開ループ周波数応答のオンライン同定と2自由度PID 制御系の自動調整法*

古谷 栄光**・荒木 光彦**

On-Line Identification of Open-Loop Frequency Response and Two-Degree-of-Freedom Design Method of PID Control Systems*

Eiko FURUTANI** and Mituhiko ARAKI**

In this paper, we study the accuracy of the open-loop frequency response of control system obtained by on-line identification from the closed-loop frequency response, and show that the open-loop frequency response required for design based on the frequency response can be obtained accurately. Moreover, we consider feedforward-type two-degree-of-freedom PID control systems, and propose an on-line design method of feedback controllers, and a design method of feedforward controllers focused on the number of phase-lead elements between the reference input and the manipulated input. Furthermore, combining these design methods, an on-line design method of two-degree-of-freedom PID control systems is proposed. The efficiency of the proposed design method is evaluated by simulation.

1. はじめに

開ループ周波数応答に基づいたパラメータ調整法では、位相交点付近の周波数応答を正確に知ることが重要である。パラメータ調整をオンラインで行うものとする、動作中の制御系について位相交点付近の開ループ周波数応答を同定しなければならない。ところが従来、開ループ周波数応答のデータから開ループ周波数応答を同定する場合、十分な同定精度が得られず、それを使った自動調整はあまりよい結果にならないものとされてきた。

本論文では、まず、ノンパラメトリックな同定法¹⁾によって閉ループ周波数応答が得られたものとして開ループ周波数応答の同定誤差を検討し、周波数応答に基づく調整を行う際に重要となる位相交点付近については十分な同定精度が得られることを明らかにする。また、このようにして得られた開ループ周波数応答に基づいて自動調整を行う例として2自由度PID制御系を考え、特に精密さが要求されるD要素のパラメータ調整に焦点をあて

た自動調整法について考察し、シミュレーションによってその有効性を確かめる。

以下、2.では開ループ周波数応答のオンライン同定精度について検討を加える。3., 4.ではPID要素をPI要素と位相進み要素の積として表現したあと、開ループ周波数応答がわかっているときのフィードバック要素およびフィードフォワード要素のパラメータ調整法について述べる。5.ではそれらを総合した自動調整法、6.ではシミュレーション結果を示す。

2. 閉ループ応答のデータを使った制御対象の同定法

Fig. 1の制御系を考える。この系の開ループ周波数応答を求める手段としては、この制御系の閉ループ周波数応答 $W(j\omega)$ を同定し、その結果から開ループ周波数応答 $G(j\omega)$ を

$$G(j\omega) = \frac{W(j\omega)}{1 - W(j\omega)} \quad (1)$$

という公式にしたがって算出するという手段が考えられる。しかし、1.でも述べたように、従来このような方法では十分な同定精度が得られず、それを使った自動調整はあまりよい結果にならないものとされてきた。ここで

* 1997年3月3日

** 京都大学 大学院 工学研究科 Department of Electrical Engineering, Kyoto University; Yoshida-Honmachi, Sakyo ward, Kyoto city, Kyoto 606-01, JAPAN

Key Words: on-line identification, PID control system, two-degree-of-freedom design method, on-line design method, frequency response.

Fig. 1 Control system for identification

は、ノンパラメトリックな同定法¹⁾によって閉ループ周波数応答が得られたものとして開ループ周波数応答の同定誤差を検討し、周波数応答に基づく調整を行う際に重要となる位相交点付近については十分な同定精度が得られることを明らかにする。

いま、Fig. 1 の系の閉ループ周波数応答の真値を $W(j\omega)$ とし、同定結果が $W(j\omega) + \Delta W(j\omega)$ であった (すなわち同定誤差が $\Delta W(j\omega)$ だけあった) とする。このとき、(1) 式にしたがって $G(j\omega)$ を求めた場合の同定誤差は次のようになる。

$$\begin{aligned} \Delta G(j\omega) &= \{G(j\omega) + \Delta G(j\omega)\} - G(j\omega) \\ &= \frac{\Delta W(j\omega)}{[1 - \{W(j\omega) + \Delta W(j\omega)\}]\{1 - W(j\omega)\}} \end{aligned} \quad (2)$$

