パレート分割手法を用いた遺伝的アルゴリズムの 多目的最適化問題への適用*

田上 隆徳**・河辺 徹***

Genetic Algorithms Using Pareto Partitioning Method for Multiobjective Optimization Problem*

Takanori TAGAMI** and Tohru KAWABE***

In this paper, a genetic algorithm using a Pareto partitioning method to multiobjective optimization problems is proposed. The purpose of the proposed method is to generate a set of non-dominated solutions that is properly distributed in the neighborhood of the trade-off surface. The genetic search using the proposed method uniformly controls the convergence of non-dominated solutions in the objective space. Simulation results show that the GA using the Pareto partitioning method has good performances better than the traditional GA approaches for several 2-objective function optimization problems and 2-objective flow-shop scheduling problems.

1. はじめに

実世界に存在する様々な最適化問題を考えた場合、その多くは単一の目的関数ではなく、むしろ複数の目的関数によって定式化されることの方が多い。たとえば、スケジューリング問題の場合では、メイクスパン・納期遅れ・滞留時間など複数の評価規範を考慮して定式化する必要がある。このような多目的最適化問題^{1),2)}に対して、最近では遺伝的アルゴリズム (Genetic Algorithms: 以下、簡単のため GA と記す)^{3),4)}の適用が盛んに行われており、多目的最適化問題に対する様々な方法が提案されている⁵⁾⁻⁷⁾。

一般に、多目的最適化問題では目的関数がベクトル関数となるため、通常のスカラの最適解の概念を拡張したパレート最適解の概念が用いられることが多い。パレート最適解とは、ある目的関数の値を改善するために、少なくとも他の一つの目的関数の値を改悪せざるをえない

ような解のことを意味し、非支配解あるいは非劣解とも呼ばれている。多目的最適化問題の特徴の一つは、多くの場合にこのパレート最適解が1点ではなく、パレート境界面上に複数存在することである。しかし対象とする問題の規模が大きくなるほど、問題の真の解であるパレート最適解を求めることは難しく、近似解法によって準最適解 (パレート解) の集合を求めているのが現状である。通常、意思決定者は近似解法によって得られた解をもとに、対話型手法^{1),6)}を用いて好ましい解を唯一選択する。そのため、パレート境界面上に部分的に収束した解集合より、広範囲に分布した解集合の方が、選択の幅が広がるとともに、スムーズな解選択が可能となる。そこで本研究では、実際に意思決定者が解を選択する前段階として、パレート解集合を求める近似解法に GA を適用する。GA は焼きなまし法やタブー探索法とは異なり、複数の解候補を用いて探索を行う多点探索法であるため、複数個の最適解を持つ多目的最適化問題に対する有効な解法として期待できる。

GA を用いてパレート境界面上に均一に分布した解 (個体) 集合を得る方法として、Fonseca ら⁸⁾は目的関数空間においてシェアリング⁹⁾を行う方法を提案している。また Horn ら¹⁰⁾は目的関数空間と決定変数空間の両方を考慮したシェアリングの方法を提案している。シェアリングによる方法は、個体がパレート境界面上において一様に分

* 原稿受付 1997年9月8日

** 香川短期大学 経営情報科 Department of Management and Information Processing, Kagawa Junior College; 1-10 Utazu Ayauta, Kagawa 769-0201, JAPAN

*** 筑波大学 電子・情報工学系 Institute of Information Sciences and Electronics, University of Tsukuba; 1-1-1 Tennodai, Tsukuba, Ibaraki 305-8573, JAPAN

Key Words: genetic algorithm, Pareto partitioning method, Pareto-optimal, non-inferior solution, multiobjective optimization problem.

