厳密な線形化によるリニア誘導モータの非線形制御*

川田 昌克**・井上 和夫***

Nonlinear Control of Linear Induction Motors Using Exact Linearization*

Masakatsu KAWATA** and Kazuo INOUE***

1. はじめに

近年, 堅牢性に優れた誘導モータ (IM) が AC サーボモータとして使用されつつある. 本稿で対象とするリニア誘導モータ (LIM) は回転機である IM の固定子 (1 次側), 可動子 (2 次側) およびギャップを直線上に引き伸ばすことにより, 電気エネルギーを直接直線的な機械エネルギーに変換する推力発生装置である¹⁾. IM と違い, LIM の諸定数の値は相によって異なるため, このことを無視した制御則を用いると, 2 次磁束や推力に脈動を生じてしまう. そこで, 本稿では, 筆者らがこれまでに提案してきた IM の非線形制御法³⁾を LIM の場合に拡張し, 2 次磁束や推力の脈動を生じない制御を実現する.

2. LIM の数学モデル

Fig. 1 に示す片側式 LIM の定数はその構造上, a , b , c 相の各相によって異なる. この相非対称性を考慮すると, 参考文献 2) に示されているように, 固定子に固定された d - q 座標系における LIM の数学モデルは, 非線形項 $\omega_{2e}\psi_{2d}$, $\omega_{2e}\psi_{2q}$, F_e を含んだ次式のようになる.

$$p\psi_{2d} = -a_{r11}d\psi_{2d} - \omega_{2e}\psi_{2q} + a_{r12}d\dot{i}_{1d} \quad (1)$$

$$p\psi_{2q} = -a_{r11}q\psi_{2q} + \omega_{2e}\psi_{2d} + a_{r12}q\dot{i}_{1q} \quad (2)$$

Fig. 1 Linear induction motor

* 原稿受付 1998 年 3 月 11 日

** 舞鶴工業高等専門学校 電子制御工学科 Department of Control Engineering, Maizuru National College of Technology; 234 Aza-Shiroya, Maizuru city, Kyoto 625-8511, JAPAN

*** 立命館大学 理工学部 Faculty of Science and Engineering, Ritsumeikan University; 1-1-1 Noji-Higashi, Kusatsu city, Shiga 525-8577, JAPAN

Key Words: linear induction motor, exact linearization, noninteracting control.

$$p\dot{i}_{1d} = a_{r21}d\psi_{2d} + a_{i21}d\omega_{2e}\psi_{2q} - a_{r22}d\dot{i}_{1d} + b_{r2d}v_{1d} \quad (3)$$

$$p\dot{i}_{1q} = a_{r21}q\psi_{2q} - a_{i21}q\omega_{2e}\psi_{2d} - a_{r22}q\dot{i}_{1q} + b_{r2q}v_{1q} \quad (4)$$

$$pV_{2m} = \frac{F_e - F_L}{W} \quad (5)$$

$$F_e = \lambda_q\psi_{2d}\dot{i}_{1q} - \lambda_d\psi_{2q}\dot{i}_{1d} + \delta\psi_{2d}\psi_{2q}$$