よって、開ループ周波数応答についての相対同定誤差 (以下、開ループ誤差と略称) は

$$\frac{\Delta G(j\omega)}{G(j\omega) + \Delta G(j\omega)} = \{1 + G(j\omega)\} \frac{\Delta W(j\omega)}{W(j\omega) + \Delta W(j\omega)} \quad (3)$$

となり、係数 $1 + G(j\omega)$ と閉ループ応答の相対同定誤差 (以下、閉ループ誤差と略称) の積の形となる。

ここで、(3) 式に基づいて、開ループ誤差の大きさを周波数帯域を分けて検討する。まず、低周波領域について考える。 $1 + G(j\omega)$ は Fig. 1 の系の感度関数の逆数であり、その大きさ $|1 + G(j\omega)|$ はベクトル線図における点 $G(j\omega)$ と点 $-1 + j0$ との距離にあたる。フィードバック特性が良好であるためには、感度関数は低周波領域で十分小さな値をとらなければならない。よって、制御系がうまく動作している場合においては、感度関数の逆数である $1 + G(j\omega)$ は大きな値となる。したがって、低周波領域では開ループ誤差が閉ループ誤差に比べて非常に大きな値となる。このことより、閉ループ応答のデータを使って制御対象の伝達関数全体を同定しようとする、低周波領域での誤差が大きくなって良好な結果が得られないことがわかる。

つぎに、中間周波領域、すなわち位相交点 ω_{Ph} 付近の周波数領域について考える。いま、 $G(j\omega)$ (制御対象 + 既存の補償要素) が

- ① 積分要素を含んでいる
- ② 安定で高帯域減衰性を持つ
- ③ 最小位相系である

という条件を満たすものとする。また、閉ループ系が安定であるものとする、 $G(j\omega)$ のベクトル線図は Fig. 2 のような形になるはずである。周波数応答に基づいたパラメータ調整に重要な周波数応答は Fig. 2 の点線で囲んだあたりの $G(j\omega)$ の値である。そこで、周波数 ω の範囲を

$$|G(j\omega)| < 1 \quad (4)$$

$$-180^\circ \leq \arg(G(j\omega)) < -120^\circ \quad (5)$$

の両方を満たす範囲に限定して、(3) 式に現れる係数の大きさ $|1 + G(j\omega)|$ を評価しておく。先に述べたように、 $|1 + G(j\omega)|$ は点 $G(j\omega)$ と点 $-1 + j0$ との距離に等しいから、(4)、(5) 式の両方を満たす ω の範囲では、

$$|1 + G(j\omega)| < 1 \quad (6)$$

が成立する。すなわち、この周波数領域においては開ループ同定誤差が閉ループ同定誤差より小さいという結論になる。このことは、周波数応答に基づく調整を行う場合に必要な周波数特性は、閉ループ系の周波数応答データから精度よく得られることを意味している。

Fig. 2 Vector diagram of $G(j\omega)$

3. フィードバック要素の逐次型調整法

開ループ周波数応答に基づく逐次調整を行う例として、PID制御系に注目する。PID制御系において、D要素の導入が速応性を向上させ、ひいては外乱の抑制に有効であることはよく知られている。しかしながら、D要素による速応性の改善は、その微分時間と近似微分係数によって定まる特定の周波数域（以下、この周波数域を進相作用域と呼ぶことにする）における進相作用を使って位相交点角周波数を高周波側へ移動することによってもたらされるものであり、D要素がその効果を発揮するためには、進相作用域がD要素導入前の位相交点をカバーするように微分時間および近似微分係数が選ばれ、さらに適切なゲイン調整が行われなければならない。よって、かなり精密なパラメータ調整が要求される。また、従来PID要素の調整を行う場合、D要素のパラメータを変更すると、その影響が他のP、I要素の効果にも及ぶので、D要素の調整のためには、すべてのパラメータを同時に適当な値に変更する必要がある。そのため、D要素の調整は手数のかかるものとなり、プロセス制御の現場ではD要素があまり利用されていない。ここでは、以上を考慮して、まず速応性に大きく影響するパラメータだけを独立に変更しうる形にPID要素を表現し直し、次にその形での調整法について考察する。