布するように作用するため、多目的最適化問題に対する有効な手法であると考えられる。しかしながら、Fonsecaらの提案した手法も通常の単目的のシェアリングと同様に、各個体間の類似度（あるいは距離）を定義する必要があり、その類似度の定義に関する妥当性や、解析を行う問題の規模が大きくなるほど計算量が膨大になるなどの問題点を含んでいる。

そこで本論文では、従来のシェアリングに代わる方法として、目的関数空間におけるパレート解の分布に着目したパレート分割手法を提案する。本論文で新たに提案するパレート分割手法は、パレート解の存在する目的関数空間をいくつかの領域に分割し、その各領域での解の分布をもとに適応度を計算する。分布の小さい領域に存在する個体は交配および淘汰の際の選択確率を高めるように作用し、分布の大きな領域ではそれぞれの選択確率を抑えるように作用する。提案手法の目的は、目的関数空間におけるパレート解の分布を制御することによって、パレート境界面への部分的な解の収束や遺伝的浮動³⁾などによる解の偏りを抑制することであり、最終的にパレート境界面上において均一かつ広範囲に分布する解集合を求めるものである。

数値実験では、2目的の場合の最小化問題およびフロースホップスケジューリング問題を例題として、従来提案されているパレート最適に基づいた手法⁸⁾や、シェアリングに基づいた手法との比較を行い、提案手法の有効性を示す。

2. 多目的最適化

2.1 問題の定式化

一般に、多目的最適化問題は k 個の互いに競合する目的関数を m 個の不等式制約条件のもとで最小化するという問題として、次のように定式化される¹¹⁾。

$$\begin{aligned} \text{minimize} \quad & f(x) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_k(x)) \\ \text{subject to} \quad & x \in X = \{x \in R^n \mid g(x) \leq 0\} \\ & g(x) = (g_1(x), g_2(x), \dots, g_m(x)) \end{aligned} \quad (1)$$

ただし、 $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ は n 次元の決定変数ベクトルであり、 $f_i(x)$, $i=1, \dots, k$ および $g_j(x)$, $j=1, \dots, m$ はそれぞれ与えられた n 個の変数 $x_1, x_2, \dots, x_n$ の実数値関数である。また、 X は問題の実行可能領域を表している。

2.2 GA の多目的最適化問題への適用

これまで GA を用いた多目的最適化問題に対する様々な方法が提案されているが、これらの多くは従来多目的最適化問題に対して用いられてきた方法を GA のアルゴリズムに拡張したものである。多目的最適化問題に対す

る代表的な GA のアプローチとしては、次の四種類が挙げられる¹²⁾。

(1) スカラ化手法

この手法は多目的最適化問題に対する従来法である重み係数法¹⁾や ϵ 制約法¹⁾を個体の適応度関数として用いた方法である。とくに重み係数法は適応度関数の設計が容易であるため、最も頻繁に用いられている方法である。しかし、重み係数の設定が困難であったり、問題のパレート境界面が非凸の場合には、双対ギャップ¹⁾が生じるなどの問題点を持っている。

Ishibuchi ら⁷⁾は、この重み係数をランダムに設定することにより、各目的関数に対してバランスの良い解集合を求める方法を提案している。

(2) 部分個体群単一評価による手法

これは個体群を目的関数の数だけ分割し、各部分個体群は個々の目的関数によって評価するものである。この代表的な例としては Schaffer¹³⁾によって提案された VEGA (Vector Evaluated Genetic Algorithms) があげられる。VEGA では、個体の再生をそれぞれ個々の目的関数の評価によって独立に行うため、目的関数間のバランスが考慮されず、特定の目的には優秀でも他の目的に対しては貧弱であるような個体が生成されるなどの現象（種分化）が生じやすいという問題点が指摘されている¹²⁾。

玉置ら⁶⁾は、この Schaffer の方法の問題点を克服するために Schaffer の方法とパレート最適に基づいた方法を組み合わせたアルゴリズムを提案している。

(3) パレート最適に基づいた手法

パレート最適に基づいた個体の評価は Goldberg ら³⁾によって初めて提案されたものであり、目的関数空間における個体の支配特性によって個体をランク付けする。まず現在の個体群の中でパレート解である個体を求めて、これらすべてのランクを 1 とする。つぎに、これらランク 1 の個体を除いた個体群の中からパレート解である個体を求めて、これらのランクを 2 とする。このようにして、すべての個体に対してランク付けを行い、このランクをもとに個体の適応度を決定する。Fonseca ら⁸⁾はこの Goldberg の方法をさらに拡張し、多目的ランキングと呼ばれる方法を提案している。

