連続時間最適レギュレータによる非干渉化と指南車への応用*

小林 伸明**・川嶋 充貴**・櫻井 光広***・神崎 一男**

Decoupling Control Using a Limiting Property of Linear Optimum Regulators and Application to Control the Shinansha.*

Nobuaki KOBAYASHI**, Mitsuki KAWASHIMA**, Mitsuhiro SAKURAI*** and Kazuo KANZAKI**

We discuss a property of the limiting form derived by letting the weighting matrix with output vector tend to infinity in a standard linear regulator problem. In this paper, it is shown that there exists an explicit relationship between the limiting form and decoupling control in continuous linear systems. The new designing procedure for deriving the decoupling control law is presented, using this limiting property. We try to apply the proposed procedure to control the Shinansha.

1. はじめに

標準的最適レギュレータ問題において評価関数の重み行列を操作することで、その極限での性質に関する報告がある。たとえば、連続時間システムでは操作入力に関する重み行列を零に極限すると最小位相システムでは完全制御¹⁾が達成される。またこのフィードバックゲインを外乱印加系に適用すると、外乱から出力までの伝達関数が零となることが知られている。また外乱除去制御については出力に関する重みを無限に大きくしたときに、外乱分離条件との関係も明確にされてきている²⁾。一方、離散時間最適レギュレータの極限操作についても Shaked³⁾、Peng⁴⁾らの極限ゲインの explicit 解から、外乱除去特性や、非干渉制御の関係も明確にされている⁵⁾。しかしながら、連続時間システムの場合の非干渉制御と最適レギュレータとの直接的関係はまだ明確にされていない。この点 I. L. Q. 法⁶⁾⁻⁹⁾は間接的であるが、二つの間の関係を示すものである。

本論文では、最小位相の連続時間システムで、最適レギュレータの極限と非干渉制御の関係を I. L. Q. 法とは

異なり、直接明らかにする。ついでこの性質を利用した非干渉制御法を指南車の実現に利用し、提案する制御方法の実用の可能性を検証する。本論文で主張する知見は以下の2点である。

- 非干渉条件を満足する最小位相システムでは最適レギュレータの極限フィードバックゲインと極限フィードバックゲインから得られるフィードフォワードゲインによる制御則で非干渉系が得られることを理論的に明らかにする。これによって、L. Q. 制御の極限フィードバックゲインの持つ新たな基本的特性が得られる。
- 指南車の実現が非干渉制御により達成でき、ここで導出する L. Q. 制御の極限的近似非干渉特性を利用した制御が、実際に有効であることを実験を通して検証する。

2. 最適レギュレータの基本極限的性質

連続時間線形システム

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx\end{aligned}\tag{1}$$

を考える。システム (A, B, C) は可制御、可観測で可逆とする。また、 B, C はフルランクである。ただし $x \in R^n$, $u \in R^m$, $y \in R^m$ である。システム (1) に対し、標準的2次形式評価関数

* 原稿受付 1997年9月18日

** 金沢工業大学 Kanazawa Institute of Technology; 7-1, Oogigaoka, Nonoichimachi, Ishikawa 921-8801, JAPAN

*** 岐阜職業能力開発短期大学校 Dept. of Industrially Mechanical Eng, Gifu Polytechnic College; 1-2 Oonomachi Furukawa, Ibigunn, Gifu 510-0502, JAPAN

Key Words: decoupling control, optimum regulators, multivariable system.

$$J = \int_0^\infty (y^T Q y + u^T R u) dt \quad (2)$$

を最小とする制御 u を求める問題の解は、よく知られるように、

$$u = -R^{-1} B^T M x \quad (3)$$

$$A^T M + M A - M B R^{-1} B^T M + C^T Q C = 0 \quad (4)$$

で与えられる。評価関数の重み行列を $R = I$ として $Q \rightarrow \infty$ と極限した場合の性質として、出力零化特性（外乱除去特性）との関連性が明らかにされている。本論文ではこの性質を利用して、非干渉制御との関連や、非干渉化のための制御則を導出する。このためまず最適レギュレータの極限特性について知られている事柄を要約しておく。すなわち $Q = I/\varepsilon^2, R = I$ として $\varepsilon \rightarrow 0$ で得られるフィードバックゲインを

$$F_0 = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} (-B^T M_\varepsilon) \quad (5)$$

$$A^T M_\varepsilon + M_\varepsilon A - M_\varepsilon B B^T M_\varepsilon + C^T C / \varepsilon^2 = 0 \quad (6)$$