近似微分を使ったPID要素

$$F_1(s) = K_P \left(1 + \frac{1}{T_I s} + \frac{T_D s}{1 + \tau T_D s} \right) \quad (7)$$

を考える。ただし、 K_P, T_I, T_D, τ はそれぞれ、ゲイン、積分時間、微分時間および近似微分係数である。ここで、

$$K_P = K \left\{ 1 + \left(1 - a \frac{T_2}{T_1} \right) \right\} \quad (8)$$

$$T_I = T_1 + (1 - a) T_2 \quad (9)$$

$$T_D = (1 - a) \frac{T_1 - a T_2}{T_1 + (1 - a) T_2} T_2 \quad (10)$$

$$\tau = \frac{a}{1 - a} \cdot \frac{T_1 + (1 - a) T_2}{T_1 - a T_2} \quad (11)$$

を満たす K, T_1, T_2, a が存在したとすると[†]、 $F_1(s)$ は

$$F_1(s) = K \left(1 + \frac{1}{T_1 s} \right) \frac{1 + T_2 s}{1 + a T_2 s} \quad (12)$$

とかける。すなわち、PID要素をPI要素と位相進み要素の直列結合として表すことができる。(7)式のD要素の

効果は、(12)式の位相進み要素の効果となり、PID要素のときとは違い、PI要素と独立に調整することが可能となる。上式に基づいて制御系の構造を図示するとFig. 3のようになる。ただし、 $F_{PI}(s), F_{Ph}(s)$ は(12)式に含まれるPI要素および位相進み要素の部分

$$F_{PI}(s) = 1 + \frac{1}{T_1 s} \quad (13)$$

$$F_{Ph}(s) = \frac{1 + T_2 s}{1 + a T_2 s} \quad (14)$$

である。

Fig. 3 Structure of the control system with PI and phase-lead compensators

以下では、Fig. 3の表現を使ってPIDパラメータの調整問題を考えていく。PI要素を位相遅れ要素に置き換えて考えれば（どちらも定常偏差の改善のために低周波のゲインを上げる要素である）、パラメータ調整を行うために、サーボ系の設計における位相進み・遅れ補償法と同じ考え方が使えることがわかる。ただし、ここではプロセス制御系のオンライン調整を目的としているため、調整の順序が異なったものになる。すなわち、プロセス制御系では、通常、定常偏差の除去作用の方が速応性の改善よりも重要とみなされる。そのため、PI補償済みの制御系に対して、後から位相進み要素 $F_{Ph}(s)$ を挿入して特性を改善し、不都合な場合にはもとのPI補償系に戻すという手順で考える方が適当である。この調整手順は、位相進み・位相遅れという順番で設計していくサーボ系の場合の手順と逆になっている。以下、このような形の逐次型のパラメータ調整法を考えていく。ただし、ここではPI要素 $F_{PI}(s)$ とゲイン K だけを使った制御が行われていて、そのときの開ループ周波数応答がわかっているものとして考える。

PI要素 $F_{PI}(s)$ とゲイン K を調整したあとの開ループ周波数応答がFig. 4の実線のようにであったとしよう。Fig. 3の位相進み要素 $F_{Ph}(s)$ のパラメータは、位相交点角周波数 ω_{Ph} 付近で最大の位相進みが得られるように定めるものとして時定数 T_2 を

$$T_2 = \frac{1}{\omega_{Ph} \sqrt{a}} \quad (15)$$

とする²⁾。パラメータ a ($0 < a < 1$) は、速応性を大きく改善したい場合には小さく（0.1程度以下に）、あまり大きな改善の必要がない場合には大きく（0.2程度以上に）