(4) シェアリングに基づいた手法

パレート最適に基づいたランキングでは、パレート解である個体はすべて同一の適応度となるため、遺伝的浮動などの現象によって解の分布に偏りが生じる危険性がある。この問題点を解決するために Fonseca ら⁸⁾は先に述べた多目的ランキングとシェアリングを組み合わせた方法を提案している。

パレート境界面上において均一な解集合を求めること

を考えた場合、パレート最適に基づいたランキングとシェアリングを組み合わせた方法は有効に作用すると考えられる。しかし、シェアリングによって個体を評価するためには、個体間の類似度を定義する必要がある。これまでこの類似度の定義に関する妥当性については、ほとんど検証されていない。また、問題の規模や個体数によって類似度の計算が複雑かつ膨大になるなどの問題点を持っている。

3. パレート分割手法を用いた GA の構成

先に述べたように、パレート最適に基づいたランキングでは、パレート解の適応度がすべて同一となるため、個体群においてパレート解が支配的な場合、解の分布に偏りが生じる危険性がある。そのため、パレート境界面に対して適当に分散した解を求めるには、解の分布を考慮した方法が必要となる。そこで、本論文ではシェアリングに代わる方法として、パレート解の分布によって適応度を設定するパレート分割手法を提案する。

3.1 パレート分割手法

目的関数の個数が k である最小化問題を考える。GA の個体群は M 個の個体 $p_i, i=1, \dots, M$ から構成され、各個体は問題に応じてコーディングされているものとする。このとき、提案するパレート分割手法の手順は以下のとおりである。

ステップ 1 パレート解である個体に対して、各目的関数における最小値 $f_i^{\min}$, 最大値 $f_i^{\max}$ をそれぞれ求める。($i=1, \dots, k$)

ステップ 2 各目的関数の領域 $[f_i^{\min}, f_i^{\max}]$ をそれぞれ N 個の部分領域に均等に分割する。

ステップ 3 パレート解である個体 p_i が存在する目的空間内の部分領域において、その領域内のパレート解の個数 n_i を求める。ただし n_i は 1 以上 M 未満の整数値であり、部分領域内に p_i 以外のパレート解が存在しない場合は $n_i=1$ となる。

ステップ 4 パレート解である個体 p_i の適応度を $fitness_i = 1/n_i$ とする。

Fig. 1 は $k=2$ の場合のパレート分割手法の概要を示しており、図中の曲線はパレート境界を表している。分割する領域の端点は各目的関数の評価において最小値と最大値を持つパレート解が対応する。すなわち Fig. 1 では p_1, p_7 の 2 点を端点とした長方形領域を設定した数 (例では $N=4$) だけ均等に分割する。そして、パレート解が存在する部分領域 (灰色部分) での解の個数を求め、その逆数をそれぞれの解の適応度として設定する。例では p_1 が含まれる部分領域には三つのパレート解が存在するため p_1, p_2, p_3 の適応度はそれぞれ $1/3$ とな

Fig. 1 Pareto partitioning method in 2-dimensional space

る。 p_4 および p_5 については各領域において解が一つしか存在しないので、適応度はともに 1 となる。 p_6, p_7 は解が二つとなるため、適応度はともに $1/2$ となる。

従来のシェアリングが、個体間の類似度やシェアリング関数で用いるパラメータ σ_{share} を定義しなければならないのに対して、パレート分割手法では領域の分割数だけ設定すればよく、シェアリングと比較しても計算量および計算の複雑さを抑えることができる。また、上述した $k=2$ の場合と同様な方法で、一般の多目的問題の場合にもシェアリングと比較して容易に拡張することができる。

