ハイブリッド化された FitzHugh-Nagumo ニューロンモデルにおけるカオスルートの解析*

信川 創[†]・西村 治彦[‡]・山西 輝也[†]

Analysis of Chaos Route in Hybridized FitzHugh-Nagumo Neuron Model*

Sou NOBUKAWA[†], Haruhiko NISHIMURA[‡] and Teruya YAMANISHI[†]

Recently, several hybrid spiking neuron models, which combine continuous spike-generation mechanisms and discontinuous resetting process to avert divergence after spiking, have been proposed. Izhikevich neuron model as this kind of model is known to be able to reproduce diverse spiking patterns including chaotic spiking. To reveal the factor for this high diversity, it is necessary to evaluate the influence of the state dependent jump on the trajectory in a continuous system through the comparison between the system with/without the resetting process. However, if the resetting process is removed, the orbit in Izhikevich neuron model exhibits only the divergent behavior at a spiking state. This means that Izhikevich neuron model can not be used to evaluate the changes of attractor's structure by adding the resetting process. In this paper, we introduced the resetting process to the conventional FitzHugh-Nagumo neuron model where the orbit at a spiking state does not diverge. And then we compared the bifurcation and the structure of attractors between this hybridized FitzHugh-Nagumo neuron model with this resetting process and the conventional one. As the result, it was confirmed that non-linear stretching and folding structure of the attractor is induced by the resetting process and the chaotic state emerges through a tangent bifurcation depending on the distance of jump.

1. はじめに

脳・神経系においては、rate コーディング や temporal コーディング, population コーディングといった多様な神経コーディングが存在し、柔軟な情報処理を支えている [1]. 近年の記憶や学習のメカニズムに関連した研究には、このような多様なコーディングを膜電位の発火活動によって実現できるスパイクングニューロンモデルが広く用いられている [2–6].

スパイクングニューロンモデルの一つである Hodgkin-

Huxley(HH) モデル [7] は、細胞膜のキャパシタンスやイオンチャネルのレジスタンス特性を記述することで、ニューロダイナミクスを再現する最も重要なモデルとして知られている。しかし、その方程式系の複雑さからこれまでに、FitzHugh-Nagumo ニューロンモデルや Hindmarsh-Rose ニューロンモデルのように、細胞膜のキャパシタンスやイオンチャネルのレジスタンス特性ではなく細胞膜レベルでの実効的な振舞い（発火活動）に着目した、HH モデルよりも単純な連続的な常微分方程式で記述されるモデルが提案されている [1].

一方、近年、ニューロンの発火状態から過分極状態への遷移を発散回避のリセット動作（状態跳躍）とし、その跳躍と連続的なシステム挙動のダイナミクスを組み合わせたハイブリッドなスパイクングニューロンモデルが提案されている [8]. このモデルの一つである Izhikevich ニューロンモデルは、従来の FitzHugh-Nagumo ニューロンモデルのような連続的なダイナミクスのみに従うモデルと比較して、リセット動作を含む少数のパラメータ調整によって多様なスパイクパターンを再現できることが知られている [9–11].

* 原稿受付 2016 年 7 月 8 日
第 60 回システム制御情報学会研究発表講演会にて発表 (2016 年 5 月)

[†] 福井工業大学 環境情報学部 経営情報学科 Department of Management Information Science, Fukui University of Technology; 3-6-1 Gakuen, Fukui city, Fukui, JAPAN

[‡] 兵庫県立大学大学院 応用情報科学研究科 Graduate School of Applied Informatics, University of Hyogo; 7-1-28, Minatojima-minamimachi, Chuo-ku, Kobe city, Hyogo, JAPAN

Key Words: chaos, neuron model, Lyapunov exponent, saltation matrix, Poincaré section.