[†]このようなパラメータが存在する条件は $T_1 \geq 4T_D$ である。ただし、以下の議論から明らかなように、ここで提案する設計法を実行するうえでは、この存在条件をチェックする必要はない。すなわち、後出の(17)式にしたがってPIDパラメータを定めれば、この条件は自動的に満足されている。

Fig. 4 Open-loop frequency response (phase)

する。また、Fig. 3のPI要素の時定数 T_1 は、位相進み要素の挿入に対応して次のように再調整する。すなわち、位相進み要素による位相交点角周波数付近の進相作用に大きな影響を与えない範囲でなるべく小さい値を選ぶこととし、 $T_1 \geq T_2$ を満たすなるべく小さい値、すなわち

$$T_1 = T_2 \quad (16)$$

と選ぶことにする。ゲイン K は、ゲイン余裕と位相余裕が適切になるように再調整すればよい。

以上の調整法にしたがって T_1, T_2 を決定した場合、(9)~(11)式より T_1, T_D, τ は、

$$\begin{aligned} T_1 &= (2-a)T_1 \\ T_D &= \frac{(1-a)^2}{(2-a)}T_1 \\ \tau &= \frac{a(2-a)}{(1-a)^2} \end{aligned} \quad (17)$$

となる。こうして得られた値がPIDパラメータとして適当な値であるかどうか検討しておこう。パラメータ a を速応性の改善効果の大きい $a=0.05$ 、および比較的改善効果の小さい $a=0.2$ と選んだ場合のそれぞれについて T_1, T_D, τ を計算してみると、

$a=0.05$ のとき

$$\begin{aligned} T_1 &= 1.95T_1 \\ T_D &= 0.463T_1 \\ \tau &= 0.108 \end{aligned}$$

$a=0.2$ のとき

$$\begin{aligned} T_1 &= 1.8T_1 \\ T_D &= 0.356T_1 \\ \tau &= 0.563 \end{aligned}$$

となる。Chien-Hrones-Reswickの対外乱パラメータ決定法によると、 T_1/T_D は行き過ぎなしのとき6、行き過ぎ20%のとき4.76である。また、近似微分係数は外乱の周波数帯によって決定されるが、通常PID制御系が使

用されるような雑音条件下では、0.1以上程度でなければならないとされている³⁾。これらの数値と比較してみれば、上記の値はPID制御系のパラメータとして妥当なものといえる。

以上でサーボ系の直列補償法の考え方を応用することにより、PID制御系のフィードバック要素のパラメータ調整が適切に行えることが明らかになった。

4. フィードフォワード要素の調整法

ここでは、外乱抑制特性が調整された制御系に対して、目標値追従特性を良好なものにするフィードフォワード要素の調整法について考察する。

制御系として、Fig. 5に示すフィードフォワード型の2自由度PID制御系⁴⁾を考える。一般に位相進み・PI補償法を用いる場合、位相進みの段数を増やせばフィードバック特性、特に外乱抑制特性は改善されるが、それとともに操作量のピーク値および検出雑音の影響が大きくなってしまふ。そこで、参考文献5),6)の考え方に基づいて、目標値応答に対する操作量のピーク値が、目標値から操作量への経路に入る位相進み要素の段数によっておおむね定まることに注目し、以下のようなフィードフォワード要素の設計法を提案する。

Fig. 5 Two-degree-of-freedom PID control system

まず、1自由度制御系を考える。位相進み・PI補償法を用いるものとして目標値応答に対する操作量のピーク値を望ましい範囲に抑えようとした場合に、位相進み要素は n 段まで挿入可能であったとし、そのときの補償器の伝達関数が

$$F_R(s; T_{IR}) = K \left(1 + \frac{1}{T_{IR}s} \right) \prod_{i=1}^n \frac{1 + T_{ri}s}{1 + aT_{ri}s} \quad (18)$$

