遅れ型むだ時間系に対するモデル規範形 適応制御系の一設計法*

新 誠一**・宮元 慎一***・北森 俊行****

A Design of Model Reference Adaptive Control for the Retarded Time Delay System*

Seiichi SHIN**, Shin-ichi MIYAMOTO*** and Toshiyuki KITAMORI****

This paper presents a model reference adaptive control for the retarded time delay system, which is a continuous-time linear system with a time delay in the state. The time delay can be compensated by the linear filter which belongs to the finite Laplace transformation. The adaptive controller estimates unknown integral kernels of the filter and unknown parameters of the time delay system. At the same time the controller makes the output of the time delay system follow that of the prespecified reference model. A convergence proof of the output error between the time delay system and the model is given under a boundness assumption on the all state included in the control system. The result is verified by a simple numerical simulation performed on a 2nd order retarded time delay system.

1. 緒 言

現実の制御対象にはむだ時間が存在し、これを無視できない場合が少なくない。このため、むだ時間系に対する制御系設計が大きな課題になっており、積極的に研究されている¹、筆者らもむだ時間系に対する有限極配置法²、適応観測³、および適応制御⁴⁻⁶を研究している。本論文は入力にむだ時間がある制御対象に対するモデル規範形適応制御 (MRAC; Model Reference Adaptive Control) の設計法を遅れ型むだ時間系に属する状態にむだ時間がある制御対象に拡張するものである。

遅れ型むだ時間系は入力にむだ時間を持つ系が複数個組み合わせさせて制御対象を形成している場合や対象自体がむだ時間をともなう帰還経路を持つ場合などに相当する⁷⁻⁹。この対象は系内にむだ時間が分布しているため、

むだ時間部分と有限次元線形部が入出力のみにむだ時間がある系のように分離しては扱えない。このため、予測器や観測器の構成が非常に複雑となる。

ここでは、通常用いられている代数的手法に解析的手法を付加した有限極配置法で得られた結果を利用して、状態にむだ時間を持つ系に対する新しい観測器を提案する。これを使って、状態にむだ時間を持つ系に対するMRACを設計するが、基本的な構造は文献4)~6)のMRACと同一である。つまり、むだ時間相当分に対応する予測器を含む状態観測器を埋め込んだ制御対象の逆系表現の未知のパラメータおよび積分核を推定し、この推定された逆系表現に基づいてモデル規範を達成する制御入力を合成するものである。

以下、観測器および適応制御系の詳細な構造を論じ、4. で全状態の有界性を仮定した上での適応制御系の特性を示す。そして、設計したむだ時間系に対する適応制御の有効性を確認するために簡単な数値実験を行なう。なお、制御対象に必要な制約を6. にまとめる。

2. 観測器

制御対象として遅れ型むだ時間系である状態にむだ時間のある(1)式の連続時間線形系を考える。

* 原稿受付 1988. 2. 1

** 筑波大学 電子・情報工学系 Institute of Information Sciences and Electronics, University of Tsukuba : Ten-noudai, Tsukuba 305, JAPAN

*** 三菱重工業 ㈱ Mitsubishi Heavy Industries Ltd. : Wadasaki-cho, Hyogo-ku, Kobe, JAPAN

**** 東京大学 工学部 Faculty of Engineering, University of Tokyo : Hongo, Bunkyo-ku, Tokyo 113, JAPAN

Key Words : adaptive control, time delay, model reference, retarded type, continuous-time.

$$y(t) = c^T x(t) \quad (1-1)$$

$$s\mathbf{x}(t) = A_0 \mathbf{x}(t) + A_1 \mathbf{x}(t-d) + \mathbf{b}u(t) \quad (1-2)$$

ただし, s は時間微分の演算子, T は転置を表す.
 $y(t) \in \mathbf{R}$, $u(t) \in \mathbf{R}$ はそれぞれ出力および入力であり,
 $\mathbf{x}(t) \in \mathbf{R}^n$ は状態である. $A_0, A_1, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ などはそれぞれ
 適当な大きさを持つ行列またはベクトルとする. $d \in \mathbf{R}$
 はむだ時間であり, 負でない値をとる. (1-2) 式からわ
 かるように状態の時間微分 $s\mathbf{x}(t)$ は現在の状態 $\mathbf{x}(t)$, d
 時間過去の状態 $\mathbf{x}(t-d)$, および入力 $u(t)$ の重み付線
 形和で決定される.

