21}(j\omega)$ のゲインはほぼ等しい. さらに, $2\tilde{P}_{22}(j\omega)$ と $\tilde{P}_{12}(j\omega)$ のゲインは, 前者が低角周波数域で後者よりも大きく, ω_a に近づくにつれて後者よりも小さくなる. よって, この角周波数帯域中に, 両者が一致する角周波数が存在する. 実際, (35) 式を ω について解くと,

$$\omega = \sqrt{\frac{1 \pm \sqrt{1-2\alpha(1-\alpha)}}{2}} \quad (36)$$

となり, $\omega < 1$ より, 負号を選ぶと (33) 式を得る. □

よって, 比例制御の場合, 補償器の選び方によらず閉ループ系のゲインが不変となる角周波数が存在し, その角周波数における閉ループ系のゲインが比例制御系の $\mathcal{H}_\infty$ ノルムの下限を与える. 実際には, $|K_P|$ を大きくすると ω^* よりも低周波数域のゲインは小さく, 高周波数域のゲインは大きくなり, 逆に $|K_P|$ を小さくすると低周波数域のゲインは大きく, 高周波数域のゲインは小さくなり, 閉ループ系のゲインに近づく. この中間に適当な $|K_P|$ が存在し, (34) 式が比例制御系の $\mathcal{H}_\infty$ ノルムの下限を与える. 実際そのような K_P は, ω^* における閉ループ系のゲイン (34) 式に次式で与えられる直流ゲインを一致させるもの (K_P^* とおく) として定まる.

$$G_{cl}(0) = (\tilde{P} \star K_P)(0) = -\frac{1-\alpha}{\alpha K_P} \quad (37)$$

すなわち,

$$K_P^* = -\frac{(1-\alpha)\omega^*(1-\omega^{*2})}{\alpha(1-\alpha-\omega^{*2})} \quad (38)$$

である. また, $\alpha \ll 1$ より $\sqrt{1-2\alpha(1-\alpha)} \simeq 1-\alpha$ と $(1-\alpha)(1-\omega^{*2}) \simeq (1-\alpha-\omega^{*2})$ の近似を行うと,

$$\omega^* \simeq \sqrt{\frac{\alpha}{2}}, \quad K_P^* \simeq -\frac{1}{\sqrt{2\alpha}} \quad (39)$$

を得る.

7. に示す実験では ω_n に制約がない一般の場合および, システムの入力が $\bar{u}$ ではなく u である場合を扱う. $\omega_n \neq 1$ においても $\omega_n = 1$ のときと同様の手順を踏むことで, 次の結果が成り立つ: ω^* と K_P^* の近似値は次式で与えられる.

$$\omega^* \simeq \sqrt{\frac{\alpha}{2}} \omega_n, \quad K_P^* \simeq -\frac{1}{\sqrt{2\alpha}} \omega_n \quad (40)$$

さらに, 制御入力を u とした場合に対する K_P^* の近似値は次式で与えられる.

$$K_P^* \simeq -\frac{1}{\sqrt{2\alpha}} \omega_n J_M \quad (41)$$

制御入力 u と $\bar{u}$ には $\bar{u} = \frac{u}{J_M}$ が成り立つことから, 制御入力を u とする補償器は制御入力を $\bar{u}$ とする補償器

の J_M 倍で与えられる。

6.2 提案型補償器の場合

(32) 式における c と $\tilde{P}_{22}$ が複素共役となる角周波数が存在する現象は、制御対象固有のものである。よって、比例補償器のようにこの角周波数における位相が 180° である限り（または 0° の場合も）、この角周波数における $\tilde{P}_{11}$ のゲインよりも小さな閉ループ系のゲインを得ることはできない。提案型補償器では、この角周波数付近の位相遅れが 180° よりも小さく、上記の制約が緩和される。次の結果が成り立つ。

【補題 3】 提案型補償器を用いたとき、角周波数 ω^* における $\tilde{P}_{11}$ のゲインに対する閉ループ伝達関数 G_{cl} のゲインの倍率 $\left| \frac{G_{cl}(j\omega^*)}{\tilde{P}_{11}(j\omega^*)} \right|$ は 1 より小さい。すなわち、次式が成り立つ。

$$\left| \frac{1 - c(j\omega^*)K_{prop}(j\omega^*)}{1 - \tilde{P}_{22}(j\omega^*)K_{prop}(j\omega^*)} \right| < 1 \quad (42)$$