であったとする。また、操作量の大きさを見捨てフィードバック特性を望ましいものにしようとしたところ、位相進み要素を m 段追加することになったとし、そのときの補償器の伝達関数が

$$F_F(s; T_{IF}) = K \left(1 + \frac{1}{T_{IF}s} \right) \prod_{i=1}^n \frac{1 + T_{ri}s}{1 + aT_{ri}s} \prod_{i=1}^m \frac{1 + T_{fi}s}{1 + aT_{fi}s} \quad (19)$$

であったとする．なお，議論を簡単にするため a の値は固定して考える．

つぎに，Fig. 5 の2自由度制御系を考える．いま

$$F_1(s) = F_F(s; T_{IF}) \quad (20)$$

とおけば，この制御系のフィードバック特性は F_F を使った1自由度系のものと同じになる．また，上述したように，目標値から操作量への経路に入る補償要素 $F_1 + F_2$ に含まれる位相進み要素の段数を n 段にすれば，目標値に対する操作量のピーク値は望ましい範囲に収まると思われる．そこで $T_{IR} = T_{IF} = T_1$ において，

$$F_2(s; T_1) = F_R(s; T_1) - F_F(s; T_1) \quad (21)$$

という形で $F_2(s; T_1)$ を定める．

さて，以上の方法を2自由度PID制御系に適用することを考える．直列補償要素として(7)式に示したような近似微分を用いたPID要素を考えたのに対応して，フィードフォワード要素としても近似微分を使ったPD要素

$$F_2(s) = \alpha + \beta \frac{T_D s}{1 + \tau T_D s} \quad (22)$$

を用いることにする．ここでは，外乱抑制特性を調整した後にフィードフォワード要素を決定することを考えているので， T_D および τ は，直列補償要素 F_1 のパラメータから(10)および(11)式に基づいて決定されていることにし，以下では，残りのパラメータ α および β の調整法について検討する．

1自由度PID制御系において3.で示した方法(外乱抑制特性に注目した方法)で直列補償要素のパラメータを調整した場合，制御量の目標値応答は行き過ぎ量が大いものになる．そこで，フィードフォワード要素を入れることにより目標値から操作量へのフィードフォワード量を減らして，操作量のピーク値を下げることを考える．すなわち，Fig. 5 の2自由度PID制御系において，目標値から操作量への経路に入る位相進み要素の段数が直列補償要素 F_1 中の位相進み要素の段数より小さくなるように，フィードフォワード要素 F_2 を調整することにする．(12)式の表現を用いると直列補償要素 F_1 はPI要素と1段の位相進み要素の直列結合になるので， $F_1 + F_2$ がPI要素のみとなるように，(12)式の F_1 に対して F_2 を

$$\begin{aligned} F_2(s) &= K \left(1 + \frac{1}{T_1 s} \right) - F_1(s) \\ &= -K \left(1 + \frac{1}{T_1 s} \right) \left\{ \frac{(1-a)T_2 s}{1 + aT_2 s} \right\} \end{aligned} \quad (23)$$

として定めることにする．このように F_2 を定めれば，

外乱抑制特性を保ったまま操作量のピーク値，ひいては目標値応答の行き過ぎ量を抑えることができると考えられる．

以上のようにして F_2 を定めることにすると，(23)式を(22)式と比較することにより， α および β は直列補償要素のパラメータから次式のように定まる．

$$\alpha = -K(1-a) \frac{T_2}{T_1} \quad (24)$$

$$\beta = -K \frac{T_1 + (1-a)T_2}{T_1} \quad (25)$$

5. 自動調整法

ここでは，2.で述べた同定精度の性質に基づいて，フィードバック要素を3.で述べた形に変換した2自由度PID制御系(Fig. 5)の自動調整を行う方法について述べる．