σ を d 時間分のむだ時間作用素,

$$\sigma \mathbf{x}(t) = \mathbf{x}(t-d) \quad (2)$$

として, (1-2) 式を書き直すと,

$$\begin{aligned} s\mathbf{x}(t) &= A_0 \mathbf{x}(t) + \sigma A_1 \mathbf{x}(t) + \mathbf{b}u(t) \\ &= A(\sigma) \mathbf{x}(t) + \mathbf{b}u(t) \end{aligned} \quad (3)$$

となる. ただし,

$$A(\sigma) = A_0 + \sigma A_1 \quad (4)$$

である.

(1) の対象がスペクトル可観測;

$$\text{rank}\{sI - A^T(e^{-sd}), \mathbf{c}\} = n, \text{ for all } s \in \mathbf{C} \quad (5)$$

とすると有限極配置法の双対な問題として観測器を構成
 できることが知られている^{10,11}. ただし, $\mathbf{C}$ は複素平面
 を表す. しかしながら, この観測器は制御対象の未知
 パラメータが複雑に関係しているので, 適応制御に直接
 使えない. そこで, 観測器の動特性を指定しやすい新し
 い構造を持つ観測器を設計する. これは状態推定と状態
 予測を組み合わせた二段構成となっている.

新しい状態 $\bar{\mathbf{x}}(t) \in \mathbf{R}^n$ を,

$$\bar{\mathbf{x}}(t) = M(\sigma) \mathbf{x}(t) \quad (6)$$

で定義する. ただし,

$$\begin{aligned} M(\sigma) &= \begin{bmatrix} 1 & a_1(\sigma) & a_2(\sigma) & \cdots & a_{n-1}(\sigma) \\ 0 & 1 & a_1(\sigma) & \cdots & a_{n-2}(\sigma) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & 0 & \vdots & \vdots & a_1(\sigma) \\ 0 & \vdots & \vdots & \vdots & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ &\quad * O(c^T, A(\sigma)) \end{aligned} \quad (7)$$

である. ここで, $O(c^T, A(\sigma))$ は (1) の系の可観測行
 列⁷であり, $a_i(\sigma)$, $i = 1, 2, \dots, n-1$ は,

$$\begin{aligned} \det\{sI - A(\sigma)\} &= s^n + a_1(\sigma)s^{n-1} + \cdots \\ &\quad + a_{n-1}(\sigma)s + a_n(\sigma) \end{aligned} \quad (8)$$

を満たす高々 i 次の σ の多項式である. 文献 12) の手

法を用いると, (1) の系は次式で示す可観測標準形とな
 る. これは文献 13) と双対な結果である.

$$y(t) = \mathbf{c}_0^T \bar{\mathbf{x}}(t) \quad (9-1)$$

$$s\bar{\mathbf{x}}(t) = A_0(\sigma) \bar{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{b}_0(\sigma) u(t) \quad (9-2)$$

ただし,

$$\mathbf{c}_0^T = [1 \quad 0 \quad \cdots \quad 0] \quad (10-1)$$

$$A_0(\sigma) = \begin{bmatrix} -a_1(\sigma) & 1 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ -a_2(\sigma) & 0 & 1 & \cdots & 0 & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & 0 \\ \vdots & \vdots & 0 & \vdots & 1 & \vdots \\ -a_n(\sigma) & 0 & \vdots & \vdots & \vdots & 0 \end{bmatrix} \quad (10-2)$$

$$\mathbf{b}_0(\sigma) = \begin{bmatrix} b_1(\sigma) \\ b_2(\sigma) \\ \vdots \\ \vdots \\ b_n(\sigma) \end{bmatrix} = M(\sigma) \mathbf{b} \quad (10-3)$$

である. $\mathbf{b}_0(\sigma)$ の定義より, $b_i(\sigma)$, $i = 1, 2, \dots, n$ は高々
 $2n-2$ 次の σ の多項式である.