3.2 アルゴリズムの構成

本論文ではアルゴリズムの世代モデルとして、パレート保存戦略⁶⁾に基づいた連続世代モデル¹⁴⁾を採用する。Fig. 2 は採用した世代モデルの概要を示している。

Fig. 2 Generation model with non-dominated solution preservation strategy

個体の適応度は Fonseca らが提案した多目的ランキングをもとに線形スケーリング法³⁾によって計算する。アルゴリズムの手順を以下に示す。

ステップ 1 世代数 t を $t=0$ とし、 M 個の個体から構成される初期個体群 $P(t)$ をランダムに生成

する。

- ステップ 2** 各個体の適応度を計算する。ただし、個体群がパレート解のみの場合は、パレート分割手法を用いて適応度を計算する。
- ステップ 3** ルーレット選択法により選択された交配ペアを交叉させ、 M 個の新しい個体を生成し、その集合を個体群 $P'(t)$ とする。
- ステップ 4** $P'(t)$ の個体に対し、突然変異率に従い突然変異を行う。
- ステップ 5** もとの個体群 $P(t)$ と新しく生成された個体群 $P'(t)$ とを加えたすべての個体群 $P''(t)$ に対して適応度を計算する。
- ステップ 6** ルーレット選択法により次世代に保存される M 個の個体を選択する。ただし、パレート解である個体は常に保存され、パレート解の数が M 個より多い場合には、パレート分割手法を用いた適応度をもとに個体を選択する。
- ステップ 7** 終了条件が満たされていれば、すべてのパレート解を解としてアルゴリズムを終了する。そうでなければ $t=t+1$ として、ステップ 2 へ戻る。

本アルゴリズムでは、交配ペアの生成や淘汰の際の個体の選択法としてルーレット選択法を採用しているため、ステップ 2 とステップ 6 においてパレート分割手法を適用する。ただし適用条件として、ステップ 2 では個体群に含まれる個体がすべてパレート解である場合とし、ステップ 6 ではパレート解の数が個体数 M より多い場合とした。これはパレート解のみの分布を調節することと、計算時間を抑えることの二点を目的としているためである。

本世代モデルでは、個体数は世代の更新に対して常に一定 (M) であり、個体群の多様性の急激な低下を防ぐために、同一個体は排除される。

4. 数値実験

数値実験では 2 目的最小化問題および 2 目的フローショップスケジューリング問題を解析の対象として、提案手法の有効性について検証する。

4.1 2 目的最小化問題

対象とするテスト関数 $F_1 = (f_1(x), f_2(x))$ は次のように記述される¹²⁾。

$$f_1(x) = \left(1 - \exp(-(x_1 - 1)^2 - (x_2 + 1)^2)\right)^\alpha \quad (2a)$$

$$f_2(x) = \left(1 - \exp(-(x_1 + 1)^2 - (x_2 - 1)^2)\right)^\alpha \quad (2b)$$

テスト関数では、指数パラメータ α の値によってパ

レート境界面が凸または非凸に変化する。

4.2 実験準備

(1) 個体のコーディング

各変数 (x_1, x_2) とも $[-4, 4]$ の範囲内で Gray コーディングによって表現する。各変数とも 20 ビットで表現し、個体はそれぞれのビット配列を合わせた 40 ビットで構成される。

(2) 遺伝的操作

使用する遺伝的操作は、交叉・突然変異・淘汰の三種類である。交叉については一様交叉を突然変異についてはビット変異を用いた。

(3) 制御パラメータ

今回数値実験で使用した制御パラメータは、

個体数： 50,
終了世代数： 100,
最大適応度： 10,
最小適応度： 1,
突然変異率： 0.1,
領域分割数： 2500

とし、すべての実験において共通とした。個体の適応度に関しては、多目的ランキングをもとに $[10, 1]$ の間で線形にスケールリングする。すなわち、ランク 1 の個体は最大適応度 10 が割り当てられ、最もランクの大きい個体は適応度 1 が割り当てられる。またパレート分割手法における領域分割数は、各目的関数に対して個体数と同じ 50 とした。今回対象とする 2 目的の最小化問題では $50^2 = 2500$ 個の領域に目的関数空間を分割する。