まず， $F_1(s)$ の調整法について述べる．第1の場合として，今まで述べてきたように，PI要素が挿入されて制御系が動作している場合を考える．同定信号をFig. 5に示す位置から入力し，出力を観測することによって $F_1(s)G(s) (= K \cdot F_{PI}(s)G(s))$ の中間周波領域の周波数応答を求める．同定信号としては，次のようなものを用いることにする．位相交点が同定結果などから先験的にほぼわかっている場合には，その位相交点を中心に1デカード程度の周波数にスペクトルを集中した正規性不規則信号を用いる．位相交点が不明の場合は，制御対象のインディシャル応答から制御対象を「一次遅れ + むだ時間」，すなわち，

$$\frac{K_G e^{-Ls}}{1 + Ts}$$

として近似したときの K_G, T, L をFig. 6に示すようにして求め，近似した制御対象の位相交点を求めて，その位相交点より0.2デカード低い周波数を中心に2デカードにスペクトルを集中した正規性不規則信号を用いる．この場合，いったん2デカードに集中した信号を用

Fig. 6 Approximation method of the plant from inditil response

いて求めた位相交点を中心に1デカード程度の周波数にスペクトルを集中した正規性不規則信号を用いて再び同定を行うことにより、同定精度を改善することができる。同定によって求めた開ループ応答から位相交点角周波数 ω_{Ph} を求め、(15)式にしたがって位相進み要素のパラメータを決定し、 $F_{Ph}(s)$ として挿入する。挿入後、 $F_1(s)G(s)(=K \cdot F_{Ph}(s)F_{PI}(s)G(s))$ の周波数応答を計算し、ゲイン K の調整を行う。

第2の場合として、すでにPID要素が挿入されている場合について考える。PIDにおけるD要素の定数設定が適切であるかどうかは、位相交点角周波数と(3.の表現を使った場合の)位相進み要素の進相作用域を比較することによってわかる。すなわち、進相作用域より位相交点角周波数が小さいかあるいは非常に大きい場合には、D要素や位相進み要素の効果が全くないことになり、進相作用域と位相交点角周波数が同程度あるいは少し大きい場合には、十分機能していると考えられる。そこで、この場合にもFig. 5に示す位置に同定信号を入れ、 $F_1(s)G(s)$ の中間周波領域の周波数応答を同定し、位相交点角周波数 ω_{Ph} を求める。その結果と進相作用域を比較して、D要素があまり機能していないと判断された場合には次のようにして再調整を行う。まず、PI要素の積分定数を少し安全側(大きい目)にとって、D要素を取り除く。つぎに、上述のPI要素のみが挿入されているときの調整法によって、パラメータの自動調整を行う。このような再調整を行うことによって、経時変化などで十分機能しなくなっているD要素を再生させることができる。

第3の場合として、ゲイン補償しか行っていない場合を考える。もしI要素を使用してもよい場合には、第1の場合と同じ調整を行えばよい。すなわち、まず同定によって $F_1(s)G(s)(=KG(s))$ の位相交点角周波数を求め、(15)、(16)式にしたがって時定数 T_1, T_2 を求め、PI要素と位相進み要素を挿入する。つぎに、 $K \cdot F_{Ph}(s)F_{PI}(s)G(s)$ を同定してゲイン調整を行う。もし、経験上、I要素を使用するのが不適切である場合には、位相進み補償(すなわち近似微分補償)だけを使うことにすればよい。すなわち、 T_2 を(15)式で定め、次のようにする。

- ① I要素は使用しない、
- ② D要素の微分時間、近似微分係数を次式で定める、

$$T_D = (1-a)T_2, \quad \tau = \frac{a}{1-a} \quad (26)$$

- ③ ゲイン K は、ゲイン余裕、位相余裕が適切になるように定める。

つぎに、 $F_2(s)$ の調整法について述べる。4.で述べたように、 $F_1(s)$ が決定されれば、そのパラメータに基づいて、(10)、(11)、(24)および(25)式により $F_2(s)$ のパ