配置したい観測器の極を,

$$s^n + \alpha_1 s^{n-1} + \cdots + \alpha_n = 0 \quad (11)$$

の根とし, $F \in \mathbf{R}^{n \times n}$ を,

$$F = \begin{bmatrix} -\alpha_1 & 1 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ -\alpha_2 & 0 & 1 & \cdots & 0 & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & 0 \\ \vdots & \vdots & 0 & \vdots & 1 & \vdots \\ -\alpha_n & 0 & \vdots & \vdots & \vdots & 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

とすると, (9-2) 式は (9-1) 式の関係を用いて,

$$s\bar{\mathbf{x}}(t) = F\bar{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{k}(\sigma)y(t) + \mathbf{b}_0(\sigma)u(t) \quad (13)$$

と書き直せる. ただし,

$$\begin{aligned} \mathbf{k}^T(\sigma) &= [\alpha_1 \quad \alpha_2 \quad \cdots \quad \alpha_n] \\ &\quad - [a_1(\sigma) \quad a_2(\sigma) \quad \cdots \quad a_n(\sigma)] \end{aligned} \quad (14)$$

である.

以上のことより, $\theta_u(t)$ と $\theta_y(t)$ を,

$$s\theta_u(t) = F\theta_u(t) + \mathbf{b}_F u(t) \quad (15-1)$$

$$s\theta_y(t) = F\theta_y(t) + \mathbf{b}_F y(t) \quad (15-2)$$

と生成される状態とする. ただし, $(F, \mathbf{b}_F)$ は可制御に
 なるように $\mathbf{b}_F$ を決定する. このとき文献 14) の結果を

むだ時間系に拡張して考えると,

$$\bar{x}(t) = K_u(\sigma)\theta_u(t) + K_y(\sigma)\theta_y(t)(\varepsilon) \quad (16)$$

を満たす高々 $2n-2$ 次の行列多項式 $K_u(\sigma)$ と高々 n 次の行列多項式 $K_y(\sigma)$ が存在する. ただし, (ε) は指数的に減衰する項を除いて等しいことを表わす. すなわち, (15) 式および (16) 式が (1) 式の系に対する観測器となっている. しかしながら, 得たいのは (1) 式の $x(t)$ に対応する量であるので, (6) 式の関係;

$$x(t) = M^{-1}(\sigma)\bar{x}(t) \quad (17)$$

を用いて観測値を得ればよい.

けれども, (1) 式の対象が強可観測⁸:

$$\text{rank}\{sI - A^T(\sigma), c\} = n \quad \text{for all } s, \sigma \in C \quad (18)$$

な場合以外では $M^{-1}(\sigma)$ は σ についての有理式となり, $\det\{M(\sigma)\}$ に対応する動特性を持つ. たとえスペクトル可観測であっても $\det\{M(\sigma)\}$ の零点が不安定 (絶対値が1より大) な場合には, この動特性が不安定となるので, 安定な観測器を実現できない⁸. また, $M^{-1}(\sigma)$ の分母と分子の多項式の次数差によっては $\bar{x}(t)$ の未来値が必要となる.

このことを避けるために, (17) 式を σ の多項式と有限ラプラス変換に属するフィルタで実現することが有限極配置法における算法の主要な部分になっている^{2,9}. このことを文献15)では有限線形作用素による実現と呼んでいる. つまり, (1) 式がスペクトル可観測なとき (17) 式は (19) 式のように実現できる.

$$x(t) = D(\sigma)\bar{x}(t) + \int_0^{n_{ad}} W(\tau)\bar{x}(t-\tau)d\tau \quad (19)$$

ただし, $D(\sigma)$ の次数は有限極配置法の算法² から $3n-1$ を越えない. また, n_a は n から決まる有界な負でない整数である. これについては6. でふれる.

以上で (1) 式の系に対する観測器が構成できた. つまり, (15) 式と (16) 式が過去の状態に相当する量を求める推定器であり, (19) 式が必要とする観測値を得るための予測器である.

3. 適応制御

前章で, むだ時間系に対する新しい観測器を設計した. ここではこの観測器を組み込んだ適応制御系を設計する.