（証明）提案型補償器の位相が

$$-180^\circ < \angle K_{prop}(j\omega) < -90^\circ \quad (0 < \omega < \omega_a) \quad (43)$$

であることと、 $\omega = \omega^*$ において c が正の虚部をもつ純虚数と見なせることから、 $c(j\omega^*)K_{prop}(j\omega^*)$ は複素平面上の第 4 象限（実部が正、虚部が負）、 $\tilde{P}_{22}(j\omega^*)K_{prop}(j\omega^*)$ は第 2 象限（実部が負、虚部が正）に入る。よって、(42) 式が成り立つ。□

したがって、角周波数 ω^* において比例補償器より小さなゲインが達成される。ここで、比例積分補償器 $K_{PI} = K_P + \frac{K_I}{s}$ の場合には、フルビッツの安定判別より閉ループ系が安定となるための必要十分条件が K_P と K_I がともに負であること、これより

$$90^\circ < \angle K_{PI}(j\omega) \leq 180^\circ \quad (44)$$

が成り立つことから、倍率 $\left| \frac{G_{cl}(j\omega^*)}{\tilde{P}_{11}(j\omega^*)} \right|$ は 1 より大きくなる。よって、積分動作は比例補償器で得られる性能を改善しないため、以降では比較対象として比例補償器のみを考える。

(42) 式の左辺を $\beta(a_0, a_1)$ とおき、 $\omega = \omega^*$ における比例補償器に対する改善率を指定することを考える。ただし、これを小さくしても $\omega = \omega^*$ 以外の周波数域で閉ループゲインが上昇する可能性があるため、特徴的な周波数 ($\omega = 0, \omega_a$) より与えられる限界をまず考える。 $\tilde{P}_{22}$ の反共振角周波数 ω_a における閉ループゲインの下限値は、(25) 式より、 $2\zeta + a_0 > 0$ であることに注意すると、

$$\begin{aligned} |G_{cl}(j\omega_a)| &= |\tilde{P}_{11} + \tilde{P}_{12}K_{prop}\tilde{P}_{21}| \\ &= \frac{\sqrt{\alpha\{2\zeta(1-2\alpha) + a_0(1-\alpha)\}^2 + \{1-\alpha(3-2\alpha) - 2a_0a_1\alpha\}^2}}{\sqrt{\alpha}(1-\alpha)\sqrt{(1-\alpha)^2 + 4\zeta^2\alpha}} \end{aligned}$$

$$\geq \frac{2\zeta(1-2\alpha) + a_0(1-\alpha)}{(1-\alpha)\sqrt{(1-\alpha)^2 + 4\zeta^2\alpha}} \quad (45)$$

より、 a_0 が小さいほど小さくなるが、逆に $\omega = 0$ における閉ループゲイン

$$|G_{cl}(j \cdot 0)| = \frac{1-\alpha}{\alpha a_0} \quad (46)$$

は大きくなる。よって、(45) 式の下限値に $|G_{cl}(j \cdot 0)|$ を一致させる a_0 が

$$a_0 = \frac{1-2\alpha}{1-\alpha} \left\{ -\zeta + \sqrt{\zeta^2 + \frac{(1-\alpha)^3\sqrt{(1-\alpha)^2 + 4\zeta^2\alpha}}{\alpha(1-2\alpha)^2}} \right\} \quad (47)$$

と求まる。したがって、比例制御の場合 ((37) 式) との比をとることで、 $\beta(a_0, a_1)$ の下限が次のように定まる。

$$\beta(a_0, a_1) \geq \frac{\frac{1-\alpha}{\alpha a_0}}{-\frac{1-\alpha}{\alpha K_P^*}} = \frac{-K_P^*}{a_0} > \frac{\sqrt{1-\alpha}}{\sqrt{\alpha} + \sqrt{2+\alpha}} \approx 0.71 \quad (48)$$