ラメータを決定すればよい。

6. シミュレーション例

5.で述べた自動調整法の有効性を確認するため、シミュレーションを行った。なお、シミュレーションにはXmathを用いた。

【例題1】 制御対象として次の伝達関数で表されるものを考える。

$$G_1(s) = \frac{6}{(s+1)(s+2)(s+3)}$$

この制御対象のステップ応答を基準としてChien-Hrones-Reswickの調整法(以下、CHR法とよぶ)を用いて外乱応答最適・行き過ぎなしのPID制御系を設計すると、PID要素のパラメータは次のようになる。

$$K_P = 4.74, \quad T_I = 1.02, \quad T_D = 0.170$$

この場合のステップ外乱に対する応答をFig. 7に破線で示す。ただし、近似微分係数は $\tau = 0.01$ と選んだ。

Fig. 7 Disturbance responses of the systems with parameters determined by Chien-Hrones-Reswick method and by the proposed method

また、同様にCHR法によってPI要素だけを用いることにより外乱応答最適・行き過ぎなしの制御系を設計すると、PI要素のパラメータは次のようになる。

$$K = 3.16, \quad T_I = 1.70$$

このPI制御系を動作させたまま、5.で述べた自動調整法を用いてPID制御系を設計した。なお、位相進み要素のパラメータは $a = 0.2$ とした。同定信号としては、4次のフィルタを使ってスペクトルを位相交点付近1デカードに集中させた同定信号を用い、S/N比が20である白色雑音を加えた場合について、スペクトル解析法¹⁾によ

Fig. 8 Identification result

て同定を行った。同定結果は Fig. 8 で示されるようになり、位相交点角周波数は 2.74 rad/s と求められた（真値は 2.82 rad/s）。この位相交点角周波数から位相進み要素および PI 要素の時定数は $T_1 = T_2 = 0.816$ と求められた。さらに、もう一度同定を行って、ゲイン余裕が 5 dB となるようにゲイン調整を行ったところ、 $K = 4.07$ となった。こうして設計された PI + 位相進み制御系のステップ外乱に対する応答を Fig. 7 に実線で示す。つぎに、フィードフォワード要素を自動調整法にしたがって調整した。このとき

$$\alpha = -3.26, \quad \beta = -7.33$$

となる。このときの目標値応答を Fig. 9 に示す。

まず、Fig. 8 を見ると、位相交点付近では十分な精度の同定結果が得られていることがわかる。Fig. 8 にはコヒーレンシーを示しているが、コヒーレンシーは同定精度の指標となるので、コヒーレンシーが 1 に近い（たとえば 0.5 以上）周波数範囲のみの同定結果を採用することにすれば、さらに設計結果の信頼性を高くすることができると考えられる。Fig. 7 の外乱応答を比較すると、提案した調整法により設計した制御系の方がよりよい応答が得られており、フィードバック要素の調整法はオンライン調整を行ううえにおいて有効であると考えられる。また、目標値応答に関しては、行き過ぎ量が十分に抑え

Fig. 9 Response of the 2DOF PID control systems with parameters determined by the proposed method for a step reference

られており、フィードフォワード要素についても適切に調整が行えていると考えられる。なお、応答が振動的になっているのは、プロセス制御系の基準とされているゲイン余裕・位相余裕（3~10 dB, 20° 以上²⁾）を用いてゲイン調整を行ったためである。これをサーボ系の基準値に置き換えれば、非振動的な応答が得られる。

【例題 2】 むだ時間を含んだ次の制御対象を考える。

$$G_2(s) = \frac{e^{-0.2s}}{s^2 + 3s + 1}$$

まず、直列補償要素を設計する。この制御対象に対して、ステップ応答を基準として CHR 法を用いて外乱応答最適・行き過ぎなしの PID 制御系を設計すると、制御装置のパラメータは次のようになる。

$$K_P = 6.18, \quad T_I = 1.05, \quad T_D = 0.175$$

この場合のステップ状外乱に対する応答を Fig. 10 に破線で示す。ただし、近似微分係数は $\tau = 0.01$ と選んだ。

また同様に、CHR 法を用いて PI 要素だけを用いることにして設計すると、制御装置のパラメータは次のようになる。

$$K_1 = 5.08, \quad T_1 = 1.75$$

ここでは、位相交点がどの付近にあるかがあまりはっきりとわからない場合を想定し、5. で述べた方法に従って、スペクトルを 0.157~15.7 rad/s の 2 デカードに集中させた場合について同様のシミュレーションを行った。このときの位相の同定結果を Fig. 11 に示す。Fig. 11 を見ると、1 デカードに集中した場合 (Fig. 8) と比較して誤差は大きいですが、位相交点角周波数（位相が初めて -180°