3.1 逆系表現

(1) 式の系の逆系表現を求めるため, 相対次数 m を,

$$m = \min\{i | c^T A^{i-1}(\sigma)b \neq 0\} \quad (20)$$

と定義する. これより,

$$s^i y(t) = c^T A^i(\sigma)x(t), \quad i = 1, 2, \dots, m-1 \quad (21-1)$$

$$s^m y(t) = c^T A^m(\sigma)x(t) + c^T A^{m-1}(\sigma)bu(t) \quad (21-2)$$

が言える. ここで次数差フィルタとして, m 次のモニタ安定多項式 $q(s)$ を導入すると (21) 式より,

$$q(s)y(t) = f^T(\sigma)x(t) + g(\sigma)u(t) \quad (22)$$

となる. ただし,

$$f^T(\sigma) = c^T q(A(\sigma)) \quad (23-1)$$

$$g(\sigma) = c^T A^{m-1}(\sigma)b \quad (23-2)$$

である. ここで, σ について高々 $m-1$ 次以下の多項式である $g(\sigma)$ の零次の係数は非零とする. つまり,

$$g(\sigma) = g_0^{-1}\{1 - g_1(\sigma)\} \quad (24)$$

で表わせるとする. ここで,

$$g_1(\sigma) = g_{11}\sigma + g_{12}\sigma^2 + \dots + g_{1[m-1]}\sigma^{m-1} \quad (25)$$

である.

よって, (1) 式の逆系表現として,

$$u(t) = g_1(\sigma)u(t) + k^T(\sigma)x(t) + g_0 q(s)y(t) \quad (26)$$

を得る. ただし,

$$k^T(\sigma) = -g_0 f^T(\sigma) \quad (27)$$

である.

さて, この逆系表現に2. の観測器を導入する. 具体的には (16) 式および (19) 式より,

$$\begin{aligned} x(t) = & D(\sigma)K_u(\sigma)\theta_u(t) + D(\sigma)K_y(\sigma)\theta_y(t) \\ & + \int_0^{n_{ad}} W(\tau)K_u(\sigma)\theta_u(t-\tau)d\tau \\ & + \int_0^{n_{ad}} W(\tau)K_y(\sigma)\theta_y(t-\tau)d\tau \end{aligned} \quad (28)$$

である. よって, (28) 式を (26) 式に代入すると, 以下の式を満たす $5n+m-3$ 次以下の σ 多項式ベクトル $k_1(\sigma)$, $4n+m-1$ 次以下の σ の多項式ベクトル $k_2(\sigma)$ および積分核 $w_u(\tau)$, $w_y(\tau)$ が存在する.

$$\begin{aligned} u(t) = & g_1(\sigma)u(t) + k_1^T(\sigma)\theta_u(t) + k_2^T(\sigma)\theta_y(t) \\ & + \int_0^{(n_a+2n+m-2)d} w_u^T(\tau)\theta_u(t-\tau)d\tau \\ & + \int_0^{(n_a+n+m)d} w_y^T(\tau)\theta_y(t-\tau)d\tau + g_0 q(s)y(t) \end{aligned} \quad (29)$$

これが状態にむだ時間を含む対象に対する入出力情報のみを用いた逆系表現である.

3.2 同定部

(29) 式に基づいて MRAC を構成していく. まず, 同定器を考える. (29) 式の両辺をスカラー多項式である $q(s)$ で割って, $y(t)$ の微分を除き, σ と s が可換であることを利用して書き直すと,

$$\begin{aligned}
v(t) = & \sum_{i=1}^{m-1} g_{1i} v(t-id) + \sum_{i=0}^{m_u} k_{1i}^T \xi_u(t-id) \\
& + \sum_{i=0}^{m_y} k_{2i}^T \xi_y(t-id) + \int_0^{m_{ud}} w_u^T(\tau) \xi_u(t-\tau) d\tau \\
& + \int_0^{m_{yd}} w_y^T(\tau) \xi_y(t-\tau) d\tau + g_0 y(t) \quad (30)
\end{aligned}$$