とおく。(6) 式の Riccati 方程式の解 M_ε に対し、 M_ε^{-1} の級数展開式を

$$M_\varepsilon^{-1} = N + \varepsilon N_1 + \varepsilon^2 N_2 + \dots \quad (7)$$

として Friedland¹⁰⁾ の手法に従って極限形を導出する。ただし $N, N_1, N_2, \dots$ は対称行列である。このとき (A, B, C) が最小位相系（ここでは不変零点が安定の意味）であるとする。簡単のため $CB = 0, \text{rank} CAB = \text{rank} C$ を仮定すれば、 $\varepsilon \rightarrow 0$ とした閉ループ系の極限形式として次の定理が得られる。

【定理 1】¹⁴⁾ (A, B, C) が可制御、可観測で最小位相であり、 $\text{rank} CAB = \text{rank} C$ とする。

このとき $x(0) = 0$ の閉ループ系（フィードバックゲインの閉ループ系）の極限形式は

$$\begin{aligned} \dot{z} &= -(I - C^T C_\alpha^\# A^T) A^T z, \quad z(0) = 0 \\ C_\alpha^\# &= (C_\alpha B B^T C_\alpha^T) C_\alpha (B B^T - A N) \end{aligned} \quad (8)$$

となり Riccati 方程式の極限形は

$$\begin{aligned} N A^T (I - C_\alpha^\dagger C_\alpha)^T &+ (I - C_\alpha^\dagger C_\alpha)^T A N \\ &- (I - C_\alpha^\dagger C_\alpha) B B^T \\ &+ N A^T C_\alpha^T (C_\alpha B B^T C_\alpha^T)^{-1} C_\alpha A N = 0 \end{aligned} \quad (9)$$

である。ただし

$$C_\alpha = C A$$

$$C_\alpha^\dagger = B B^T C_\alpha^T (C_\alpha B B^T C_\alpha^T)^{-1}$$

とおいた。

定理 1 の極限形は $CB = 0, \text{rank} CAB = \text{rank} C$ が成立する場合を簡単のために記述したものであり、一般的可逆システムに拡張できる。ただしその際 C_α の形が煩雑となる点注意しておく。

(1) 式のシステムにおいて、初期条件 $x(0) = 0$ として、 $z = M_\varepsilon x$ で変換し、式変形すると閉ループ系のラプラス変換式は

$$\begin{aligned} s Z(s) &= (-A^T + C^T J_0^{-1}(s) C A M_\varepsilon^{-1} A^T) Z(s) \quad (10) \\ (\text{ただし } J_0(s) &= Q^{-1} s^2 + C A M_\varepsilon^{-1} C^T \text{ である}) \end{aligned}$$

となる²⁾。

そこで (1) 式のシステムに加算的外乱が印加されたシステム

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A x + B u + D \xi \\ y &= C x \end{aligned} \quad (11)$$

に (5) 式の極限フィードバックゲインを施した場合、次の外乱除去特性が得られる。

【補題 1】 (A, B, C) が最小位相系で可逆とする。このとき F_0 とした極限ゲインを用いた閉ループ系は最大不可観測なシステムとなり、外乱分離条件を満足すれば、 $\text{Im} D$ は不可観測部分空間に含まれる。また $CB = 0, |CAB| \neq 0$ のとき、 i 番目の出力からの可観測空間は、 $\text{Im}(C_i^T (C_i A)^T)$ で張られる空間である。

(証明) 後半が成立すれば、閉ループ系が最大不可観測なシステムであることがわかり、外乱分離条件を満足すれば $\text{Im} D$ がこれに含まれることも容易にわかる。 $\text{rank} CAB = \text{rank} C$ のもとで、 i 番目の出力からの可観測空間が $\text{Im}(C_i^T (C_i A)^T)$ となることを示す。

$CB = 0$ であるから

$$\begin{aligned} y_i &= C_i x \\ \dot{y}_i &= C_i A x \end{aligned}$$

は容易にわかる。上式を微分し、(10) 式を用いると

$$\begin{aligned} s^2 Y_i(s) &= C_i A M_\varepsilon^{-1} \\ &\times (-A^T + C^T J_0^{-1}(s) C A M_\varepsilon^{-1} A^T) Z(s) \end{aligned} \quad (12)$$