ハイブリッドなスパイクニューロンモデルは、システムの状態によってダイナミクスが切り替わる piecewise smooth システム [12] である。また、この piecewise smooth システムのうちで、とくにその方程式系が区分的に定数や線形となるものを、それぞれ piecewise constant システムや piecewise linear システムとよぶ。これまでに Saito らのグループによりカオス・分岐解析や回路実装がこれらのシステムに対して行われており [13–18]、とくに、Tsubone ら [18] は piecewise constant システムにおいて、Mitsubori ら [13] と Nakano ら [14] は piecewise linear システムにおいて、カオスを生成するパラメータ領域を解析的に示す手法を提案し、システムチックなカオス領域の予測が可能となった。しかし、Izhikevich ニューロンモデルのようなダイナミクスに非線形項を伴う piecewise smooth システムにおいては、状態跳躍を含んだシステムを対象とする分岐/カオスのための特性乗数やリアプノフスペクトル [19–22] による、シミュレーションを用いた網羅的なパラメータ領域の評価が必要となる。われわれはこれまでに、これらの指標の適用により、Izhikevich ニューロンモデルは多様な分岐やカオスへのルートをもつことを明らかにした [23,24]。このような Izhikevich ニューロンモデルの特性は、連続なシステムに対する状態跳躍の導入による軌道への影響に着目することで分析できると考えられる。しかしながら、このモデルでは、リセット動作を除いた場合、休止解もしくは発散解しか存在しないため、リセット動作の導入前後でのアトラクタの構造的な変化を評価することができない。

そこで本研究では、リセット動作のない条件下でもリミットサイクルの存在する従来の FitzHugh-Nagumo ニューロンモデルに着目し、それに状態跳躍を導入したハイブリッドなスパイクニューロンモデル [25] を対象とする。そして、状態跳躍を含むシステムにおいても分岐現象やカオス解析が可能なりアプノフ指数とポアンカレ断面を利用した特性乗数による手法 [19–22] を用いて、そのパラメータに関する分岐解析を行う。さらに、アトラクタの構造分析を実施し、リセット動作の導入前後におけるアトラクタの構造的な変化を捉え、跳躍効果により誘起されたカオスとそのルートについて検討する。

2. モデルと手法

2.1 FitzHugh-Nagumo ニューロンモデルと状態跳躍の導入

FitzHugh-Nagumo ニューロンモデルは、(1), (2) 式の 2 変数常微分方程式で表される [26,27]。

$$\dot{v} = v(a-v)(v-1) - u + I \quad (1)$$

$$\dot{u} = bv - cu \quad (2)$$

ここで、 v はニューロンの膜電位、 u は membrane recovery 変数、 I は直流入力成分を表している。パラメータ a

は v -nullcline の形状決定を担う。 b/c , c が u の感度と時定数を表している。本論文では $(a, b, c) = (-0.1, 0.1, 0.2)$ のパラメータ設定を用いる。

つぎに、このモデルに対して、(3) 式で記述されるリセット動作による状態跳躍を導入する。

$$\text{if } v \geq v_{r1}, \text{ then } \begin{cases} v \leftarrow v_{r2} \\ u \leftarrow u + d \end{cases} \quad (3)$$

ここで、 v_{r1} と v_{r2} は跳躍の開始点と終点をそれぞれ表している。とくに、 v_{r1} をリセット動作を挿入しない ((1), (2) 式) での v の最大値に設定した場合、 $v_{r2} \rightarrow v_{r1}, d \rightarrow 0$ の極限においては、跳躍軌道が連続となる。以下では、後退差分法で離散化を行い、跳躍点をニュートン法により特定する手法 [28] を用いて軌道の計算を行う。