となる。ただし、

$$v(t) = q^{-1}(s)u(t) \quad (31-1)$$

$$\xi_u(t) = q^{-1}(s)\theta_u(t) \quad (31-2)$$

$$\xi_y(t) = q^{-1}(s)\theta_y(t) \quad (31-3)$$

$$m_u = \max(5n+m-3, n_a+2n+m-2) \quad (31-4)$$

$$m_y = \max(4n+m-1, n_a+n+m) \quad (31-5)$$

である。式の展開が煩雑であるので、(30)式の和の上限および積分の上限を(31-4)式と(31-5)式に示すように大きい方に統一した。

また、 k_{1i} 、 k_{2i} と g_{1i} は多項式 $k_1(\sigma)$ 、 $k_2(\sigma)$ と $g_1(\sigma)$ の σ^i の係数ベクトルにそれぞれ対応している。(30)式に対して同定モデル；

$$\begin{aligned}
\hat{v}(t) = & \sum_{i=1}^{m-1} \hat{g}_{1i}(t)v(t-id) + \sum_{i=0}^{m_u} \hat{k}_{1i}^T(t)\xi_u(t-id) \\
& + \sum_{i=0}^{m_y} \hat{k}_{2i}^T(t)\xi_y(t-id) \\
& + \int_0^{m_{ud}} \hat{w}_u^T(t, \tau)\xi_u(t-\tau) d\tau \\
& + \int_0^{m_{yd}} \hat{w}_y^T(t, \tau)\xi_y(t-\tau) d\tau + \hat{g}_0(t)y(t) \quad (32)
\end{aligned}$$

を考える。 $\hat{\cdot}$ は対応する未知係数および変数 $v(t)$ の推定値である。これらの未知係数の推定値の更新は、

$$s\hat{g}_{1i}(t) = \gamma_{1i}v(t-i)\beta(t)\varepsilon(t) \quad (33-1)$$

$$s\hat{k}_{1i}(t) = \Gamma_{1i}\xi_u(t-id)\beta(t)\varepsilon(t) \quad (33-2)$$

$$s\hat{k}_{2i}(t) = \Gamma_{2i}\xi_y(t-id)\beta(t)\varepsilon(t) \quad (33-3)$$

$$s\hat{w}_u(t, \tau) = \Gamma_u(\tau)\xi_u(t-\tau)\beta(t)\varepsilon(t) \quad (33-4)$$

$$s\hat{w}_y(t, \tau) = \Gamma_y(\tau)\xi_y(t-\tau)\beta(t)\varepsilon(t) \quad (33-5)$$

$$s\hat{g}_0(t) = \gamma y(t)\beta(t)\varepsilon(t) \quad (33-6)$$

である。ただし、 γ_{1i} 、 γ は正定数、 Γ_{1i} と Γ_{2i} は正定行列、 $\Gamma_u(\tau)$ と $\Gamma_y(\tau)$ は τ に関して一様に正定となる行列関数である。また、

$$\varepsilon(t) = v(t) - \hat{v}(t) \quad (34-1)$$

$$\begin{aligned}
\beta^{-1}(t) = & 1 + \sum_{i=0}^{m-1} \gamma_{1i} v^2(t-id) \\
& + \sum_{i=0}^{m_u} \xi_u^T(t-id)\Gamma_{1i}\xi_u(t-id) \\
& + \sum_{i=0}^{m_y} \xi_y^T(t-id)\Gamma_{2i}\xi_y(t-id) \\
& + \int_0^{m_{ud}} \xi_u^T(t-\tau)\Gamma_u(\tau)\xi_u(t-\tau) d\tau \\
& + \int_0^{m_{yd}} \xi_y^T(t-\tau)\Gamma_y(\tau)\xi_y(t-\tau) d\tau + \gamma y^2(t) \quad (34-2)
\end{aligned}$$

である。

3.3 制御部

以上の同定部で得られた推定値をもとにモデル規範を実現するための制御入力 $y_m(t)$ の合成を考える。追従すべき規範モデルとしては規範出力 $y_m(t)$ の m 回微分まで可能なものであれば、むだ時間や非線形性を持つものでもかまわない。ここでは一例として、対象と同じむだ時間を状態を持つ(35)式の系を考える。

$$y_m(t) = c_m^T x_m(t) \quad (35-1)$$

$$s x_m(t) = A_{m0} x_m(t) + A_{m1} x_m(t-d) + b_m r(t) \quad (35-2)$$

ただし、 $y_m(t)$ の m 回微分まで利用可能なことから、 σ について一様に、

$$\min\{i | c_m^T (A_{m0} + \sigma A_{m1})^{i-1} b_m \neq 0\} \geq m \quad (36)$$