ただし、(33)、(38) 式と $1-2\alpha(1-\alpha) < \{1-\alpha(1-\alpha)\}^2$ 、 $1-2\alpha(1-\alpha) > (1-\alpha)^2$ の関係式より $-K_P^*$ の下限が

$$-K_P^* = \frac{(1-\alpha)\omega^*(1-\omega^{*2})}{\alpha(1-\alpha-\omega^{*2})} > \sqrt{\frac{1-\alpha}{\alpha(2-\alpha)}}$$

と表せることと、(47) 式と $(1-\alpha)^2 + 2\alpha < (1+\alpha)^2$ 、 $\frac{1-2\alpha}{1-\alpha} < 1$ 、 $1-\alpha^2 < 1$ の関係式より a_0 の上限が

$$a_0 < \frac{1}{\sqrt{2}} + \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{\alpha}}$$

と表せること、これらより次式が成り立つことを用いた。

$$\frac{-K_P^*}{a_0} > \sqrt{\frac{1-\alpha}{2-\alpha}} \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\alpha} + \sqrt{\alpha+2}} > \frac{\sqrt{1-\alpha}}{\sqrt{\alpha} + \sqrt{\alpha+2}} \approx \frac{1}{\sqrt{2}}$$

よって、比例制御系に対して、閉ループ系の $\mathcal{H}_\infty$ ノルムを改善するためには $0.71 < \beta(a_0, a_1) < 1$ である必要がある。

a_0, a_1 の設定法を考える。(48) 式を満たす β が与えられたとする。これを β^* とおき、比例補償器のときと同様に、 $\omega = 0, \omega^*$ における閉ループ系のゲインを一致させる a_0, a_1 を a_0^*, a_1^* とおけば、まず a_0^* について次式が成り立つ。

$$a_0^* = \frac{1}{\beta^*} (-K_P^*) \quad (49)$$

つぎに β の式を変形し、二次方程式を解くことで a_1^* を定めることを考える。すなわち $\omega^*, \left(1 - \frac{\alpha}{2}\right)^2, a_0$ をそれぞれ $\sqrt{\frac{\alpha}{2}}, 1-\alpha, -K_P^*$ と置き換え、さらに α^2 の項を無視すると

Fig. 9 Plot of $\mathcal{H}_\infty$ norm vs. β^* with each r

$$\beta^* = \sqrt{\frac{\frac{2(1-\alpha)}{\alpha} + 4\zeta^2 - 4(\zeta - a_1^*)K_P^* + K_P^{*2}}{\frac{2(1-\alpha)}{\alpha} + 4\zeta^2 + 4(\zeta - a_1^*)K_P^* + K_P^{*2}}} \quad (50)$$

となる. この解は次式で与えられる.

$$a_1^* = \zeta + \frac{5(1-\beta^{*2})}{4\sqrt{2}\alpha(1+\beta^{*2})} \quad (51)$$

(49), (51) 式によって与えられる a_0^* , a_1^* を用いて提案型補償器を構成すると, $\omega=0$, ω^* における閉ループゲインは比例補償器を用いた閉ループ系のゲインのほぼ β^* 倍となる. しかし, $\omega=0$, ω^* 以外の周波数における閉ループゲインに保証はなく, 閉ループ系の $\mathcal{H}_\infty$ ノルムがどう定まるかは明らかではない. そこで, 各慣性比 r における β^* に対する $\mathcal{H}_\infty$ ノルムの関係を数値的に調べた結果を Fig. 9 に示す. r によらず $\mathcal{H}_\infty$ ノルムが最小となる β^* がおよそ 0.74 であることがわかる. この理論的な根拠は明らかではないが, 経験的には Fig. 10 に示すように β^* が小さい場合 ($\beta^*=0.64$) は ω^* と共振周波数の間の閉ループゲインが大きくなり, β^* が大きい場合 ($\beta^*=0.84$) は補償器の直流ゲインが小さくなることから低周波数域の閉ループゲインが大きくなることがわかる. よって以降では $\beta^*=0.74$ とする a_0 , a_1 の設定法を提案する. なお, r が大きいほど $\mathcal{H}_\infty$ ノルムが増加する理由は, (39) 式より r が増加 (α が減少) すると ω^* が減少し, 開ループ系の積分特性により比例制御系の $\mathcal{H}_\infty$ ノルムが増加することと, 提案型補償器を用いた場合の $\omega=\omega^*$ における閉ループゲインが比例制御の β^* 倍で与えられることによる. また, Fig. 9 の $r=10$ において $\beta^*=0.78$ 付近にある急激な立ち上がりは閉ループ系が不安定となることを表している.