となることがわかる。さらに参考文献 2) の補題 3 より

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} C_i A M_\varepsilon^{-1} C^T J_0^{-1}(s) = (0 \cdots 1 \ 0 \cdots 0) \quad (13)$$

が成立する（付録参照）。これと (12) 式より $\dot{y}_i = 0$ が示される。このことから、閉ループ系において i 番目の出

力による可観測行列 N_{0i}

$$N_{0i} = \begin{bmatrix} C_i \\ C_i(A+BF_0) \\ \vdots \\ C_i(A+BF_0)^{n-1} \end{bmatrix}$$

は

$$N_{0i} = \begin{bmatrix} C_i \\ C_i A \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

となる。したがって i 番目の出力からの可観測空間が $\text{Im}(C_i^T(C_i A)^T)$ となることがわかる。また $i=1, \dots, m$ のすべてでこれが成立するから閉ループ系が最大不可観測である。□

この補題も簡単のため、条件 $\text{rank} CAB = \text{rank} C$ が成立する場合で記述したが、非干渉化条件にまで拡張した形で求めることが可能である。

3. 最適レギュレータの極限ゲインと非干渉制御とのかかわり

ここでは 2. で得た最適レギュレータの極限フィードバックゲインを用いて非干渉制御系を構成すること、および非干渉化条件との関係について検討する。まず次の補題が成立する。

【補題 2】 システム (A, B, C) が最小位相系で、次のブロック対角インタラクタ

$$\xi_T(s) = \begin{bmatrix} \xi_{T_1}(s) & 0 \\ & \ddots \\ 0 & \xi_{T_p}(s) \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$\text{rank} D_\alpha = m, H(s) = C(sI - A)^{-1} B$$

$$\lim_{s \rightarrow \infty} \xi_T(s) H(s) = D_\alpha (p \leq m)$$

が存在する、このとき制御則を

$$u = F_0 x + D_\alpha^{-1} v \quad (15)$$

(ただし F_0 は (5) 式による)

と選ぶと

$$C_i(sI - A - BF_0)^{-1} BD_{\alpha j}^{-1} = 0 \quad (16)$$

である、ただし $i \neq j$ で $j=1, 2, \dots, p$ であり $D_{\alpha j}^{-1}$ は D_α^{-1} の j 番目の列のブロックを示す。

(証明) サブシステム $(C_i, A, (BD_{\alpha i}^{-1} BD_{\alpha j}^{-1}))$ を考えると、条件から対角形インタラクタ $\xi_T(s)$ が存在するので

$$\lim_{s \rightarrow \infty} \begin{bmatrix} \xi_{T_1}(s) & 0 \\ & \ddots \\ 0 & \xi_{T_p}(s) \end{bmatrix} C(sI - A)^{-1} B = D_\alpha \quad (17)$$

より $\lim_{s \rightarrow \infty} \xi_{T_i}(s) C_i(sI - A)^{-1} B$ は D_α の i 番目の行ブロック $D_{\alpha i}$ となる。 $D_\alpha D_\alpha^{-1} = I$ であるから

$$\begin{aligned} \lim_{s \rightarrow \infty} \xi_{T_i}(s) C_i(sI - A)^{-1} (BD_{\alpha i}^{-1} BD_{\alpha j}^{-1}) \\ = (I_{P_i} \ 0 \ \dots \ 0) \end{aligned} \quad (18)$$

が成立する。これから i 番目の出力ブロック端 y_i に対し、 i 番目の入力端の係数 $BD_{\alpha i}^{-1}$ 、 j 番目の入力を外乱と見なして、 $BD_{\alpha j}^{-1} (i \neq j)$ を外乱の係数とすると、外乱分離条件を満足していることになる。補題 1 によって、 F_0 は i 番目の出力端から最大不可観測なシステムとするフィードバックゲインで、外乱分離条件を満足しているから、 $BD_{\alpha j}^{-1} (i \neq j)$ の列ベクトルで張られる空間は i 番目の出力端から不可観測な空間に含まれる、これより (16) 式が成立する。□

(注意) 補題 2 の (16) 式は、証明中にも述べたように $\text{Im}(BD_{\alpha j}^{-1})$ が y_i からの不可観測部分空間に含まれることを示しているもので、 F_0 のハイゲイン化によって成立しているものでないことを注意しておく。