である必要がある。この $y_m(t)$ と(33)式から得られる未知係数の推定値より制御入力は、

$$\begin{aligned}
u(t) = & \sum_{i=1}^{m-1} \hat{g}_{1i}(t)u(t-i) + \sum_{i=0}^{m_u} \hat{k}_{1i}^T(t)\theta_u(t-i) \\
& + \sum_{i=0}^{m_y} \hat{k}_{2i}^T(t)\theta_y(t-i) \\
& + \int_0^{m_{ud}} \hat{w}_u^T(t, \tau)\theta_u(t-\tau) d\tau \\
& + \int_0^{m_{yd}} \hat{w}_y^T(t, \tau)\theta_y(t-\tau) d\tau \\
& + \hat{g}_0(t)q(s)y_m(t) \quad (37)
\end{aligned}$$

と合成すればよい。

以上で、状態にむだ時間のある対象に対するMRACが設計できた。

4. 解析

前章で設計した適応制御系の特性を考える。文献5)に示したような厳密な扱いも可能だが、ここでは状態量の有界性と連続性を仮定した文献16)に準拠した簡単な解析を行なう。

まず、正定な関数として、

$$\begin{aligned}
w(t) = & \sum_{i=1}^{m-1} \gamma_{1i} \tilde{g}_{1i}(t) \tilde{g}_{1i}(t) + \sum_{i=0}^{m_u} \tilde{k}_{1i}^T(t) \Gamma_{1i}^{-1} \tilde{k}_{1i}(t) \\
& + \sum_{i=0}^{m_y} \tilde{k}_{2i}^T(t) \Gamma_{2i}^{-1} \tilde{k}_{2i}(t) \\
& + \int_0^{m_{ud}} \tilde{w}_u^T(t, \tau) \Gamma_u^{-1}(\tau) \tilde{w}_u(t, \tau) d\tau \\
& + \int_0^{m_{yd}} \tilde{w}_y^T(t, \tau) \Gamma_y^{-1}(\tau) \tilde{w}_y(t, \tau) d\tau \\
& + \gamma^{-1} \tilde{g}_0(t) \tilde{g}_0(t) \quad (38)
\end{aligned}$$

を考える。ただし、 $\tilde{\cdot}$ がついている変数は対応する真のパラメータとそれの推定値の差、つまり推定誤差である。(33)式を考慮したこれらの軌道に沿った微分をとると、

$$\begin{aligned}
sw(t) = & -2\beta(t)\varepsilon(t) \left\{ \sum_{i=1}^{m-1} \tilde{g}_{1i}(t)v(t-id) \right. \\
& + \sum_{i=0}^{m_u} \tilde{k}_{1i}^T(t)\xi_u(t-id) + \sum_{i=0}^{m_y} \tilde{k}_{2i}^T(t)\xi_y(t-id) \\
& + \int_0^{m_u d} \tilde{w}_u^T(t, \tau)\xi_u(t-\tau)d\tau \\
& \left. + \int_0^{m_y d} \tilde{w}_y^T(t, \tau)\xi_y(t-\tau)d\tau + \tilde{g}_0(t)y(t) \right\}
\end{aligned} \quad (39)$$

となる。よって、(30), (32) 式, および (34-1) 式より,

$$\begin{aligned}
sw(t) = & -2\beta(t)\varepsilon(t)\{v(t)-\hat{v}(t)\} \\
& -2\beta(t)\varepsilon^2(t) \leq 0
\end{aligned} \quad (40)$$

と負または零となる。仮定した有界性および (34-2) 式の定義より $\beta(t)$ は零にはならない。よって、同じく仮定した連続性から,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) = 0 \quad (41)$$

がいえる。よって (33) 式の適応則より、各推定値は有界な一定値に収束することがわかる。このとき、(37) 式の制御入力 $q(s)$ の定義を考えると漸近的に,

$$\hat{g}_0(t)\varepsilon(t) = q(s)\varepsilon(t) \quad (42)$$

が成り立つ。ただし,

$$e(t) = y_m(t) - y(t) \quad (43)$$

である。以上より、 $q(s)$ が安定な多項式であるので,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{g}_0(t) \neq 0 \quad (44)$$

であれば、制御目的であるモデル規範;