ただし, $a_{r11} = R_{2*}/L_{2*}$, $a_{r12} = R_{2*}M_*/L_{2*}$, $a_{r21} = R_{2*}M_*/\sigma_*L_{1*}L_{2*}^2$, $a_{i21} = M_*/\sigma_*L_{1*}L_{2*}$, $a_{r22} = R_{1*}/\sigma_*L_{1*} + R_{2*}M_*^2/\sigma_*L_{1*}L_{2*}^2$, $b_{r2*} = 1/\sigma_*L_{1*}$, $\sigma_* = 1 - M_*^2/L_{1*}L_{2*}$, $\lambda_* = kM_*/L_{2*}$ ($*$ = d, q), $\delta = k(L_{2q} - L_{2d})/L_{2d}L_{2q}$ であり, また, $v_1 = [v_{1d} \ v_{1q}]^T$: 1 次電圧, $i_1 = [i_{1d} \ i_{1q}]^T$: 1 次電流, $\psi_2 = [\psi_{2d} \ \psi_{2q}]^T$: 2 次磁束, ω_{2e} : 電氣的 2 次角速度, $V_{2m} = \omega_{2e}/k$ ($k = \pi/\tau$): 機械的 2 次速度, F_e : 推力, R_{1*} , R_{2d} , R_{2q} : 1 次, 2 次抵抗, L_{1d} , L_{1q} , L_{2d} , L_{2q} : 1 次, 2 次自己インダクタンス, M_d , M_q : 相互インダクタンス, W : LIM と負荷機器との合計質量, F_L : 負荷推力, τ : 極ピッチ, p : 微分演算子 d/dt を表す. なお, 状態変数: $x = [\psi_{2d} \ \psi_{2q} \ i_{1d} \ i_{1q} \ V_{2m}]^T$, 操作量: $u = [v_{1d} \ v_{1q}]^T$, 添字 d, q : d 軸, q 軸成分である. IM の場合には各パラメータが d 軸と q 軸とで同一であるが³⁾⁻⁵⁾, (1)~(5) 式からわかるように, LIM の場合には相非対称性により各パラメータが d 軸と q 軸とで異なっている. そこで, a_{rijd} , a_{rijq} ($i, j = 1, 2$), a_{i21d} , a_{i21q} , b_{r2q} , λ_d , λ_q をたとえば,

$$\bar{a}_{r11} = \frac{a_{r11d} + a_{r11q}}{2}, \quad \tilde{a}_{r11} = \frac{a_{r11d} - a_{r11q}}{2}$$

を満足するパラメータ $\bar{\cdot}$, $\tilde{\cdot}$ で置き換えると, $\bar{\cdot}$ および $\tilde{\cdot}$ を零とした (1)~(5) 式は, 諸定数の相非対称性を考慮していない非線形モデルとなり, IM と同様の形式となる.

3. LIM の非線形制御

3.1 非線形補償の導出

以下では記述の簡単化のため, 中間変数

$$\begin{cases} \bar{\xi}_1 = \psi_{2d}^2 + \psi_{2q}^2 \\ \bar{\xi}_2 = \psi_{2d}i_{1d} + \psi_{2q}i_{1q} \\ \bar{\xi}_3 = \psi_{2d}i_{1q} - \psi_{2q}i_{1d} \\ \bar{\xi}_4 = i_{1d}^2 + i_{1q}^2 \end{cases}, \begin{cases} \tilde{\xi}_1 = \psi_{2d}^2 - \psi_{2q}^2 \\ \tilde{\xi}_2 = \psi_{2d}i_{1d} - \psi_{2q}i_{1q} \\ \tilde{\xi}_3 = \psi_{2d}i_{1q} + \psi_{2q}i_{1d} \\ \tilde{\xi}_4 = i_{1d}^2 - i_{1q}^2 \end{cases}$$

を用いて議論する。まず、 $|\psi_2|$, V_{2m} をそれらの目標値に追従させることが制御目的であることを考慮し、出力を

$$y_1 = z_{11} = \bar{\xi}_1 (= |\psi_2|^2), y_2 = z_{21} = V_{2m} \quad (6)$$

と定義すると、簡単な計算から $|\psi_2| \neq 0$ であるような領域 $\mathcal{U}$ で y_1, y_2 の相対次数が共に 2 となることがわかる。また、 $y_1 = z_{11}$ の時間微分は z_{11} と

$$z_{12} = \bar{\xi}_2 - \frac{\bar{a}_{r11}\tilde{\xi}_1 - \bar{a}_{r12}\tilde{\xi}_2}{\bar{a}_{r12}} \quad (7)$$

の線形結合、 $y_2 = z_{21}$ の時間微分は推力 F_e に相当する

$$z_{22} = \bar{\xi}_3 - \frac{\tilde{\lambda}\tilde{\xi}_3 - \delta\psi_{2d}\psi_{2q}}{\tilde{\lambda}} \quad (8)$$