2.2 リアプノフスペクトルと特性乗数

システムのカオス性の評価と分岐解析のために、跳躍行列を考慮に入れた状態遷移行列を用いる。連続軌道上 (発火 (跳躍) と発火の間) における (1), (2) 式の変分方程式は状態遷移行列 $\Phi_i(t, t_{i-1})$ とヤコビアン $J(v, u, t)$ を用いて、(4), (5) 式のように表される。

$$\dot{\Phi}_{i+1}(t, t_i) = J(v, u, t) \Phi_{i+1}(t, t_i) \quad (4)$$

$$\Phi_{i+1}(t_i, t_i) = E \quad (5)$$

ここで、 t_i は i 番目の発火が生じた時刻、 E は単位行列を表している。跳躍前後の (v, u) 値をそれぞれ $(v^+, u^+), (v^-, u^-)$ とすると、跳躍行列は (6) 式で表される [21]。

$$S_i = \begin{bmatrix} \frac{\dot{v}^+}{\dot{v}^-} & 0 \\ \frac{\dot{u}^+ - \dot{u}^-}{\dot{v}^-} & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$[T^k : T^{k+1}]$ で発火によるリセット動作により状態跳躍が生じた場合の状態遷移行列 $\Phi^k(T^{k+1}, T^k)$ ($k = 0, 1, \dots, N-1$) は跳躍行列による補正を考慮すると (7) 式のようになる。

$$\Phi^k(T^{k+1}, T^k) = \Phi_{i+1}(T^{k+1}, t_i) S_i \Phi_i(t_i, t_{i-1}) \cdots S_2 \Phi_2(t_2, t_1) S_1 \Phi_1(t_1, T^k) \quad (7)$$

(7) 式の評価時間間隔を τ とし、それぞれの評価時間間隔における状態遷移行列 $\Phi^k(T^{k+1}, T^k)$ の固有値を l_j^k ($k = 0, 1, \dots, N-1$) とすると、リアプノフスペクトル λ_j は (8) 式で表される。

$$\lambda_j = \frac{1}{T^N - T^0} \sum_{k=0}^{N-1} \log(|l_j^k|) \quad (8)$$

以下のシミュレーションでは、 $T^{k+1} - T^k$ の周期を 20 回分の発火が生じる期間、もしくは 20 回の発火前に $T^{k+1} - T^k$ が 1000 に到達した場合は 1000 に設定する。

さらに, $v = v_{r1}$ にポアンカレ断面を設定し, その断面上での u 値 $u_i (i=1,2,\dots)$ の挙動についても評価を行う. u_i から l 回目にポアンカレ断面を通過する u 値は, ポアンカレ写像 ϕ により, $u_{i+l} = \phi^l(u_i)$ で表される. そして, 条件 $u_0 = \phi^l(u_0)$ を満たす特性乗数は文献 [19] より, 初期値 $\mathbf{u}_0 = (v_0, u_0)$ による軌道 (v, u) の微分から (9) 式によって計算される.

$$\mu^l = \frac{\partial \phi^l}{\partial \mathbf{u}_0} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -\dot{v}/\dot{u} & 1 \end{pmatrix} \Phi(t_l, t_0) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (9)$$

ここで, t_0 は $\mathbf{u}_0$ の時刻とする. これにより, $\mu^l = -1, 1$ で周期倍分岐と接線分岐の発生をそれぞれ判定できる.

3. FitzHugh-Nagumo ニューロンモデルにおける分岐現象

従来の連続な FitzHugh-Nagumo ニューロンモデル ((1), (2) 式) におけるシステム挙動について説明を行う. Fig.1 (a) は $I=0$ の場合における $v-u$ 平面上での v -nullcline ($\dot{v}=0$) と u -nullcline ($\dot{u}=0$), ベクトル場 $(\dot{v}, \dot{u})$ を示している. この場合, v -nullcline と u -nullcline の交わる平衡点は $(v, u) = (0, 0)$ となり, 軌道 (v, u) はこの平衡点上に留まる. 一方, $I=0.1$ の場合 (Fig.1 (b)), $(0.25, 0.14)$ 付近に平衡点は移動し, Hopf 分岐を経て軌道 (v, u) はベクトル場に沿った周期軌道となる [11]. 以降では, パラメータ I をこの周期軌道を生成する $I=0.1$ に設定する.