次にフィードフォワードゲインを非干渉化のためにどのように決定するかを述べておく。

最小位相系の仮定から

$$\det \begin{bmatrix} A & B \\ C & 0 \end{bmatrix} \neq 0 \quad (19)$$

が成立するので、次の行列 H_0 が定義できる。

$$H_0 = \{C(-A - BF_0)^{-1} BD_\alpha^{-1}\}^{-1} \quad (20)$$

このとき次のことがわかる。

【補題 3】 システム (A, BD_α^{-1}, C) に対し、制御則

$$u = F_0 x + H_0 v \quad (21)$$

としたシステムは

$$\text{rank} C(sI - A - BF_0)^{-1} BD_\alpha^{-1} H_0 = m \quad (22)$$

が成立する。

(証明) (22) 式が成立しないで、 $\text{rank} C(sI - A - BF_0)^{-1} BD_\alpha^{-1} H_0 < m$ と仮定すると $s=0$ とおいた式

$$C(-A-BF_0)^{-1}BD_{\alpha}^{-1}H_0=I \quad (23)$$

に矛盾することから明らかである。□

以上の補題から最小位相システムについて、次の非干渉特性が導き出せる。

【定理 2】 システム (A, B, C) が最小位相系で、ブロック対角形インタラクタ (14) 式が存在するとき、制御則

$$u = F_0x + G_0\omega \quad (24)$$

$$G_0 = (C(-A-BF_0)^{-1}B)^{-1} \quad (25)$$

は

$$\begin{aligned} C(sI-A-BF_0)^{-1}BG_0 \\ = \text{diag}(\Phi_1(s), \dots, \Phi_p(s)) \\ \Phi_i(0) = I \end{aligned} \quad (26)$$

なるブロック非干渉化を達成する。

(証明) 補題 2 より i 番目の出力ブロックの不可観測空間に $\text{Im}(BD_{\alpha j}^{-1})$ が含まれることから

$$\begin{aligned} C(sI-A-BF_0)^{-1}BD_{\alpha}^{-1} \\ = \text{blockdiag} \begin{bmatrix} \tilde{\Phi}_1(s) & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \tilde{\Phi}_p(s) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (27)$$

が成立する。補題 3 より $\tilde{\Phi}_i(s)$ はフルランクであり、さらに

$$\begin{aligned} C(sI-A-BF_0)^{-1}BD_{\alpha}^{-1}H_0 \\ = C(sI-A-BF_0)^{-1}BD_{\alpha}^{-1} \\ \times \{C(-A-BF_0)^{-1}BD_{\alpha}^{-1}\}^{-1} \\ = C(sI-A-BF_0)^{-1}BG_0 \end{aligned} \quad (28)$$

であるから

$$\begin{aligned} C(sI-A-BF_0)^{-1}BG_0 \\ = \text{blockdiag} \begin{bmatrix} \tilde{\Phi}_1(s)\tilde{\Phi}_1^{-1}(0) & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \tilde{\Phi}_p(s)\tilde{\Phi}_p^{-1}(0) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (29)$$

となり、定理 2 が成立する。□

v, ν, ω はいずれも外部設定入力であるが、フィードフォワード係数が異なるため別の記号とした。定理 2 の特別な場合として、インタラクタ $\xi_T(s)$ が対角であるとき、

$$\text{rank} B^* = m$$

$$B^* = \begin{bmatrix} c_1 A^{d_1-1} B \\ \vdots \\ c_m A^{d_m-1} B \end{bmatrix} \quad (30)$$

$$d_i = \min\{k_i | c_i A^{k_i-1} B \neq 0\}$$

なるスカラ非干渉化条件が成立する、このときつぎの系が得られる。

【定理 2 の系】 システム (A, B, C) が最小位相系で、スカラ非干渉化条件 (30) 式を満たすとき、制御則 (24)、(25) でスカラ非干渉系となる。

定理 2 の結果は $\varepsilon \rightarrow 0$ の極限での形であり、実際には ε を微少な値として近似的な非干渉系を構成することになる。また定理 2 の非最小位相系への拡張も可能であるが、この拡張結果は紙数の都合上別稿にゆずる。