と F_L の線形結合となるため、本稿では、新しい状態変数を $z_1 = [z_{11} \ z_{12}]^T$, $z_2 = [z_{21} \ z_{22}]^T$ と定義する。このとき、 z_{12}, z_{22} の非対称性起因する項は $\bar{\xi}_2, \bar{\xi}_3$ と比べて十分小さいため、 $z_{12} \simeq \bar{\xi}_2$, $z_{22} \simeq \bar{\xi}_3$ となる。さらに、 $\bar{\xi}_2, \bar{\xi}_3$ を ψ_2 の回転角速度 $\omega_{\psi_2} = p\theta_{\psi_2}$ と同期して回転する回転座標系 ($d' - q'$ 座標系) の諸量

$$\psi_{2d} = |\psi_2|\cos\theta_{\psi_2}, \psi_{2q} = |\psi_2|\sin\theta_{\psi_2} \quad (9)$$

$$\begin{bmatrix} i_{1d} \\ i_{1q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta_{\psi_2} & -\sin\theta_{\psi_2} \\ \sin\theta_{\psi_2} & \cos\theta_{\psi_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_F \\ i_T \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$\theta_{\psi_2} = \tan^{-1} \frac{\psi_{2q}}{\psi_{2d}} \quad (11)$$

で表すと (i_F : 磁束成分電流, i_T : 推力成分電流), z_{12}, z_{22} は近似的に $\bar{\xi}_2 = |\psi_2|i_F$, $\bar{\xi}_3 = |\psi_2|i_T$ と一致する。したがって、 z_{12}, z_{22} を制御するマイナーループを構成すれば、ベクトル制御法における電流制御ループ⁴⁾と同様の働きを持たせることができる³⁾。また、推力 F_e を直接状態変数に選んでいるため、推力制御も容易に行える。

つぎに、状態座標変換 (6)~(8) 式によって、厳密な線形化が可能となることを示す。 z_1, z_2 の時間微分は、

$$\begin{cases} p z_{11} = -2\bar{a}_{r11}z_{11} + 2\bar{a}_{r12}z_{12} \\ p z_{12} = -\phi_1 z_{12} + E_1(x) \\ \quad + D_{11}(x)v_{1d} + D_{12}(x)v_{1q} \\ p z_{21} = \frac{\tilde{\lambda}z_{22} - F_L}{W} \\ p z_{22} = -\phi_2 z_{22} + E_2(x) \\ \quad + D_{21}(x)v_{1d} + D_{22}(x)v_{1q} \end{cases} \quad (12)$$

$$D_{11}(x) = \frac{a_{r12}db_{r2d}\psi_{2d}}{\bar{a}_{r12}}, D_{12}(x) = \frac{a_{r12}q b_{r2q}\psi_{2q}}{\bar{a}_{r12}}$$

$$\begin{aligned} D_{21}(x) &= -\frac{\lambda_d b_{r2d}\psi_{2q}}{\tilde{\lambda}}, D_{22}(x) = \frac{\lambda_q b_{r2q}\psi_{2d}}{\tilde{\lambda}} \\ E_1(x) &= e_{11}\bar{\xi}_1 + e_{12}\tilde{\xi}_1 + e_{13}\tilde{\xi}_2 + \omega_{2e}(\bar{\xi}_3 + e_{14}\tilde{\xi}_3) \\ &\quad + e_{15}\bar{\xi}_4 + e_{16}\tilde{\xi}_4 + e_{17}\omega_{2e}\psi_{2d}\psi_{2q} \\ E_2(x) &= \omega_{2e}(e_{21}\bar{\xi}_1 + e_{22}\tilde{\xi}_1 - \bar{\xi}_2 + e_{23}\tilde{\xi}_2) + e_{24}\tilde{\xi}_3 \\ &\quad + e_{25}\psi_{2d}\psi_{2q} + e_{26}i_{1d}i_{1q} \\ \phi_1 &= \bar{a}_{r11} + \bar{a}_{r22} + \frac{\bar{a}_{r12}(3\bar{a}_{r11} + \bar{a}_{r22})}{\bar{a}_{r12}} \\ \phi_2 &= \bar{a}_{r11} + \bar{a}_{r22} + \frac{\tilde{\lambda}(\bar{a}_{r11} - \bar{a}_{r22}) + \delta\bar{a}_{r12}}{\tilde{\lambda}} \end{aligned}$$