4. 状態跳躍を導入した FitzHugh-Nagumo ニューロンモデルにおける分岐とカオス

4.1 分岐解析とリアプノフスペクトルの適用

本節では, Fig.1 (b) におけるパラメータ設定に対して, 状態跳躍を伴う場合の FitzHugh-Nagumo ニューロンモデル ((1)–(3) 式) におけるシステム挙動について調べる. v_{r1} の設定については, 発火時のリセットの開始点となるため, Fig.1 (b) の v での最大値付近に $v_{r1} = 0.65, 0.72, 0.75$ のように設定する. Fig.2 は, λ_1 のリセット動作に関するパラメータ d, v_{r2} への依存性である. リセット動作の導入により $0.3 \lesssim v_{r2} \lesssim 0.6, 0 \lesssim d \lesssim 0.14$ の領域でカオス状態 ($\lambda_1 > 0$) が生起することが, これらの v_{r1} の設定において確認できる. つぎに, Fig.3 に $d=0.1, v_{r1}=0.72$ に固定した場合の $v_{r2}=0.7$ ((a)), 0.5 ((b)), 0.2 ((c)) の $v(t)$ 時系列 (上図) と軌道 (v, u) の挙動 (下図) を示す. $v_{r2}=0.7$ の場合は, リセット動作による跳躍距離は $L_{\text{dist}} = \sqrt{(v_{r1}-v_{r2})^2 + d^2} \approx 0.10$ で $v(t)$ と (v, u) は 1-周期状態を示す. しかし, $v_{r2}=0.5$ の場合では, 跳躍距離が伸び ($L_{\text{dist}} \approx 0.24$), $v(t)$ と (v, u) はカオスの挙動を示す. さらに, 跳躍距離が伸びる $v_{r2}=0.2$ ($L_{\text{dist}} \approx 0.52$) では, $v(t)$ と (v, u) は再び 1-周期状態に戻る様子が確認できる.

Fig. 1 System behavior in conventional FitzHugh-Nagumo neuron model. (a) Orbit of (v, u) in $I=0$ case (stable fixed point attractor). (b) Orbit of (v, u) in $I=0.1$ case (limit cycle attractor). ($a=-0.1, b=0.1, c=0.2$)

つぎに, このような $L_{\text{dist}}(v_{r2})$ に関するシステム挙動の変化を, u_i とリアプノフスペクトル λ_j を用いて調べる. Fig.4 は u_i の分岐図 (上図) と λ_j (下図) の $L_{\text{dist}}(v_{r2})$ への依存性を示したものである. Fig.3 での設定である $v_{r1}=0.72$ (Fig.4 (b)) においては, $0.16 \lesssim L_{\text{dist}} \lesssim 0.37$ ($0.36 \lesssim v_{r2} \lesssim 0.59$) でカオス状態 ($\lambda_1 > 0, \lambda_2 = 0$) を取る様子が確認できる. Fig.5 で, この $L_{\text{dist}} \approx 0.16, 0.37$ 付近でのシステム挙動を詳しく観ると, 矢印で示されたポイントで 2 周期状態からカオス状態に移行している様子が確認できる. これは, 他の $v_{r1}=0.65$ ((a)), 0.75 ((c)) の場合でも同様のシステム挙動が存在することを確認している. さらに, 特性乗数 μ^l を用いてこの分岐について調べる. Fig.4 中の点線はカオス領域に隣接する $\mu^2=1$ の $L_{\text{dist}}(v_{r2})$ 値を示しており, この結果から, ここで観察されたカオス領域は接線分岐を経て生成されていることがわかる.

