Generic Transport Model を用いた航空機の 上下加速度に対する最悪外乱の一解析*

福永 秀樹[†]・濱田 吉郎[‡]・澤田 賢治[†]・新 誠一[†]

An Analysis of the Worst-case Disturbance on Airplane Vertical Acceleration using the Generic Transport Model*

Hideki FUKUNAGA[†], Yoshiro HAMADA[‡], Kenji SAWADA[†] and Seiichi SHIN[†]

1. はじめに

航空機に上下方向の激しい揺れを引き起こす突風は重傷事故を引き起こす [1]。これはおもに機体の上下加速度変動の増大に起因する。この問題に対して、外乱応答を軽減する制御系設計や外乱解析が行われている。文献 [2] では、乱気流データを用いた制御系設計が行われた。文献 [3] では、外乱解析により飛行に大きな影響を与える突風（最悪外乱）の周波数特性が導かれた。

一方、文献 [4–6] は、最悪外乱を導くため航空機運動モデルを利用した。文献 [4] は、最悪応答を示す突風形状を求めるため、Matched Filter Theory(MFT)を用いた。MFT は外乱評価に H_2 制御の考え方を利用するため、振動特性を考慮することが難しい。文献 [5] は、 H^∞ 制御の考え方を利用し、微分ゲーム理論による最悪外乱と最適入力を設計した。ただし、ゲインの決定に用いる Riccati 方程式の可解性は、評価関数の入力と外乱に関する重みに対して不連続であり、最悪外乱に発散解を含んでいた。文献 [6] は、 H^∞ 制御による状態フィードバック型最悪外乱の生成方法を提案した。これは柔軟宇宙構造物の最悪外乱解析 [7] を基礎とし、機体の上下速度の 2 ノルムを最大にする有界外乱を求めるのに留まっている。

航空機の飛行において最悪な外乱を明らかにすることで、その影響を効果的に抑制する制御入力の設計が可能であると考えられる。本速報では、その前段階として、機体の上下加速度を出力とし、制御入力を含まないシステムの開ループ系に対して理論的に最悪な外乱の特性を

明らかにすることを目的とする。機体の上下加速度変化を最大化する突風は、短周期よりやや短い周期をもつことが経験的に知られている [8]。本速報では、文献 [7] の理論の拡張を提案し、機体の上下加速度の 2 ノルムを最大化する有界外乱を導出する。この手法により、機体の上下加速度を増大させる実際の突風特性に即した最悪外乱が解析可能となる。さらに、提案手法を航空機運動の線形近似モデルに適用し、極、時間応答、周波数応答から、経験的な知見 [8] を理論的に検証する。本速報は文献 [6] の続報であり、上下加速度に対する最悪外乱を求め、乱気流による航空機事故の主原因となる突風特性を検討する。微小擾乱の範囲での解析を行うため、発散風や定常風を避け、ノルム制約下の外乱のうち、最も大きな上下加速度変動を与える外乱を考える。さらに、最悪外乱が航空機の運動特性に与える変化について、突風による迎角変化や短周期・長周期モードに着目し考察する。

表記：実数の集合を R ， n 次の実ベクトルの集合を R^n ， $n \times m$ の実行列の集合を $R^{n \times m}$ ，零行列もしくは零ベクトルは単に 0 と記述する。行列 M に対して M^T は転置行列，対称行列 X に対して $X \succ 0$ ($\succeq 0$) は (半) 正定行列を表す。

2. 最悪外乱問題とその解法

本速報ではアメリカ航空宇宙局 (NASA) の開発した Generic Transport Model(GTM) [9] を用いる。GTM は一般的な輸送用航空機の大きさとダイナミクスを 5.5% スケールに縮小した非線形航空機運動モデルであり、機体は剛体としてモデル化される。本速報では縦運動 (X 軸, Z 軸の並進運動と Y 軸回りの回転運動) のみを扱い、線形制御理論に基づく解析を行うため、文献 [6] と同様のトリム条件で GTM の線形化を行う。なお、航空機の突風応答解析では、微小擾乱の範囲において線形系での議論が非線形系に適用可能である [6] ことから、本速報では線形系での解析を行う。