となる。ただし、紙面の関係上 e_{ij} は省略した。 $a_{r12*}, b_{r2*}, \lambda_*, \bar{a}_{r12}, \tilde{\lambda}$ は正数であるから、非干渉行列

$$D(x) = \begin{bmatrix} D_{11}(x) & D_{12}(x) \\ D_{21}(x) & D_{22}(x) \end{bmatrix} \quad (13)$$

は $\mathcal{U}$ で正則となる。したがって、 $\mathcal{U}$ で定義される

$$\begin{bmatrix} v_{1d} \\ v_{1q} \end{bmatrix} = D^{-1}(x) \begin{bmatrix} v_1 - E_1(x) \\ v_2 - E_2(x) \end{bmatrix} \quad (14)$$

を用いると、以下の厳密な線形化システムが得られる。

$$\begin{cases} p z_1 = \begin{bmatrix} -2\bar{a}_{r11} & 2\bar{a}_{r12} \\ 0 & -\phi_1 \end{bmatrix} z_1 + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} v_1 \\ y_1 = [1 \ 0] z_1 \end{cases} \quad (15)$$

$$\begin{cases} p z_2 = \begin{bmatrix} 0 & \tilde{\lambda} \\ 0 & -\phi_2 \end{bmatrix} z_2 + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} v_2 - \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \frac{F_L}{W} \\ y_2 = [1 \ 0] z_2 \end{cases} \quad (16)$$

なお、IM におけるベクトル制御法³⁾⁻⁵⁾と同様に $|\psi_2| \neq 0$ であると仮定したが、 $|\psi_2|$ の目標値は正数であるから、始動時以外で (14) 式は有効である。

3.2 不可観測な状態の安定性とすべり周波数

3.1 で定義した新しい状態変数の数は 4 であり、 x の次数よりも 1 少ない。そこで、新しい状態変数に $\eta = \theta_{\psi_2}$ を追加し、出力 y_1, y_2 から不可観測なダイナミクスの安定性を調べる。 η の時間微分を求めると、

$$p\eta = \omega_{2e} + \frac{\bar{a}_{r12}\bar{\xi}_3 - \bar{a}_{r12}\tilde{\xi}_3 + 2\bar{a}_{r11}\psi_{2d}\psi_{2q}}{\tilde{\xi}_1} \quad (17)$$

となる。(15), (16) 式に対して設計される線形補償器によって、 z_{ij} は一定値に制御されるから、 ψ_2, i_1 は有界である。したがって、 $p\eta$ は有界となるため、出力から不可観測な状態 η のダイナミクスは安定である。また、すべり周波数 $\omega_{slip} = \omega_{\psi_2} - \omega_{2e}$ は、(9), (10), (17) 式より

$$\begin{aligned} \omega_{slip} &= \tilde{a}_{r11}\sin 2\theta_{\psi_2} - \frac{\tilde{a}_{r12}i_F \sin 2\theta_{\psi_2}}{|\psi_2|} \\ &\quad + \frac{i_T(\bar{a}_{r12} - \tilde{a}_{r12}\cos 2\theta_{\psi_2})}{|\psi_2|} \end{aligned} \quad (18)$$

となり、 $2\omega\psi_2$ で振動することがわかる。(18) 式は参考文献 2) の結果と一致している。

3.3 磁束制御系および速度制御系の構成

3.1 で述べた理由により、ベクトル制御法における電流制御器⁴⁾に相当する線形補償器として、PI 補償器

$$v_i = k_{P_{i2}}(z_{i2}^{ref} - z_{i2}) + k_{I_{i2}} \int_0^t (z_{i2}^{ref} - z_{i2}) dt \quad (19)$$