ここで導出した最適レギュレータの極限性質を利用した非干渉化法は I. L. Q. 法で述べられた結果と類似した成果であるが、2 次評価関数の重み行列を直接操作した結果得られたものであり、重み行列を大きく選定しリカッチ方程式を解くことで、容易に近似非干渉制御則が得られる。また非干渉化条件についての先験的条件のチェックなしに最大ブロック分けが可能となる。この最大ブロック分けの性質は非最小位相系の場合には、安定性を含めたブロック分けが得られる。

4. 非干渉特性を利用した指南車の実現

4.1 指南車の概要

指南車は古代中国で考案されたもので、方向が自由に換えられる 3 輪車の上に人形を乗せ、3 輪車の動きによらず、人形は常に南を指し示すものであり、歯車の組合せによる巧妙なからくりが施されている。ここでは 3 輪車の上に方向を示す指示棒を乗せ、指南車と同じ動きをする装置を作成する。台車となる 3 輪車の動きと、指示棒との干渉を除いた運動を実現すれば原理的に指南車の実現が可能であり、3. までに述べた非干渉特性を利用することができる。

実験装置の概形図は Fig. 1 に示すとおりである。指南車本体は 3 輪車の前 2 輪を 2 個のモータで駆動し、方向を変えるようにしており、3 輪車の上に指示棒を乗せ、指示棒はモータによって方向を変えることが可能である。

台車の方向は左右の車輪に取り付けたエンコーダで車輪の回転角を読みとり、左右の回転角の差から台車の変位角（方向）を算出する。おのおのエンコーダで読みとられた値はカウンターボードを介してパソコンに入力される。得られた情報をパソコン内で制御入力に換算し、D/A ボード、増幅回路を経てモータの駆動入力が発生させる。

Fig. 1 Schematic diagram of an experimental system

この装置では台車の駆動については、装置を簡単にするために方向変換を駆動力の差で与えるようにしてあり、左のモータは一定の駆動力として、差を右のモータに与えることで方向を変化させるようにしてある。

4.2 運動方程式および制御則の導出

Fig. 1 のように二つのモータで駆動される台車を考える。この台車に固定された指示棒を取り付け、これをモータで駆動する。Fig. 2 より左右の車輪の駆動力を H_1, H_2 、台車の慣性モーメントを I 、左右の車輪の間隔を b 、車輪における粘性係数を $\hat{c}$ として台車の重心の回転方向の運動方程式を導出すると次のようになる。

$$I\ddot{\theta}_1 + b^2\hat{c}\dot{\theta} - r^2\hat{c}_0\dot{\alpha} = b(H_2 - H_1) - T \quad (31)$$

次に指示棒の運動方程式を導出する。指示棒の慣性モーメントを I_0 、指示棒回転用モータのトルクを T 、指示棒

H_1, H_2 : Driving force

b : Distance between the left wheel and the right wheel

I : Inertia moment of the cart

I_0 : Inertia moment of the pointer

T : Torque of the motor to rotate the pointer

r : Diameter of the shaft to rotate the pointer

$\hat{c}$: Damping coefficient of the wheel

$\hat{c}_0$: Damping coefficient of the pointer

Fig. 2 General view of Shinansha

を回す軸の径を r 、指示棒の粘性係数を $\hat{c}_0$ とすると

$$I_0\ddot{\alpha} + r^2\hat{c}_0\dot{\alpha} = T \quad (32)$$

となる。ここで (31), (32) 式を $\alpha = \theta_2 - \theta_1$ の関係より座標変換すると

$$\ddot{\theta}_1 = \frac{-(b^2\hat{c} + r^2\hat{c}_0)}{I}\dot{\theta}_1 + \frac{r^2\hat{c}_0}{I}\dot{\theta}_2 + \frac{b}{I}(H_2 - H_1) - \frac{T}{I} \quad (33)$$

$$\ddot{\theta}_2 = \ddot{\theta}_1 + \frac{T - r^2\hat{c}_0(\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_1)}{I_0} \quad (34)$$