4.2 ポアンカレ断面上でのアトラクタ構造とシステム挙動の評価

前節で示した分岐が生じる要因をポアンカレ写像 ϕ を用いて調べる. Fig.6 は, ϕ をリセット動作を含まない通常の FitzHugh-Nagumo ニューロンモデル ((a)) の場合とリセット動作を含むハイブリッドな場合 ($v_{r1}=0.72, v_{r2}=0.7$ (b), 0.59 (c), 0.5 (d)) で示している. リセット動

Fig. 2 Dependence of λ_1 on resetting parameters d and v_{r2} in FitzHugh-Nagumo neuron model with resetting process. (a) $v_{r1} = 0.65$ case. (b) $v_{r1} = 0.72$ case. (c) $v_{r1} = 0.75$ case. ($a = -0.1, b = 0.1, c = 0.2, I = 0.1$)

Fig. 3 Time series of $v(t)$ (upper) and orbit of (v, u) (lower) in FitzHugh-Nagumo neuron model with resetting process. (a) $v_r = 0.7$. (b) $v_r = 0.5$. (c) $v_r = 0.2$. ($a = -0.1, b = 0.1, c = 0.2, I = 0.1, v_{r1} = 0.72, d = 0.1$)

Fig. 4 Dependence of system behavior on parameter v_{r2} and jumping distance ($L_{dist} = \sqrt{(v_{r1} - v_{r2})^2 + d^2}$) in FitzHugh-Nagumo neuron model with resetting process. Bifurcation diagram of u_i (upper figures) and Lyapunov spectrum λ_j ($j = 1, 2$) (lower figures). (a) $v_{r1} = 0.65$ case. (b) $v_{r1} = 0.72$ case. (c) $v_{r1} = 0.75$ case. Dotted lines indicate v_r and L_{dist} values for $\mu^2 = 1$ in adjacent chaotic region. ($a = -0.1, b = 0.1, c = 0.2, I = 0.1, d = 0.1$)

作が含まない場合では、 ϕ は u_i に対して単調に減少するが、リセット動作が加わると、 $v_{r2} = 0.7$ ($L_{dist} \approx 0.10$) の場合

では、 ϕ は引伸し特性と $u_i \approx 0.14$ 付近の二つの折畳み構造を示すようになる。そして、 $v_{r2} = 0.59$ ($L_{dist} \approx 0.16$), 0.5

Fig. 5 Magnified figures in Fig.4 (b) for Bifurcation diagram of u_i (upper figures) and Lyapunov spectrum λ_j ($j=1,2$) (lower figures). (a) $L_{\text{dist}} \approx 0.16$ case. (b) $L_{\text{dist}} \approx 0.37$ case. ($a = -0.1, b = 0.1, c = 0.2, I = 0.1, v_{r1} = 0.72, d = 0.1$)

Fig. 6 (a) Poicaré map $u_{i+1} = \phi(u_i)$ in the case without resetting process ($a = -0.1, b = 0.1, c = 0.2, I = 0.1$). (b), (c), and (d) $u_{i+1} = \phi(u_i)$ in the cases with resetting process ($a = -0.1, b = 0.1, c = 0.2, I = 0.1, v_{r1} = 0.72, d = 0.1, v_{r2} = 0.7$ (b), 0.59 (c), 0.5 (d)).

($L_{\text{dist}} \approx 0.24$) のように跳躍距離が大きくなるにつれて、折畳みの回数が増加する様子が確認できる。このような状態跳躍によるアトラクタ構造の複雑化が前節で示した分岐とカオスを誘起していると考えられる。

つぎに、 $v_{r2} = 0.7, 0.59, 0.55, 0.5$ における u_i 挙動を Fig.7 に示す。 $v_{r2} = 0.7$ ((a)) の場合は、 $u_i \approx 0.18$ に留まっている。しかし、 $v_{r2} = 0.59$ ((b)) では、 $u_i \approx 0.18$ 近傍における 2-周期様振動をベースとした発火が生じていることが

確認できる。さらに v_r が減少した $v_r = 0.55$ ((c)), 0.5 ((d)) では、 u_i は不規則なカオス挙動を示す。

ここで、 $v_r = 0.59$ ((b)) において出現した 2-周期様振動に着目し、Fig.8 に $u_{i+2} = \phi^2(u_i)$ のポアンカレ写像と u_i の軌道を示す。 $v_r = 0.7$ ((a)) の場合では、 $u_{i+2} = \phi^2(u_i)$ (破線) と $u_{i+2} = u_i$ (点線) の交点である安定固定点に u_i は留まっている。 $v_r = 0.59$ ((b)) の場合では、Fig. 9 (a) の $u_i \approx 0.18$ の拡大図に示される通り、 u_i が ϕ^2 の傾き