4.3 実験結果および考察

本実験では提案したパレート分割手法を用いたアルゴリズムを GA1、多目的ランキングを用いたアルゴリズムを GA2 とし、この 2 種類のアルゴリズムの探索性能について比較を行う。GA2 については、淘汰時にパレート解が個体数 M より多い場合ランダムに個体を選択するものとし、それ以外のアルゴリズムの手順については GA1 と同一とした。実験結果を Fig. 3 から Fig. 5 に示す。

Fig. 3 は指数パラメータが $\alpha = 1.0$ の場合、Fig. 4 は $\alpha = 5.0$ 、Fig. 5 は $\alpha = 10.0$ の場合における目的関数空間での解の分布を表している。

また Table 1 は異なる初期個体群に対して 20 回の試行をした時の、パレート解を含んでいる領域数の平均値を示している。この数値が大きいほどパレート境界面に対して広範囲に解が分布していることになる。ただし、Table 1 で比較した領域の大きさは GA1、GA2 とともに同一のものとした。本数値実験により以下のことを確認した。

(a) Simulation result of GA1

(b) Simulation result of GA2

Fig. 3 Distribution of non-dominated solutions for the test function $F_1, (\alpha = 1.0)$

(a) Simulation result of GA1

(b) Simulation result of GA2

Fig. 5 Distribution of non-dominated solutions for the test function $F_1, (\alpha = 10.0)$

(a) Simulation result of GA1

(b) Simulation result of GA2

Fig. 4 Distribution of non-dominated solutions for the test function $F_1, (\alpha = 5.0)$ Table 1 Average numbers of the partitioning region with non-dominated solution for the test function F_1

Method	$\alpha = 1.0$	$\alpha = 5.0$	$\alpha = 10.0$
GA1	40.60	40.45	41.10
GA2	33.85	26.05	29.25

- 20 回の試行において GA1, GA2 ともにすべての α の値に対して約 6 世代後にパレート解によって個体群が構成された。またその後は、探索の進行に伴い、パレート解の数変動していることが確認できた。
- GA1 による解析では、GA2 に比べてパレート境界面が凸、非凸どちらの場合でも広い範囲に分布した解が得られている。
- GA2 による解析では、すべての個体がパレート解であるにもかかわらずパレート境界面において不均一な部分が生じている。
- Table 1 の結果からも GA1 によって得られた解は GA2 の結果に対して、 $\alpha = 1.0$ のとき約 1.2 倍、 $\alpha = 5.0$ のとき約 1.6 倍、 $\alpha = 10.0$ の場合約 1.4 倍の領域に分布していることがわかる。

4.4 2 目的フローショップスケジューリング問題

ここではメイクスパンと最大納期遅れの二つの目的関数を持つ 10 機械フローショップスケジューリング問題を解析の対象とする。問題は次のように記述される。

それぞれ独立したジョブ j ($j=1, \dots, n$) が存在し、これらのジョブは 10 個の機械において連続して同じ順序で処理されるものとする。ジョブ j の各機械 i ($i=1, \dots, 10$) に対する処理時間を p_{ij} とし、各ジョブには納期 d_j が存在するものとする。ジョブ j の完了時間を C_j 、納期遅れを $L_j = C_j - d_j$ とする。本問題の場合、メイクスパン $C_{\max} = \max_j C_j$ および最大納期遅れ $L_{\max} = \max_j L_j$ を目的関数として、それぞれを最小化するスケジュールを求める。

問題設定として、各機械に対する処理時間を $[0, 100]$ の範囲の整数値としてランダムに決定した。またジョブ j の納期 d_j は、ランダムに生成した一つのスケジュールにおいて、各ジョブ j ($j=1, \dots, n$) の完了時間 C_j を計算した後、 $d_j = C_j + \text{rand}[-200, 200]$ としてそれぞれ決定した。ただし、 $\text{rand}[-200, 200]$ は $[-200, 200]$ の範囲のランダムに決定した整数値である。ジョブ数については 20, 40, 50 の場合のそれぞれについて実験を行った。