とできる。(33), (34) 式を状態変数表現し、出力を台車と指示棒の角度 θ_1, θ_2 とすると

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{-(b^2\hat{c} + r^2\hat{c}_0)}{I} & \frac{r^2\hat{c}_0}{I} \\ 0 & 0 & \frac{r^2\hat{c}_0}{I_0} - \frac{(b^2\hat{c} + r^2\hat{c}_0)}{I} & \frac{r^2\hat{c}_0}{I} - \frac{r^2\hat{c}_0}{I_0} \end{bmatrix} x \\ &+ \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{b}{I} & -\frac{1}{I} \\ \frac{b}{I} & \frac{1}{I_0} - \frac{1}{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_2 - H_1 \\ T \end{bmatrix} \\ y &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} x \\ x &= [\theta_1 \ \theta_2 \ \dot{\theta}_1 \ \dot{\theta}_2]^T \end{aligned} \quad (35)$$

が導ける。

実験装置のパラメータは実測値を Table 1 に示すとおりである。(2) 式の評価関数の重みを $R=I, Q=qI$ (q : スカラ) として、実測値を (35) 式の運動方程式に代入した A, B, C よりフィードバックゲイン F およびフィードフォワードゲイン G を (3), (25) 式より求める。実験では $q=200$ としたときの状態フィードバックゲインおよびフィードフォワードゲインを用い

Table 1 Physical Parameter Values

	Cart	Pointer
M_1, M_2 [kg]	2.940	0.139
I, I_0 [kg·m ²]	0.269	0.0003
c, c_0 [Ns/m]	5.0	0.1
r [m]	0.003	
b [m]	0.130	

$$F_{200} = \begin{bmatrix} -14.142 & -0.016 & -6.994 & -0.008 \\ 0.016 & -14.142 & 0.001 & -0.0921 \end{bmatrix}$$

$$G_{200} = \begin{bmatrix} 14.142 & 0.016 \\ -0.016 & 14.142 \end{bmatrix}$$

制御則を

$$\begin{bmatrix} H_2 - H_1 \\ T \end{bmatrix} = F_{200}x + G_{200}\omega$$

とした。

4.3 実験結果

台車に一定方向を与えるフィードフォワード入力として、実験では台車の角度 $\omega_1 = -0.5[\text{rad}]$ を外部設定値とし、指示棒角度 $\omega_2 = 0[\text{rad}]$ として制御入力を決して実行した。指南車のシステムは（定理 2 の系）の条件を満足しているのでスカラ非干渉系が構成できる。シミュレーション結果は省略する。実験結果として制御時間は 16 秒としたときの台車と指示棒の動きの様子を Fig. 3 に示し、Fig. 4 には台車の方向と指示棒の実測値を示している。台車の方向の変化に対し指示棒は最初に指示した方向を示しており、指示棒の最初の方角からのずれの最大値は 0.89 度となっている。この結果から指示棒は最初の指示角度を保っており、ほぼ非干渉系が構成されていることがわかる。Fig. 6 では台車への入力を変化させ、Fig. 5

Fig. 3 The state of the cart

Fig. 4 Experimental result

Fig. 5 The state of the cart

Fig. 6 Experimental result

のように台車の方向をゆっくり切り換えた実験の結果を示す。制御時間は 16 秒として実験を行った。台車の方向が変化する際に、指示棒の角度に若干の誤差が見られる。このときの θ_2 の誤差の最大値は 1.04 度となっている。

実験結果から L. Q. 制御の非干渉特性を利用した非干渉制御が実用可能であること、および指南車の実現が非干渉制御の応用として可能であることがうかがえる。

5. おわりに

本論文では最適レギュレータの極限的性質と非干渉制御との直接的関係について、与えられたシステムが最小位相系という条件のもとで明らかにした。これによって最適レギュレータの出力に関する重み行列 Q を大きく選んで得られるフィードバックゲインとフィードフォワードゲインを (3), (25) 式のように導出すると、近似的な非干渉系が得られ、この L. Q. 制御の極限性質を利用した新しい非干渉化制御法を導出した。類似問題としては I. L. Q. 法による設計法があるが、ここで導出した設計法は、重み行列を操作するだけの直接的な L. Q. 制御と非干渉制御の関係を明らかにした。更にこれを指南車の実現に応用し、指南車が非干渉制御の応用として実現できること、および、ここで提案した非干渉系の設計法が実際にも有効であることを明らかにした。