β^* によっては, (51) 式により定まる a_1 は負となり, 補題 1 の前提が成り立たない. よって, $a_1^* > 0$ となる β^* の範囲を求めると (51) 式より

$$0 < \beta^* < \sqrt{\frac{5-4\sqrt{\alpha}}{5+4\sqrt{\alpha}}} \quad (52)$$

を得る. $r=10$ のとき, (52) 式の右辺はおよそ 0.78 とな

Fig. 10 Plot of closed loop gain by β^* ($r=30$) Fig. 11 Plot of left-hand side and right-hand side of (55) vs. r ($\beta^*=0.74$)

り, Fig. 9 の $r=10$ における急激な立ち上がりが生じる β^* の値と一致する. 前述のように本論文では $\beta^*=0.74$ とする a_0 , a_1 の設定法を与えるため, (52) 式を満たす r の範囲を求めると

$$r > \left(\frac{4}{5} \cdot \frac{1+\beta^{*2}}{1-\beta^{*2}} \right)^2 - 1 = 6.49 \quad (53)$$

となる. よって本論文で考える $r \geq 10$ に対して $a_1^* > 0$ が成り立つ.

最後に 補題 1 を用いて閉ループ系が安定となる保証を与える. $a_0 a_1 \alpha \{a_0 a_1 \alpha + 2\alpha(1-\alpha)\} < \{a_0 a_1 \alpha + \alpha(1-\alpha)\}^2$ より, (22) 式の十分条件が

$$\zeta > -\frac{a_0}{2} \frac{(1-\alpha)^2}{1+2a_0 a_1 \alpha} \quad (54)$$

となる. 上式の a_1 に (51) 式の a_1^* を代入すると,

$$a_0 > \frac{2\sqrt{2}}{2(1-\alpha)^2 - 5\sqrt{\alpha} \frac{1-\beta^{*2}}{1+\beta^{*2}} + 4\alpha} \quad (55)$$

を得る. r に対する (55) 式の左辺 ((49) 式の a_0^*) と右辺を Fig. 11 に示す. r が大きくなるにつれて (すなわち α が 0 に近づくにつれて) (38) 式より a_0^* は一様に増加し, (55) 式右辺は $\sqrt{2}$ に漸近する. おおよそ $r > 4$ のときに (55) 式を満たすことがわかる. したがって, 高慣性比 ($r \geq 10$) の場合は (53), (55) 式が成り立ち閉ループ系は安定となる.

Table 3 Parameter of controller

Controller	Parameter
Proposed	$\beta^* = 0.74, a_0^* = 0.0257, a_1^* = 0.244$
Proportional	$K_P^* = -0.0190$
$\mathcal{H}_\infty$	-
PD	$K_P = 0.0227, T_D = 10^{-2.43} = 0.00372$

Table 4 Stable margin and γ

Controller	Gain margin	Phase margin	γ
Proposed	6.46 dB	37.5°	31.8 dB
Proportional	∞	90.2°	34.5 dB
$\mathcal{H}_\infty$	5.21 dB	40.0°	31.6 dB
PD	∞	61.7°	32.8 dB

以上より, a_0 , a_1 の設定法を次のように提案する

- (1) $\beta^* = 0.74$ とする.
- (2) (39), (49), (51) 式より a_0^* , a_1^* を求める.
- (3) $a_0 = a_0^*$, $a_1 = a_1^*$ と設定した次式を提案する補償器とする.

$$K_{\text{prop}}^* = -a_0^* \frac{s^2 + 2a_1^* \omega_n s + \omega_n^2}{s^2 + 2\zeta \omega_n s + \omega_n^2}, \quad \zeta = -\frac{1}{\sqrt{2}} \quad (56)$$

7. に示す実験では ω_n に制約がない一般の場合および, システムの入力が $\bar{u}$ ではなく u である場合を扱う. 比例制御の場合と同様に, $\omega_n \neq 1$ に対する K_{prop}^* は ω_n 倍で与えられる. さらに, u に対する K_{prop}^* においても $\omega_n J_M$ 倍で与えられる.