本章では文献 [7] の理論を拡張し導出される、直達項を含む出力に対する最悪外乱の必要十分条件を示す。以下の連続時間システム

* 原稿受付 2020 年 1 月 6 日

[†] 電気通信大学 大学院 情報理工学研究所 Graduate School of Informatics and Engineering, The University of Electro-Communications; 1-5-1 Chofugaoka, Chofu city, Tokyo 182-8585, JAPAN

[‡] 宇宙航空研究開発機構 航空技術部門 Aeronautical Technology Directorate, Japan Aerospace Exploration Agency (JAXA); 6-13-1 Osawa, Mitaka city, Tokyo 181-0015, JAPAN

Key Words: worst-case disturbance, Generic Transport Model, airplane, H^∞ control.

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{E}w_g(t) \quad (1)$$

$$\mathbf{z}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{F}w_g(t) \quad (2)$$

を考える．状態変数 $\mathbf{x}(t) \in R^4$ は X 軸/ Z 軸慣性速度とピッチ角/角速度の 4 要素をもち，外乱入力 $w_g(t) \in R$ は Z 軸突風速度， $\mathbf{z}(t) \in R^n$ は直達項をもつ出力である．このとき，制御入力は常に 0 とし，省略している．本速報では議論の簡単化のため，機体に対する上下方向（ Z 軸）突風の影響のみを論じ，突風速度の機体 X 軸成分は考えないものとする．すべての状態量はトリム状態からの微小擾乱を表す．ただし， $(\mathbf{A}, \mathbf{E})$ は安定な可制御対であり，状態変数 $\mathbf{x}(t) \in R^4$ の初期状態と最終状態はそれぞれ $\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0 \in R^4$ と $\mathbf{x}(\infty) = 0$ とする．このとき，導出結果として以下の最悪外乱問題の解を得る．

[最悪外乱問題] (1), (2) 式に対して，任意のスカラー $0 < \beta \in R$ と重み行列 $0 \preceq \mathbf{Q} \in R^{n \times n}$ が与えられたとき，

$$\|\mathbf{w}_g\|_2 = \left(\int_0^\infty w_g(t)^2 dt \right)^{1/2} = \beta \quad (3)$$

を満たし，かつ，評価関数

$$J = \frac{1}{2} \int_0^\infty \mathbf{z}(t)^T \mathbf{Q} \mathbf{z}(t) dt \quad (4)$$

を最も大きくする外乱 $w_g(t) \in R$ を求めよ．

上記の問題が可解であることの必要十分条件は，以下の非線形連立方程式

$$\begin{aligned} \mathbf{S}\mathbf{A}_R + \mathbf{A}_R^T \mathbf{S} - e^{-1} \mathbf{S} \mathbf{E} \mathbf{E}^T \mathbf{S} + \mathbf{C}^T \mathbf{Q} \mathbf{C} \\ - e^{-1} \mathbf{C}^T \mathbf{Q} \mathbf{F} \mathbf{F}^T \mathbf{Q} \mathbf{C} = 0, \quad e := 2\mu + \mathbf{F}^T \mathbf{Q} \mathbf{F}, \\ \mathbf{A}_R := \mathbf{A} - e^{-1} \mathbf{E} \mathbf{F}^T \mathbf{Q} \mathbf{C} \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_c^T \mathbf{X} + \mathbf{X} \mathbf{A}_c \\ + (\mathbf{E}^T \mathbf{S} + \mathbf{F}^T \mathbf{Q} \mathbf{C})^T (\mathbf{E}^T \mathbf{S} + \mathbf{F}^T \mathbf{Q} \mathbf{C}) = 0, \\ \mathbf{A}_c := \mathbf{A} - e^{-1} \mathbf{E} (\mathbf{E}^T \mathbf{S} + \mathbf{F}^T \mathbf{Q} \mathbf{C}) \end{aligned} \quad (6)$$

$$\mathbf{x}_0^T \mathbf{X} \mathbf{x}_0 = \beta^2 e^2 \quad (7)$$

を満たすスカラー $0 < e \in R$ と行列 $0 \preceq \mathbf{S} \in R^{4 \times 4}$ ， $0 < \mathbf{X} \in R^{4 \times 4}$ が存在することである．また，(5)~(7) 式を満たす μ ， $\mathbf{S}$ ， $\mathbf{X}$ を求められれば，最悪外乱は

$$w_g(t) = -e^{-1} (\mathbf{E}^T \mathbf{S} + \mathbf{F}^T \mathbf{Q} \mathbf{C}) \mathbf{x}(t) \quad (8)$$