をマイナーループに用いる。また、 $|\psi_2|$ 、 V_{2m} をそれらの目標値 ψ_2^{ref} 、 V_{2m}^{ref} に追従させるため、以下の I-P 補償器をメインループ（磁束制御ループ、速度制御ループ）に用いる。

$$z_{i2}^{ref} = -k_{P_{i1}}z_{i1} + k_{I_{i1}} \int_0^t (z_{i1}^{ref} - z_{i1}) dt \quad (20)$$

ただし、 $i=1,2$ であり、また、 $z_{11}^{ref} = (\psi_2^{ref})^2$ 、 $z_{21}^{ref} = V_{2m}^{ref}$ である。このとき、参考文献 3) と同様に線形補償器のパラメータを選ぶと、マイナーループ、メインループの入出力伝達関数は、それぞれ所望の 1 次遅れ系、2 次振動系と（近似的に）一致する。また、マイナーループにより安定性を高めているため、パラメータ変動などによって特異点 $|\psi_2|=0$ に落ち込む可能性は少ない。

4. シミュレーション結果

3. の議論では、非線形補償と線形補償器を決定するため、2 次磁束の検出が可能であるとしたが、実際には、2 次磁束の検出は困難である。そこで、(6)~(8)、(14) 式に含まれる 2 次磁束 ψ_{2d} 、 ψ_{2q} を電流入力モデル

$$p\hat{\psi}_{2d} = -a_{r11d}\hat{\psi}_{2d} - \omega_{2e}\hat{\psi}_{2q} + a_{r12d}i_{1d} \quad (21)$$

$$p\hat{\psi}_{2q} = -a_{r11q}\hat{\psi}_{2q} + \omega_{2e}\hat{\psi}_{2d} + a_{r12q}i_{1q} \quad (22)$$

で得られる推定値 $\hat{\psi}_{2d}$ 、 $\hat{\psi}_{2q}$ に置き換えてシミュレーションを行った。なお、シミュレーションでは、相非対称性を考慮していない間接形ベクトル制御法^{3),4)}との比較を行っている。Figs. 2, 3 よりベクトル制御法では $|\psi_2|$ 、 F_e に脈動を生じているが、提案する非線形制御法では、操作量である $|v_1|$ を脈動させることによって、 $|\psi_2|$ 、 F_e の脈動が抑えられていることが確認できる。

5. おわりに

本稿では、IM に対する参考文献 3) の結果を LIM の場合に拡張した。また、提案法の有効性を検証するためにシミュレーションを行い、推力や 2 次磁束に脈動のない良好な制御が実現できることを確認した。提案法は間接形ベクトル制御法²⁾のように 2 次磁束の推定器を電流入力モデルに限定する必要はない³⁾。今後、2 次磁束の推定に磁束オブザーバ⁵⁾を用いることによって、パラメー

Fig. 2 Four quadrant operation of vector control method

Fig. 3 Four quadrant operation of proposed method

タ変動に対する低感度化を実現することを検討したい。

参考文献

- 1) 山田：産業用リニアモータ，工業調査会（1981）
- 2) 杉本，巴，松村，渡辺：リニア誘導モータの非対称定数を考慮したベクトル制御法とその特性；電気学会論文誌 D，Vol. 114，No. 1，pp. 17-24（1994）
- 3) 川田，森田，亀井，井上：機械的な非線形性を考慮した誘導モータの非干渉制御；電気学会論文誌 C，Vol. 116，No. 11，pp. 1211-1218（1996）
- 4) 杉本，小山，玉井：AC サーボシステムの理論と実際，総合電子出版社（1990）
- 5) 堀，梅野，鈴木：高速低感度磁束オブザーバに基づく磁界オリエンテーション形ベクトル制御系の実現；電気学会論文誌 D，Vol. 109，No. 10，pp. 771-777（1989）