4.5 実験準備

(1) 個体のコーディング

機械で処理する順にジョブ番号を一次元配列として並べたものを個体として用いた。すなわち、ジョブ数が 20 の場合には 20 個の整数値によって個体が表現される。

(2) 遺伝的操作

交叉については部分一致交叉³⁾を突然変異については乱数によって決定した 2 点間のスケジュールの並びを反転させる逆位³⁾を用いた。

(3) 制御パラメータ

数値実験で使用した制御パラメータは、ジョブ数が 20 の場合は終了世代数を 500、ジョブ数が 40 および 50 の場合は 1000 として、それ以外の制御パラメータに関しては 4.2 (3) で述べた数値と同じものを用いた。

4.6 実験結果および考察

本実験では、探索性能の比較対象として新たにシェアリングと多目的ランキングを組み合わせたアルゴリズムを GA3 として実験を行った。また、多目的最適化問題に対する従来法として、重み係数法と反復改善法 (Iterative Improvement Method: IIM)¹⁾を組み合わせた方法との比較も行った。

GA3 では各個体間の距離としてユークリッド距離を用いた。シェアリングに用いられるパラメータ σ_{share} は個体群の中に含まれるパレート解を一つランダムに選択し、その個体と他のすべての個体との平均距離を用いた。

GA3 では多目的ランキングから得られたランクとシェアリング関数とで個体の適応度を設定する。また、GA3 で用いる世代モデルや遺伝的操作は GA1, GA2 と同じものとしている。

反復改善法ではジョブ数が 20 の場合、ランダムに生成した 25,000 個の解候補の中から最も良い解を選択し、その解に対してスケジュールの並びを 2 個または 3 個ランダムに入れ替え、改良された場合にはその解に置き換えていく方法をさらに 25,000 回行った。ジョブ数が 40 および 50 の場合には、それぞれの操作を 50,000 回とした。実験結果を Fig. 6 から Fig. 8 に示す。

Fig. 6 はジョブ数が 20 の場合、Fig. 7 および Fig. 8 はそれぞれ 40 と 50 の場合の結果であり、目的関数空間における各手法によって得られた解の分布を示している。GA1-GA3 ではすべて同一の初期個体群を用いており、反復改善法 (図中 IIM) では異なる 50 個の乱数のシードを用いて、各目的関数値に対する重み係数を変えた場合の結果を示している。なお、ジョブ数が 50 の場合には IIM の結果が他の手法と比べて明らかに劣っていたため図中より省略している。本数値実験により以下のことを確認した。

- すべての実験において GA1 によって得られた解は、

Fig. 6 Distribution of solutions for the 2-objective flow-shop scheduling problem, (20 jobs)

Fig. 7 Distribution of solutions for the 2-objective flow-shop scheduling problem, (40 jobs)

Fig. 8. Distribution of solutions for the 2-objective flow-shop scheduling problem, (50 jobs)

Fig. 9. Comparison of CPU time [s]

他の手法によって得られた解より広い範囲に分布し、パレート境界面付近への探索が行われている。

- 従来の多目的ランキングに基づいた手法である GA2 では、ジョブ数が 50 の場合に (メイクスパン, 最大納期遅れ) = (3320, 1000) 付近で収束している。また他のジョブ数の場合にも部分的な収束が見られる。
- シェアリングと多目的ランキングに基づいた手法である GA3 では GA2 と比較して広い範囲に分布した解を導き出している。しかしパレート境界面方向への収束が弱い傾向が見られた。とくに、ジョブ数が 50 の場合には他の手法との差が顕著に現れた。これは個体の適応度を、多目的ランキングによって得られたランクとシェアリング関数を通じて設定しているため、パレート境界面への淘汰圧力が低下したことが原因である。
- 従来法の反復改善法と各種 GA による結果を比較した場合、パレート境界面方向への解探索に関して明らかな差が生じている。これは多点探索法である GA の特徴が効果的であったためである。

最後に各種 GA による計算時間を比較した結果を Fig. 9 に示す。結果は 10 回試行した時の平均値をそれぞれ示している。20 ジョブではあまり差は見られなかったが、ジョブ数や個体数が多くなった場合には、シェアリングを用いた GA3 と他の GA との差はより広がることが予想される。