で求められる．(1), (2) 式の最悪外乱に対する時間応答は

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}_c \mathbf{x}(t), \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0, \quad \mathbf{x}(\infty) = 0 \quad (9)$$

によって計算できる．

本速報では，状態変数 $\mathbf{x}(t)$ から最悪外乱 $w_g(t)$ を生成する (8) 式を最悪外乱生成器とよぶ．また，本速報においても，文献 [6] と同様の最悪外乱問題の解法を用いる．これ以降， Z 軸重心加速度 a_Z に対する正規化された最悪外乱 ($\beta = 1$) を考え，重み行列 $\mathbf{Q}$ は 1 とする．また，簡単化のため，状態変数 $\mathbf{x}$ の一要素にのみ値をも

つ初期値 $\mathbf{x}_0$ を考える．

3. 数値実験と考察

本章では，最悪外乱 (8) が航空機運動モデルに与える影響を数値実験により考察する．線形モデル (1), (2) を用いた極解析と，時間応答および周波数応答から，最悪外乱の特徴および励起される運動の特性を明らかにする．ここでは，開ループ系の初期値応答である外乱なし応答と閉ループ系で表される最悪外乱応答を比較考察する．

3.1 極解析

外乱なし（開ループ）および最悪外乱あり（閉ループ）のシステムにおける極解析結果を示す．Table 1 は外乱なし， $\mu = -8.800$ の各システムにおける極を表している．両システムは二つの複素根を二組もち，このうち実軸から遠い組が短周期モード，近い組が長周期モードに相当する．最悪外乱生成器の導入後，長周期モードは減衰比と周波数に大きな変化がないのに対して，短周期モードは減衰比が小さくなり，オーダが一つ下がっていることがわかる．短周期モードは Z 軸慣性速度とピッチ角速度による運動，すなわち迎角に影響する運動である．そのため， Z 軸重心加速度を最大にする最悪外乱は短周期モードの振動を継続すると考えられる．

Table 1 The difference between the poles of the systems

μ	モード	極
— (外乱なし)	短周期	$-3.743 \pm 7.714i$
	長周期	$-0.03053 \pm 0.2263i$
-8.800	短周期	$-0.2283 \pm 10.51i$
	長周期	$-0.03005 \pm 0.2263i$

また，最悪外乱ありのシステムの短周期モードの周波数が大きくなり，オーダが一つ上がっていることがわかる．すなわち，最悪外乱生成器を導入すると，外乱なしのシステムの短周期モードよりも周期が短くなることがわかる．文献 [8] でも総当たりの数値実験により，上下加速度の絶対値を最大にする上下突風の周期は外乱なしのシステムの短周期よりも短くなることが示されている．これは定性的には以下のように考えられる．文献 [10] によると，一般に垂直突風の影響は迎角変化（以降， α_g ）で与えられる．たとえば正弦波状の垂直突風を仮定し，ピッチ角最大るとき $+\alpha_g$ を与え，ピッチ角最小るとき $-\alpha_g$ を与えると，迎角変化する間上下加速度変化が大きくなる．このとき，最大/最小のピッチ角におけるピッチングモーメントの絶対値は，外乱なしの場合よりも大きくなる．これは復元力が増大することを意味しており，最悪外乱応答は振動の周期がノミナルの短周期よりも短いピッチ運動となる．

3.2 時間応答

$\mu = -8.8000$ に対して $\mathbf{x}_0 = [u_0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ を設定したときの，線形モデル (1), (2) に対する最悪外乱応答