7. 実験による検証

(11) 式の P に対して提案型・比例・ $\mathcal{H}_\infty$ ・PD 補償器を適用した際の性能を比較する. 物理パラメータは Table 2 を使い, 比例補償器は (41) 式を, 提案型補償器には前節の設定法を使用した. $\mathcal{H}_\infty$ 補償器は 3.1 と同じ補償器である. PD 補償器 $K_{PD} = -K_P(1 + T_D s)$ の調整は, K_P を 0.015 から 0.030 まで 0.0001 刻み, T_D を常用対数の指数の -3 から -2 まで 0.01 刻みでメッシュ探索して行った¹. 各補償器のパラメータを Table 3 に示す.

閉ループ系のゲイン特性の計算結果を Fig. 12 に, ゲイン余裕, 位相余裕および γ を Table 4 に示す. $\omega^* = 67.2$ rad/s であり, それよりも低角周波数域ではほぼフラットなゲインが得られている. 結果として提案型補償器は比例補償器と比べて γ を 2.7 dB 下げることができ, この下がり幅は $\frac{1}{\beta^*} \approx 2.6$ dB とほぼ一致する. また, $\mathcal{H}_\infty$ 補償器とはほぼ同等の γ を実現した. PD 補償器の場合も ω^* における位相が進むことで性能が改善されるが, 比例補償器に対する γ の改善幅は 1.7dB にとどまる.

Fig. 12 の妥当性を確認するために実験を行った. 実験

Fig. 12 Numerical examples of closed loop gain

Fig. 13 Experimental result with step disturbance

装置の概要と諸元はそれぞれ Fig. 1 と Table 1 である. 参照角速度を 20 rad/s として速度制御を行い, 駆動中に外乱トルクを加えて, 従動側角速度 ω_L の時間応答を計測した. まず, ステップ外乱を加えたときの ω_L の時間応答を Fig. 13 に示す. 5 s のときに外乱が加えられ, ω_L が $\mathcal{H}_\infty$ 補償器・提案型補償器で約 3 rad/s だけ, 比例補償器で約 4.5 rad/s だけ落ち込んでいる. この落ち込みの幅を比べると約 3 dB であり, Fig. 12 の数値例とおおむね一致する. つぎに, 10 Hz (62.8 rad/s) の正弦波外乱を加えたときの ω_L の時間応答を Fig. 14 に示す. ステップ外乱のときと同様に, 比例補償器よりも $\mathcal{H}_\infty$ 補償器・提案型補償器の方が ω_L の振幅の大きさを約 3 dB 抑えられており, Fig. 12 の数値例とおおむね一致する. 最後に, 30 Hz (188 rad/s) の正弦波外乱を加えたときの ω_L の時間応答を Fig. 15 に示す. このときは, $\mathcal{H}_\infty$ 補償器・提案型補償器よりも比例補償器の方が ω_L の振幅の大きさを若干抑えられており, Fig. 12 の数値例と定性的に一致する. 定量的な比較を行うため ω_L の時間応答から L_2 ノルムを算出した結果を Table 5 に示す. 4 列目は閉ループゲインに対応しており, Fig. 12 とおおむね整合する結果であることがわかる. 数値例と実験結果の良好な一致が確認でき, 提案型補償器とその調整法の実用性を示した. なお, 周波数重みを導入して低周波数域の外乱抑制性能を重視する場合などの検討は今後の課題としたい.

¹この範囲は γ に関する極小点が含まれることを数値的に確認して決定した.