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0 \quad (45)$$

を達成することがわかる。なお、(44) 式の条件については 6. で考える。

5. 数値実験

3. で設計した適応制御の有効性を確認するために,

$$\begin{aligned}
s\mathbf{x}(t) = & \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -2 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t) + \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t-0.4) \\
& + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t)
\end{aligned} \quad (46-1)$$

$$y(t) = [1 \quad 0] \mathbf{x}(t) \quad (46-2)$$

という状態にむだ時間を持つ対象についてシミュレーションを行なった。ただし、適応制御系は文献 17) で示した構成を用いた。これは連続時間形式有限整定観測器^{17,18}を用いて (16) 式の代わりに,

$$\bar{\mathbf{x}}(t) = \int_0^5 W_u(\tau)u(t-\tau)d\tau + \int_0^5 W_y(\tau)y(t-\tau)d\tau \quad (47)$$

という関係を使う以外、本構成法と同一である。

次数差フィルタ $q(s)$ は,

$$q(s) = s^2 + 4s + 4 \quad (48)$$

とし、規範モデルは,

$$y_m(t) = q^{-1}(s)r(t) \quad (49)$$

である。参照入力 $r(t)$ は,

$$r(t) = 10 \sin(0.5t) \quad (50)$$

とした。 $\hat{g}(0)$ のみを 1 とし、ほかの推定値の初期値はすべて零としたときの応答が Fig.1 である。対象の状態にむだ時間がある場合にも本制御方式が有効であることがわかる。

Fig. 1 Simulation result of the proposed MRAC, where $y(t)$ and $y_m(t)$ is the output of the controlled object and the reference model respectively

6. まとめ

以上、遅れ型むだ時間系に対するモデル規範型適応制御系の設計および解析を行なった。この制御系において必要な制御対象の制約をまとめると次の (1)~(6) である。

- (1) スペクトル可安定性, スペクトル可検出性
- (2) 逆系の安定性
- (3) 対象の次数 n
- (4) 相対次数 m および g_0 の符号
- (5) 状態のむだ時間 d
- (6) 観測器の積分区間 n_a

これらの中で、スペクトル可安定性 (スペクトル可検出性) は有限次元線形系における可安定性 (可検出性) と同じ概念である。つまり、 $\text{rank}\{sI - Ae^{-sd}, b\} < n$ ($\text{rank}\{sI - A^T e^{-sd}, c\} < n$) となる s がすべて複素左半平面にあることであり、不安定なモードはスペクトル可制御かつスペクトル可観測でなければならないという条件である。これはモデル規範に限らず、制御を行なう上で不可欠な条件である。

条件 (2) の逆系の安定性はモデル規範制御をするのに必要な条件である。具体的には、(1-2) 式と (26) 式より,

$$\det\{sg(\sigma)I - g(\sigma)A(\sigma) - bk^T(\sigma)\} = 0 \quad (51)$$

の $\sigma = e^{-sd}$ とおいた根がすべて左半平面にあることを

示す。

条件 (3) で対象の次数 n が事前に既知であることを仮定したが、対象に安定でスペクトル非可制御な状態を加えても同じ議論ができるので、この条件は対象の次数の上限が既知ということに相当する。

条件 (4) で g_0 の符号が既知である必要を述べているが、これは (44) 式の制約に密接に関わっている。この符号が既知の場合には Goodwin ら¹⁹ が用いている手法を使って、(44) 式が成立するように適応則を改変することができる。もっとも、本制御系を Morse¹⁴ の MRAC に準拠して再構成すれば (44) 式の制限を除くことができるが、ここでは分かり易さを考慮して逆系表現²⁰ に基づいた構成を採用した。また、(24) 式で定義される g_0 の存在を仮定したが、この仮定が満たされない場合には因果的な逆系が得られないか、または入力にむだ時間が存在することに等価な場合かの二つが考えられる。

これらの条件は文献 5) で論じた入力にむだ時間を含む系に対する事前情報と同値である。また、 $d=0$ とすれば通常のむだ時間がない場合の適応制御系に一致する。

条件 (6) は遅れ型むだ時間系に対する MRAC 特有のものである。もっとも、この上界は文献 2) の算法より、系の次数 n より求められるものであるが、ここでは煩雑となるので制御対象の制約の一つとした。

