多重ループ型セルフチューニング PID 制御系の 一設計*

山本 透**・Sirish L. SHAH***

A Design of Multiloop Self-Tuning PID Control Systems*

Toru YAMAMOTO** and Sirish L. SHAH***

In this paper, a new multiloop self-tuning PID controller design scheme is proposed. The proposed control scheme has a static matrix pre-compensator in order to reduce the interaction terms of the process transfer function matrix. The static matrix pre-compensator is adjusted by an on-line estimator. The $p \times p$ pre-compensated system is then controlled via 'p' self-tuning PID controllers, whose parameters are adjusted by a second identifier placed around the pre-compensated plant. The PID parameters are calculated on-line based on the relationship between the PID control and generalized minimum variance control laws. The proposed scheme is experimentally evaluated on a 2×2 temperature plus level control system. Experimental results illustrate the effectiveness of the new scheme.

1. 緒言

化学プロセスなどに代表されるプロセス制御系においては、今なお PID 制御法¹⁾⁻⁵⁾ が主として用いられている。とくに、制御パラメータの物理的な意味が明確であること、さらには制御構造が簡単であるなどの理由から、古くから現在に至るまで、実システムの制御には欠かせない制御手法となっている⁶⁾。また、最近では、PID 制御系の機能的高度化、あるいは構造的高度化⁷⁾ を目的とし、ロバスト制御や適応制御などのアドバンスド制御法、さらにはファジィ推論やニューラルネットワークなどのインテリジェント制御法の立場から、PID 制御が見直されるなど、“古くて新しい PID 制御”として注目されている^{8),9)}。筆者の一人も、単一入出力系に対してセルフチューニング制御法^{10),11)}との関連から、PID パラメータを自己調整するセルフチューニング PID 制御法を提案し¹²⁾、化学プロセスの一つであるポリブテン重合反応器

への適用を通して、その有効性について検討を行った¹³⁾。

しかしながら、化学プロセスなどは、ほとんどが多変数系となっている。多変数系に対する PID 制御系の設計法が、単一入出力系に対してほど確立されていないこともあり、現場では、個々の入出力間に PID 制御器を挿入し、それぞれを単一入出力系と見なして PID 制御系を構成していることが多い。ところが、相互干渉がほとんど無視できるような場合は問題ないが、この相互干渉のために、制御性能が劣化することも少なくない。場合によっては PID 制御では限界があり、制御系の設計手順が複雑にはなるが、DMC (Dynamic Matrix Control) などに代表されるモデル予測制御法に頼らざるを得ないこともある。このような現状を考えると、多変数系に対する PID 制御系の設計に関する考察は、必要不可欠であると思われる。

以上のような理由から、本論文では、多変数系に対する PID 制御系の設計法の一つとして、セルフチューニング制御の観点に立ったセルフチューニング PID 制御系の一設計法について考察する。これまでにも、多変数セルフチューニング PID 制御系の設計法について考察されているが¹⁴⁾、 p 入力 p 出力多変数系に対しては、 p^2 個の PID 制御器が必要となり、実装化を容易に行うことができない。また、PID パラメータがマトリックスで与えら

* 原稿受付 1997 年 3 月 3 日

** 岡山県立大学 情報工学部 Dept. of Communication Engineering, Okayama Prefectural University; 111 Kuboki, Soja city, Okayama, 719-1197, JAPAN

*** アルバート大学 化学・材料工学科 Dept. of Chemical and Materials Engineering, University of Alberta; Edmonton, T6G 2G6, CANADA

Key Words: PID control, multivariable system, self-tuning control, decoupling, process control.

れるため、その物理的な意味を把握することが困難であるなどの問題を有している。

そこで本論文では、非干渉化を行うために、静的なゲイン行列により与えられる前置補償器を挿入し、これにより構成される拡大系に対して、多重ループ型セルフチューニングPID制御系を設計する。すなわち、 p 入力 p 出力多変数系に対して、 p 個のPID制御器で多変数PID制御系を構成することができる。まず、前置補償器の設計について考察する。つぎに、個々のPID制御器のPIDパラメータの自己調整法について述べる。なお、これは、参考文献12)、13)において考察したように、一般化最小分散制御則とPID制御則との関連に基づいて行う。最後に、相互干渉が比較的強いと思われる温度・液面制御系への適用を通して、本手法の有効性について検討する。