Fig. 7 System behavior on Poincaré section u_i . (a) $v_{r2} = 0.7$. (b) $v_{r2} = 0.59$. (c) $v_{r2} = 0.55$. (d) $v_{r2} = 0.5$. ($a = -0.1, b = 0.1, c = 0.2, I = 0.1, v_{r1} = 0.72, d = 0.1$)

Fig. 8 Orbit of u_i and Poincaré map $u_{i+2} = \phi^2(u_i)$ on return map $u_{i+2} - u_i$. (a) $v_{r2} = 0.7$. (b) $v_{r2} = 0.59$. (c) $v_{r2} = 0.55$. (d) $v_{r2} = 0.5$. ($a = -0.1, b = 0.1, c = 0.2, I = 0.1, v_{r1} = 0.72, d = 0.1$)

Fig. 9 Magnified figures in Figs.8 (b) and (c) for orbit of u_i and Poincaré map $u_{i+2} = \phi^2(u_i)$ on return map $u_{i+2} - u_i$. (a) $v_{r2} = 0.59$. (b) $v_{r2} = 0.55$. ($a = -0.1, b = 0.1, c = 0.2, I = 0.1, v_{r1} = 0.72, d = 0.1$)

が1程度の狭い領域に留まっている状態 (laminar 状態) とそれ以外の領域における比較的大きな挙動 (burst 状態) が確認できる。このような laminar 状態と burst 状態の切り替わりは間欠性カオスの特徴の一つである [29]. さらに, v_r が減少する $v_{r2} = 0.55$ (Fig.8 (c)) では, Fig. 9 (b) の通り, $v_r = 0.59$ で存在していた, laminar 状態を生成する ϕ^2 の傾きが1程度の領域が消滅し, burst 状態が支配的となる様子が確認できる。同様の burst 挙動は $v_{r2} = 0.50$ (Fig.8 (d)) でも確認できる。

以上の結果から, 状態跳躍を導入した FitzHugh-Nagumo ニューロンモデルにおいて, v_{r2} が v_{r1} から離れる, すなわち, 跳躍距離が大きくなるにつれて, アトラクタの折畳み回数が増加することを確認した。そして, その効果によって, 接線分岐から間欠性カオスを経

てカオスに至るルートが存在することが確認された。

5. おわりに

本論文では、FitzHugh-Nagumo ニューロンモデルにリセット動作による状態跳躍を導入し、跳躍行列を考慮に入れたリアプノフ指数と特性乗数 μ^l を用いてダイナミクスの解析を行った。その結果、跳躍距離が大きくなるにつれて、接線分岐からカオス状態が出現することが確認された。さらに、ポアンカレ写像への着目によって、従来の連続的な FitzHugh-Nagumo ニューロンモデルにおけるアトラクタに、跳躍効果による折畳み構造が追加されていくことで、分岐とカオスが誘起されることがわかった。また、ポアンカレ断面上でのシステム挙動から、接線分岐直後のカオス挙動が間欠性カオス状態を示すことも観察された。以上のことから、本論文で扱ったパラメータ領域において、接線分岐から間欠性カオスを経てカオスに至るルートが存在することが確認された。

今後の課題としては、状態跳躍によって誘起されるほかのカオスルートについて、FitzHugh-Nagumo ニューロンモデルよりも多様な分岐を許容するスパイクングニューロンモデルを用いた検討が挙げられる。