本設計では条件 (6) が残っているので、むだ時間が無い場合の適応制御からの完全な拡張とはなっていない。しかし、有限極配置法で知られている (17) 式の関係を用いれば、遅れ型むだ時間系にもモデル規範形適応制御が適用可能なことを示した意義は大きいと思う。条件 (6) の文献 2) の算法からの見直しは今後の課題としたい。また、本制御系の収束性を文献 16) に基づいて簡単に示したが、文献 5) で行なった厳密な扱いも今後の課題としたい。

参 考 文 献

- 1) 示村：むだ時間システムの制御—研究の歴史とその将来；システムと制御，28 巻，6 号，pp. 265~268 (1984)
- 2) 玄，新，大久保：本質的なむだ時間を 1 つ含む 1 入出力線形系の有限極配置法；計測自動制御学会論文集，23 巻，4 号，pp. 386~393 (1987)
- 3) 新，北森：入出力にむだ時間を含む線形系に対する連続時間形式適応観測器の設計；計測自動制御学会論文集，20 巻，11 号，pp. 1000~1005 (1984)
- 4) 新，北森：むだ時間を持つ線形系に対する連続時間 MRACS の設計；第 26 回自動制御連合講演会前刷，pp. 41~42 (1983)
- 5) 新，北森：入力にむだ時間を含む連続時間形式線形系に対するモデル規範形適応制御系の安定性について；計測自動制御学会論文集，23 巻，7 号，pp. 699~706 (1987)
- 6) 宮元，新，大久保：入力に複数のむだ時間を持つ系に対する重み関数を用いた連続時間モデル規範形適応制御；計測自動制御学会論文集，23 巻，8 号，pp. 864~866 (1987)
- 7) 安田：状態にむだ時間を含むシステムの制御 I—遅れの無い状態変数を使う制御則；システムと制御，28 巻，5 号，pp. 290~298 (1984)
- 8) 山本：状態にむだ時間を含むシステムの制御 II—代数的手法による設計法；システムと制御，28 巻，5 号，pp. 299~308 (1984)
- 9) 渡部：状態にむだ時間を含むシステムの制御 III—関数解析手法による設計法；システムと制御，28 巻，5 号，pp. 309~317 (1984)
- 10) K. Watanabe & T. Ouchi : An Observer of System with Delays in State Variables ; Int. J. Control, Vol. 41, No. 1, pp. 217~229 (1985)
- 11) K. Watanabe : Finite Spectrum Assignment and Observer for Multivariable Systems with Commensurate Delays ; IEEE Trans. Automatic Control, Vol. AC-31, No. 6, pp. 543~550 (1986)
- 12) T. Kailath : Linear Systems, Prentice-Hall (1980)
- 13) 渡部，大内：状態にむだ時間をもつ系の可制御標準形について；第 23 回計測自動制御学会学術講演会予稿集，pp. 317~318 (1984)
- 14) A. S. Morse : Global Stability of Parameter Adaptive Control Systems ; IEEE Trans. Automatic Control, Vol. AC-25, No. 3, pp. 433~439 (1980)
- 15) 玄，新，大久保：多入力むだ時間系における弱変数変換の有界線形作用素による実現；第 16 回制御理論シンポジウム資料，pp. 169~172 (1987)
- 16) R. V. Monopoli : Model Reference Adaptive Control with an Augmented Error Signal ; IEEE Trans. Automatic Control, Vol. AC-19, No. 5, pp. 474~484 (1974)
- 17) 宮元，新，大久保：重み関数を用いたむだ時間系の連続時間モデル規範形適応制御（第 2 報）；第 9 回 Dynamical System Theory シンポジウム資料，pp. 209~212 (1986)
- 18) S. Miyamoto, S. Shin, S. Okubo & T. Kitamori : Continuous-time Model Reference Adaptive Control Based on Weighting Functions ; IEEE Trans. Automatic Control, Vol. AC-32, No. 5, pp. 442~444 (1987)
- 19) G. C. Goodwin, P. J. Ramage & P. E. Cains : Discrete-time Multivariable Adaptive Control ; IEEE Trans. Automatic Control, Vol. AC-25, No. 3, pp. 449~456 (1980)
- 20) 新：適応制御；数理科学，22 巻，9 号，pp. 41~46 (1984)