5. おわりに

本論文では、多目的最適化問題に対する GA の改良として、パレート境界面で均一かつ広範囲に分布するパレート解集合の生成を目的としたパレート分割手法を新たに提案した。数値実験では、パレート境界面が凸や非凸の性質を持つ 2 目的最小化問題や 2 目的フローショップスケジューリング問題を解析の対象として、従来のパレート最適に基づいた手法、シェアリングを用いた手

法および従来法である反復改善法との探索性能の比較を行った。実験結果より、従来の方法では解の分布に対する偏りやパレート境界面方向への探索能力の低下が生じているのに対して、提案手法を用いた場合には、パレート境界面の性質や問題の規模にかかわらず、広範囲に分布した解集合を生成することができた。これは、提案手法による適応度の設定と、交叉・突然変異による新しい解の生成および淘汰による解の選択が効率的に作用したためである。

数値実験では 2 目的の最適化問題に対してパレート分割手法を適用したが、本手法は目的関数空間での解の分布に基づいているため、個体間の類似度に基づいたシェアリングと比較して目的関数の増加に対する計算量や計算の複雑さを抑えることができ、大規模かつ複雑な最適化問題への適用も容易である。また本手法では、パレート境界面において広範囲に分布する解の探索を目的としたが、本手法と従来提案されている対話型手法とを組み合わせることにより、意思決定者が好ましいと思う領域を集中的に探索することも可能である。

今回は交配ペア生成時と淘汰時において、個体群に含まれるパレート解の数が設定数以上になった場合にのみパレート分割手法を適用したが、今後は適用時のルールや唯一パラメータとして導入した領域分割数の自動調整方法などについて検討したい。

参考文献

- 1) 西川, 三宮, 茨木: 最適化, 岩波書店 (1982)
- 2) 伊理, 今野 編: 数理計画法の応用 < 理論編 >, 産業図書 (1982)
- 3) D. E. Goldberg: *Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning*, Addison Wesley (1989)
- 4) Z. Michalewicz and C. Janikow: *Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs*, Springer-Verlag (1992)
- 5) 村田, 石淵, 田中: 遺伝的アルゴリズムによるフローショッ

- ブ・スケジューリングと多目的最適化への応用；計測自動制御学会論文集，Vol. 31, No. 5, pp. 583–590 (1995)
- 6) 玉置，森，荒木：遺伝アルゴリズムを用いたパレート最適解集合の生成法；計測自動制御学会論文集，Vol. 31, No. 8, pp. 1185–1192 (1995)
- 7) H. Ishibuchi and T. Murata: Multi-objective local search algorithm; *Proc. of IEEE International Conference on Evolutionary Computation*, pp. 119–124 (1996)
- 8) C. M. Fonseca and P. J. Fleming: Genetic algorithms for multiobjective optimization: Formulation, discussion and generalization; *Proc. of the Fifth International Conference on Genetic Algorithms*, Morgan Kaufmann, pp. 416–423 (1993)
- 9) D. E. Goldberg and J. Richardson: Genetic algorithms with sharing for multimodal function optimization; *Proc. of the Second International Conference on Genetic Algorithms*, pp. 41–49 (1987)
- 10) J. Horn, N. Nafpliotis and D. E. Goldberg: A niched Pareto genetic algorithm for multiobjective optimization; *Proc. of the First IEEE Conference on Evolutionary Computation*, pp. 88–87 (1994)
- 11) 坂和，田中：遺伝的アルゴリズム，朝倉書店 (1995)
- 12) C. M. Fonseca and P. J. Fleming: An overview of evolutionary algorithms in multiobjective optimization; *Evolutionary Computation*, Vol. 3, No. 1, pp. 1–16 (1995)
- 13) J. D. Schaffer: Multiple objective optimization with vector evaluated genetic algorithms; *Proc. of the First International Conference on Genetic Algorithms*, Lawrence Erlbaum Associates, pp. 93–100 (1985)
- 14) L. J. Eshelman: The CHC adaptive search algorithm: How to have safe search when engaging nontraditional genetic recombination; *Foundations of Genetic Algorithms*, Morgan Kaufman, pp. 265–283 (1991)