謝 辞

本研究は JSPS 科研費 若手研究 (B) (15K21471) の助成を受けた。

参 考 文 献

- [1] M. I. Rabinovich, P. Varona, A. I. Selverston and H. D. Abarbanel: Dynamical principles in neuroscience; *Reviews of Modern Physics*, Vol. 78, No. 4, pp. 1213–1265 (2006)
- [2] N. Schweighofer, K. Doya, H. Fukai, J. V. Chiron, T. Furukawa and M. Kawato: Chaos may enhance information transmission in the inferior olive; *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, Vol. 101, No. 13, pp. 4655–4660 (2004)
- [3] N. Hiratani, J.-N. Teramae and T. Fukai: Associative memory model with long-tail-distributed hebbian synaptic connections; *Frontiers in Computational Neuroscience*, Vol. 6 (2012)
- [4] J. Mejias and A. Longtin: Optimal heterogeneity for coding in spiking neural networks; *Physical Review Letters*, Vol. 108, No. 22, 228102 (2012)
- [5] 信川, 西村: 下オリブニューロンの Velarde-Llinás モデルにおける信号応答性能; 電子情報通信学会 論文誌 A, 96 巻, 1 巻, pp. 1–11 (2013)
- [6] S. Nobukawa and H. Nishimura: Chaotic resonance in coupled inferior olive neurons with the Llinás approach neuron model; *Neural Computation*, Vol. 28, pp. 2506–2533 (2016)
- [7] A. L. Hodgkin and A. F. Huxley: A quantitative description of membrane current and its application to conduction and excitation in nerve; *The Journal of physiology*, Vol. 117, No. 4, pp. 500–544 (1952)
- [8] K. Aihara and H. Suzuki: Theory of hybrid dynamical systems and its applications to biological and medical systems; *Philosophical Transactions of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, Vol. 368, No. 1930, pp. 4893–4914 (2010)
- [9] E. M. Izhikevich: Simple model of spiking neurons; *IEEE Transactions on Neural Networks*, Vol. 14, No. 6, pp. 1569–1572 (2003)
- [10] E. M. Izhikevich: Which model to use for cortical spiking neurons?; *IEEE transactions on Neural Networks*, Vol. 15, No. 5, pp. 1063–1070 (2004)
- [11] E. M. Izhikevich: *Dynamical Systems in Neuroscience*, MIT press (2007)
- [12] M. Bernardo, C. Budd, A. R. Champneys and P. Kowalczyk: *Piecewise-smooth Dynamical Systems: Theory and Applications*, Vol. 163, Springer Science & Business Media (2008)
- [13] K. Mitsubori and T. Saito: Dependent switched capacitor chaos generator and its synchronization; *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, Vol. 44, No. 12, pp. 1122–1128 (1997)
- [14] H. Nakano and T. Saito: Basic dynamics from a pulse-coupled network of autonomous integrate-and-fire chaotic circuits; *IEEE Transactions on Neural Networks*, Vol. 13, No. 1, pp. 92–100 (2002)
- [15] 柳瀬, 斎藤: 簡素な積分発火スイッチ力学系の分岐現象; 日本神経回路学会誌, Vol. 21, No. 2, pp. 93–100 (2014)
- [16] K. Yotsuji and T. Saito: Basic analysis of a hyperchaotic spiking circuit with impulsive switching; *Nonlinear Theory and Its Applications*, IEICE, Vol. 5, No. 4, pp. 535–544 (2014)
- [17] K. Kimura, S. Suzuki, T. Tsubone and T. Saito: The cylinder manifold piecewise linear system: Analysis and implementation; *Nonlinear Theory and Its Applications*, IEICE, Vol. 6, No. 4, pp. 488–498 (2015)
- [18] T. Tsubone, T. Saito and N. Inaba: Design of an analog chaos-generating circuit using piecewise-constant dynamics; *Progress of Theoretical and Experimental Physics*, 2016.5. 053A01, 18 pages (2016)
- [19] A. Tamura, T. Ueta and S. Tsuji: Bifurcation analysis of Izhikevich neuron model; *Dynamics of Continuous, Discrete and Impulsive Systems, Series A: Mathematical Analysis*, Vol. 16, No. 6, pp. 759–775 (2009)
- [20] 伊藤, 上田, 合原: 断続自律系方程式における分岐のしきい値解析; 電子情報通信学会論文誌 A, 基礎・境界, 94 巻, 8 号, pp. 596–603 (2011)
- [21] F. Bizzarri, A. Brambilla and G. S. Gajani: Lypunov exponents computation for hybrid neurons; *Journal of Computational Neuroscience*, Vol. 35,