本論では紙面の都合上最小位相系に限定した議論にとどめたが非最小位相系に拡張した成果は別に報告する予定である。

参考文献

- 1) B. A. Francis: The optimal linear-quadratic time invariant regulator with cheap control; *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol. 10, No. 2, pp. 193 (1965)
- 2) 小林, 矢野, 中溝, 櫻井: 最適レギュレータの極限と外乱分離制御問題; 第 16 回 Dynamical System Theory シンポジウム, pp. 113-116 (1993)
- 3) U. Shaked: Explicit solution to the singular discrete-time stationary linear filtering problem; *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol. 30, No. 1, pp. 34-37 (1985)
- 4) Y. Peng and M. Kinnaert: Explicit solution to the singular L. Q. regulation problem; *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol. 37, No. 5, pp. 37 (1992)
- 5) 小林, 櫻井, 加藤, 中溝: 離散時間最適レギュレータの極限系と非干渉制御; 計測自動制御学会, Vol. 29, No. 10, pp. 1156-1162 (1993)
- 6) 藤井, 下村: ILQ 最適サーボ系設計法の一般化; システム制御情報学会論文誌, Vol. 1, No. 6, pp. 194-203 (1987)
- 7) 藤井, 宮奥: ILQ 設計法における最適性条件の緩和; 計測自動制御学会論文集, Vol. 24, No. 11, pp. 1204-1206 (1988)
- 8) 木村, 藤井, 森: ロバスト制御, コロナ社 (1994)
- 9) 黒江, 阿部, 藤井: 参照入力を一般化した ILQ 最適サーボ系設計法; 計測自動制御学会論文集, Vol. 32, No. 4, pp. 539-546 (1996)
- 10) B. Friedland: Limiting forms of optimum stochastic linear regulators; *ASME Trans.*, Vol. 93, No. 3, pp. 134-141 (1971)
- 11) E. Emre and L. M. Silverman: New criteria and system theoretic interpretations for relative prime polynomial matrices; *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol. 22, No. 2, pp. 242-269 (1977)
- 12) 小林, 中溝: 非干渉系の極配置問題; 計測自動制御学会論文集, Vol. 18, No. 4, pp. 317-323 (1984)
- 13) 小林, 中溝: 最大非可観測システムの安定性とその応用; 計測自動制御学会論文集, Vol. 17, No. 2, pp. 168-175 (1984)
- 14) 小林, 中溝: レギュレータの極限形式と出力零化問題; 計測自動制御学会論文集, Vol. 20, No. 12, pp. 1089-1094 (1984)
- 15) 田中, 笈田: 車両・機械と土系の力学, 学分社, pp. 98-103 (1993)

付 録

(13) 式 $\lim_{\epsilon \rightarrow 0} C_i A M_\epsilon^{-1} C^T J_0^{-1}(s) = (0 \cdots 1 \ 0 \cdots 0)$ の補足説明

$C_i A M_\epsilon^{-1} C^T J_0^{-1}(s)$ は $M_\epsilon, J_0^{-1}(s)$ を代入すると

$$\begin{aligned} & C_i A M_\epsilon^{-1} C^T J_0^{-1}(s) \\ &= C_i A (N + \epsilon N_1 + \epsilon^2 N_2 + \cdots) C^T \\ & \quad \cdot \{Q^{-1}s^2 + CA(N + \epsilon N_1 + \epsilon^2 N_2 + \cdots)C^T\}^{-1} \end{aligned}$$

となる. ここで参考文献 2) の補題 1 の関係式

$$CN = 0$$

$$CAN = 0$$

$$CN_1 C^T = 0$$

$$CAN_1 C^T C N_1 = CA(BR^{-1}B^T - AN)$$

$$CN_1 = U^{-1}(CABR^{-1}B^T A^T C^T)^{-1/2}$$

$$CA(BR^{-1}B^T - AN)$$

また, $UU^T = I$ である

から

$$\begin{aligned} & C_i A M_\epsilon^{-1} C^T J_0^{-1}(s) \\ &= (C_i A N_1 C^T + \epsilon C_i A N_2 C^T + \cdots) \\ & \quad \cdot (\epsilon I s^2 + C A N_1 C^T + \epsilon C A N_2 C^T + \cdots)^{-1} \end{aligned}$$

ここで $\epsilon \rightarrow 0$ とすると

$$\begin{aligned} & \therefore \lim_{\epsilon \rightarrow 0} C_i A M_\epsilon^{-1} C^T J_0^{-1}(s) \\ &= C_i A N_1 C^T (C A N_1 C^T)^{-1} \\ &= (0 \cdots 1 \ 0 \cdots 0) \end{aligned}$$

を得る.