Fig. 14 Experimental result with disturbance of 10 Hz (62.8 rad/s)

Fig. 15 Experimental result with disturbance of 30 Hz (188 rad/s)

Table 5 L_2 norm of experimental results

Disturbance	Controller	$\ \omega_L - 20\ _2$	$20\log_{10} \frac{\ \omega_L - 20\ _2}{\ T_L\ _2}$
Step 0 Hz (0 rad/s)	Proportional	379	33.5 dB
	H_∞	278	30.8 dB
	Proposed	283	31.0 dB
10 Hz (62.8 rad/s)	Proportional	297	34.4 dB
	H_∞	216	31.7 dB
	Proposed	208	31.3 dB
30 Hz (188 rad/s)	Proportional	142	28.0 dB
	H_∞	169	29.5 dB
	Proposed	189	30.5 dB

8. おわりに

低剛性・高慣性比の二慣性系の制御対象において、安定な補償器で得られる制御性能を改善するために、 H_∞ 制御系設計で得られる不安定な補償器の特徴を持ち、かつ物理パラメータが変動した際の補償器の再設計が不要で定数ゲインと不安定なノッチフィルタの深さに関する二つの可調整パラメータを有する2次の補償器を提案した。適当な安定余裕を確保し、かつ閉ループ系のゲインを最小化するような可調整パラメータの設定法を示した。提案型補償器の実用性を実験により確認した。

今後は、 $\beta^* = 0.74$ となる理論的根拠を解析するとともに、提案型補償器のパラメータ ζ を可変とすることで、ユーザが指定した性能を達成する補償器パラメータの導出を目指す。

謝 辞

本研究を進めるにあたり貴重なご助言・ご支援をいただいた元長岡技術科学大学助教授 羅正華先生に深く感謝

いたします。

参 考 文 献

- [1] 株式会社安川電機: $\Sigma-V$ シリーズ総合カタログ 資料番号 KAJP S800000 42S
- [2] オリエンタルモーター株式会社: チューニングレス AC サーボユニット NX シリーズ ユーザーズマニュアル
- [3] 松井, 堀: モータコントロールの新しい技術; 電気学会論文誌D, Vol. 113, No. 10, pp. 1122–1137 (1993)
- [4] 森本, 亀山, 武田: 2慣性系の速度制御における共振比制御と H_∞ 制御の特性比較; 電気学会論文誌D, Vol. 116, No. 6, pp. 678–684 (1996)
- [5] 松井: PID 制御による2慣性系の速度制御; 電気学会論文誌D, Vol. 116, No. 4, pp. 441–447 (1996)
- [6] G. Zhang and J. Furusho: Speed control of two-inertia system by PI/PID control; *IEEE Trans. Ind. Electron.*, Vol. 47, No. 3, pp. 603–609 (2000)
- [7] K. Szabat and T. Orłowska-Kowalska: Vibration suppression in a two-mass drive system using PI speed controller and additional feedbacks—comparative study; *IEEE Trans. Ind. Electron.*, Vol. 54, No. 2, pp. 1193–1206 (2007)
- [8] R. Muszynski and J. Deskur: Damping of torsional vibrations in high-dynamic industrial drives; *IEEE Trans. Ind. Electron.*, Vol. 57, No. 2, pp. 544–552 (2010)
- [9] 西村, 小林, 五井: 物理パラメータに陽に依存する補償器を用いたベルト駆動二慣性系の外乱抑制制御; 第56回自動制御連合講演会, pp. 740–743 (2013)
- [10] 大内, 美多, 矢野: H_∞ 制御理論に基づく電動機の制振制御; 電気学会論文誌D, Vol. 113, No. 3, pp. 325–332 (1993)
- [11] 森本, 武田: H_∞ 制御理論を用いた共振機械系の2自由度速度制御; 電気学会論文誌D, Vol. 116, No. 1, pp. 65–70 (1996)

著 者 略 歴

たかやま
高山

まこと
誠 (正会員)

1993年1月3日生。2013年3月群馬工業高等専門学校機械工学科卒業。2015年3月長岡技術科学大学工学部機械創造工学課程修了。同年4月長岡技術科学大学大学院工学研究科機械創造工学専攻入学。二慣性系の外乱抑制制御の研究に従事。

こばやし
小林

やすひで
泰秀 (正会員)

1995年東京工業大学大学院理工学研究科制御工学専攻修士課程修了。同年長岡技術科学大学助手。2002年博士(工学)取得(東京工業大学)。2007年同准教授となり現在に至る。実システムのロバスト制御に関する研究に従事。計測自動制御学会、日本機械学会、日本音響学会の会員。