No. 2, pp. 201–212 (2013)

- [22] 信川, 西村, 山西, 劉: 状態跳躍を伴うスパイキングニューラルシステムにおけるカオス評価法の検討; システム制御情報学会論文誌, 29 巻, 5 号, pp. 210–215 (2016)
- [23] S. Nobukawa, H. Nishimura, T. Yamanishi and J.-Q. Liu: Chaotic states induced by resetting process in Izhikevich neuron model; *Journal of Artificial Intelligence and Soft Computing Research*, Vol. 5, No. 2, pp. 109–119 (2015)
- [24] S. Nobukawa, H. Nishimura, T. Yamanishi and J.-Q. Liu: Analysis of chaotic resonance in Izhikevich neuron model; *PloS One*, Vol. 10, No. 9, e0138919 (2015)
- [25] 信川, 西村, 山西: FitzHugh-Nagumo ニューロンモデルへの状態跳躍導入によるカオス誘起現象の解析; 計測自動制御学会 システム・情報部門学術講演会 2015 講演論文集, pp. 355–359 (2015)
- [26] R. FitzHugh: Impulses and physiological states in theoretical models of nerve membrane; *Biophysical Journal*, Vol. 1, No. 6, pp. 445–466 (1961)
- [27] J. Nagumo, S. Arimoto and S. Yoshizawa: An active pulse transmission line simulating nerve axon; *Proceedings of the IRE*, Vol. 50, No. 10, pp. 2061–2070 (1962)
- [28] A. C. Hindmarsh, P. N. Brown, K. E. Grant, S. L. Lee, R. Serban, D. E. Shumaker and C. S. Woodward: Sundials: Suite of nonlinear and differential/algebraic equation solvers; *ACM Transactions on Mathematical Software (TOMS)*, Vol. 31, No. 3, pp. 363–396 (2005)
- [29] H. Nagashima and Y. Baba: *Introduction to Chaos: Physics and Mathematics of Chaotic Phenomena*, CRC Press (1998)

著者略歴

のぶ かわ
信 川

2013 年兵庫県立大学大学院 応用情報科学研究科博士後期課程修了。同年同大学院看護学研究科特任助教, 2014 年福井工業大学 環境情報学部経営情報学科講師, 2016 年同准教授。非線形ダイナミクスおよびニューラルシステムにおける揺らぎについての研究に従事。博士 (応用情報科学)。2016 年度計測自動制御学会学術奨励賞技術奨励賞。IEICE, SICE, IPSJ など各会員。

そう 創 (正会員)

にし むら
西 村

1985 年神戸大学大学院 自然科学研究科博士課程修了。1989 年広島大学医学部助手, 1990 年兵庫教育大学助教授, 1999 年同教授, 2004 年より兵庫県立大学大学院・応用情報科学研究科教授。知能システム科学, 生体信号・ヘルスケア情報科学などの研究に従事。学術博士。2001 年システム制御情報学会論文賞, 2010 年日本感性工学会技術賞受賞。IEEE, IPSJ, SICE, JSKE など各会員。

はる ひこ
治 彦 (正会員)

やま にし
山 西

1994 年神戸大学大学院 自然科学研究科博士課程修了。現在, 福井工業大学 環境情報学部経営情報学科教授。脳における数理情報科学と自律型ロボットの挙動最適化に関する研究に従事。博士 (学術)。情報処理学会, 計測自動制御学会, 日本物理学会などの会員。

てる や
輝 也