Fig. 1 Time response

を考える。Fig. 1 は $(\mu, u_0) = (-8.800, 7.539)$ における (a) 最悪外乱 w_g と (b) Z 軸重心加速度 a_z の時間応答を表している。ここで、実線は最悪外乱応答、破線は外乱なし応答を表す。 X 軸慣性速度 u が初期値をもつため、最悪外乱あり/外乱なしの両応答とも、長周期モードに相当する振動がほぼ同じように励起されている (Fig. 1(b))。これは長周期モードがおもに X 軸慣性速度とピッチ角の変化による運動であることに起因する。それに対し、短周期モードに相当する振動については、最悪外乱応答で大きく励起されていることが確認できる。これは Table 1 において短周期モードの減衰比が小さくなったことに起因する。

3.3 周波数応答

Fig. 2 は、サンプリング周期を 0.01s として Fig. 1 の Z 軸重心加速度 a_z をフーリエ変換して得られた周波数応答であり、最悪外乱応答を実線、外乱なしの応答を破線で表している。周波数応答の短周期 ($\approx 1.2\text{Hz}$) 以下の周波数帯において、最悪外乱応答のゲインが外乱なしの場合を全体的に上回っている。とくに、最悪外乱応答の短周期相当のピークが突出している。これは前節の時間応答の結果 (Fig. 1) と合致する。長周期 ($\approx 0.036\text{Hz}$) に関しては、短周期のような著しい変化は見られない。これは前節における時間応答で、長周期の励起が最悪外乱あり/外乱なしでほぼ同程度であったことに対応する。

4. おわりに

本速報では、航空機の縦運動に H^∞ 制御に基づく最悪外乱手法を適用し、最悪外乱 (最悪な上下突風) に遭遇した際の機体運動を解析した。とくに、航空機運動モデルとして NASA GTM を使用し、最悪外乱応答と長周期・短周期モードの関係に着目した解析を行った。本速報の成果として、 Z 軸重心加速度の 2 乗時間積分への影響度を考慮したとき、最悪外乱生成器は短周期相当の振動モードを励起する働きをもつことを示した。また、短周期相当の振動の周期を短くする働きをもつことを明

Fig. 2 Frequency response

らかにした。これにより、経験的な知見を理論的に裏づけることができた。今後の研究課題として、連続時間における有限時間最悪外乱の導出や外乱応答軽減制御との組合せなどが考えられる。

謝 辞

3.1 節の考察に関して、JAXA 又吉直樹氏から有益なコメントをいただいた。記して、謝意を表したい。また、本研究は JSPS 科研費 JP19H02158, JP19K04444, JP19H02163, JP17H06293 の助成を受けたものである。

参考文献

- [1] 運輸安全委員会：事故調査報告書，AA2016-2 (2016) (<http://www.mlit.go.jp/jtsb/aircraft/rep-acci/AA2016-2-3-N751AN.pdf>)
- [2] Y. Hamada: Aircraft gust alleviation using discrete-time preview controller with prior gust information; *SICE Annual Conference 2013*, pp. 1907–1912 (2013)
- [3] 佐藤，遠藤：乱気流およびそれに伴う加速度のスペクトル解析; 日本航空宇宙学会論文集，Vol. 56, No. 653, pp. 293–295 (2008)
- [4] A. S. Pototzky, T. A. Zeiler and B. Perry III: Calculating time-correlated gust loads using matched filter and random process theories; *Journal of Aircraft*, Vol. 28, No. 5, pp. 346–352 (1991)
- [5] A. B. Markov and L. D. Reid: Conflict of interest wind modeling in aircraft response study; *Journal of Aircraft*, Vol. 19, No. 12, pp. 1025–1031 (1982)
- [6] 澤田，濱田，福永，新：Generic Transport Model を用いた航空機の縦運動に関わる最悪外乱の一解析; システム制御情報学会論文誌，Vol. 32, No. 8, pp. 309–317 (2019)
- [7] 藤井，井戸川，大塚，浦田：柔軟宇宙構造物に対する H^∞ 制御における最悪な外乱について (第 1 報) 理論的考察; 日本航空宇宙学会誌，pp. 119–124 (1997)
- [8] 又吉：飛行機の揺れについて; 第 4 回航空気象シンポジウム，pp. 41–56 (2009)
- [9] NASA: Flight Dynamics Simulation of a Generic Transport Model (<https://software.nasa.gov/software/LAR-17625-1>)
- [10] 加藤，大屋，柄沢：航空機力学入門，東京大学出版会 (1982)