Fig. 10 Disturbance responses of the systems with parameters determined by Chien-Hrones-Reswick method and by the proposed method

Fig. 11 Identification result using the signal concentrated in two decades

より小さくなる角周波数とした)は大きな誤差なく得られることがわかる。すなわち、位相交点が不明の場合には、いったん 5. で述べた方法で位相交点角周波数を求めることで、提案した自動調整法を利用できることがわかる。

この同定結果に基づいて、例題 1 と同様に、PI 制御系を動作させたまま 5. で述べた自動調整法を用いて PID 制御系を設計した。その結果、直列補償要素のパラメータは、

$$K=5.24, \quad T_1=T_2=0.914$$

フィードフォワード補償要素のパラメータは、

$$\alpha=-4.19, \quad \beta=-9.43$$

となった。この系のステップ状外乱に対する応答を Fig. 10 に実線で、目標値応答を Fig. 12 に示す。このように、むだ時間がある場合についても、提案した自動調整法によって外乱応答・目標値応答とも適切に調整できる。

Fig. 12 Response of the 2DOF PID control systems with parameters determined by the proposed method for a step reference

7. 結論

本論文では、開ループ周波数応答に基づいたパラメータ調整を行う場合に必要となる中間周波領域のデータはオンラインで閉ループ周波数応答から精度よく得られることを示した。また、この性質を利用して、PID 制御系のパラメータ調整、特に D 要素を有効に利用できるように自動調整法を提案した。

まず、パラメータ調整を行うために必要となる位相交点付近の周波数応答のオンライン同定における同定誤差について検討した。その結果、低周波領域では開ループ応答の同定誤差は一般に大きな値をとるが、中間周波領域では同定誤差がむしろ小さくなるということを明らかにした。すなわち、閉ループ応答の同定結果を用いて開ループ応答を求めるのは難しいといわれてきたが、それは周波数領域全体について同定しようとするからであり、特定の周波数領域の応答だけを求めたいのであれば、必ずしもそうではないことを示した。

つぎに、PID 要素を PI 要素と位相進み要素の直列結合として表し、サーボ系の位相進み・遅れ補償法の考え方を応用してフィードバック要素の調整が適切に行えることを示した。また、目標値から操作量までの経路に入る位相進み要素の段数に注目したフィードフォワード要素の調整法を提案した。

さらに、以上の結果に基づいた 2 自由度 PID パラメータの自動調整法を提案し、その有効性をシミュレーションによって確認した。本論文で提案した自動調整法により、2 自由度 PID 制御装置のパラメータを適切に調節でき、あまり用いられていなかった PID 制御系における D 要素を十分に活用できるようになると考えられる。

参考文献

- 1) 相良, 秋月, 中溝, 片山: システム同定, 計測自動制御学会, pp. 50-74 (1981)
 - 2) 近藤 編: 基礎制御工学, 森北出版 (1977)
 - 3) 計測自動制御学会 編: 改訂自動制御便覧, コロナ社, pp. 466-469 (1968)
 - 4) 須田ほか: PID制御, システム制御情報ライブラリー 6, 朝倉書店 (1992)
 - 5) 古谷, 荒木: 周波数応答に基づく2自由度制御系の設計法-I; 第28回SICE学術講演会資料, pp. 211-212 (1989)
 - 6) 古谷, 荒木: 周波数応答に基づく2自由度制御系の設計法-II; 第28回SICE学術講演会資料, pp. 213-214 (1989)
-