2. 多重ループ型セルフチューニングPID制御系

2.1 システムの記述

対象とする p 入力 p 出力多変数離散時間システムが、次式により記述できるものとする。

$$A(z^{-1})y(t) = DB(z^{-1})u(t-1) + x(t)/\Delta \quad (1)$$

ただし、 Δ は差分オペレータで $\Delta := 1 - z^{-1}$ であり、 $u(t)$ と $y(t)$ は、次式のような p 次元の制御入力ベクトルとシステム出力ベクトルである。

$$\begin{aligned} u(t) &= [u_1(t), u_2(t), \dots, u_p(t)]^T \\ y(t) &= [y_1(t), y_2(t), \dots, y_p(t)]^T \end{aligned} \quad (2)$$

また、 $x(t)$ は観測ノイズ等を含むガウス性白色雑音ベクトルを示している。さらに、 $A(z^{-1})$ は次式で与えられるような対角の多項式行列である。

$$A(z^{-1}) = \text{diag}\{A_1(z^{-1}), A_2(z^{-1}), \dots, A_p(z^{-1})\} \quad (3)$$

通常、制御対象は高次系であることも考えられるが、PID制御が適用されている化学プロセス系などにおいては、ほとんどが2次遅れ系以下で記述されることが多いため、ここでは、それぞれの $A_i(z^{-1})$ はたかだか2次で与えられるものとし、次式として $A_i(z^{-1})$ を与える。

$$A_i(z^{-1}) = 1 + a_{i,1}z^{-1} + a_{i,2}z^{-2} \quad (4)$$

ここで、 $i=1, 2, \dots, p$ であり、以下では特記しない限り、 i はこのように与えられる。

一方、 $B(z^{-1})$ はすべての要素をもった多項式行列で、次式として与えられる。

$$\begin{aligned} B(z^{-1}) &= \begin{bmatrix} B_{1,1}(z^{-1}) & B_{1,2}(z^{-1}) & \dots & B_{1,p}(z^{-1}) \\ B_{2,1}(z^{-1}) & B_{2,2}(z^{-1}) & \dots & B_{2,p}(z^{-1}) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ B_{p,1}(z^{-1}) & B_{p,2}(z^{-1}) & \dots & B_{p,p}(z^{-1}) \end{bmatrix} \\ &= B_0 + B_1 z^{-1} + \dots + B_m z^{-m} \end{aligned} \quad (5)$$

ここで、係数行列 B_k は次式により定義される。

$$B_k = \begin{bmatrix} b_{k,1,1} & b_{k,1,2} & \dots & b_{k,1,p} \\ b_{k,2,1} & b_{k,2,2} & \dots & b_{k,2,p} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{k,p,1} & b_{k,p,2} & \dots & b_{k,p,p} \end{bmatrix} \quad (6)$$

つぎに、 D はシステムのむだ時間を表す行列で、次式として与えられる。

$$D = \text{diag}\{z^{-k_{m1}}, z^{-k_{m2}}, \dots, z^{-k_{mp}}\} \quad (7)$$

ここで、 k_{mi} は第 i 番目のシステム出力 y_i と、それぞれの制御入力 $u_1, u_2, \dots, u_p$ との間のむだ時間のうち、最も小さい値 k_i の推定値を示している。このとき、前もって k_i が正確に把握できるような場合は、 $k_{mi} = k_i$ として設定する。一方、 k_i について全くわからない場合は、 $k_{mi} = 0$ として設定する。たとえば、正確にはわからないが、 k_i が2~3ステップ位の間にありと予想される場合には、 $k_{mi} = 2$ と設定する。

(1) 式により与えられるシステムは、以下のような仮定を満足するものとする。

【仮定】

[A. 1] 多項式行列 $A(z^{-1})$ は漸近安定である。

[A. 2] k_{mi} および m_i は、次式を満足する。

$$\left. \begin{aligned} 0 \leq k_{mi} \leq \min_{j=1, 2, \dots, p} \{k_{ij}\} \\ \max_{j=1, 2, \dots, p} \{k_{ij} + m_{ij}\} \leq k_{mi} + m \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

ただし、 k_{ij} は第 i 番目の出力信号と第 j 番目の入力信号との間のむだ時間を示しており、 m_{ij} は(5)式における $B_{i,j}(z^{-1})$ の次数を表している。

[A. 3] $\det B(1) \neq 0$ である。

[A. 4] 目標値 $w_i(t)$ はステップ関数で与えられる。

2.2 前置補償器の設計

多変数システムに対して多重ループ型の制御系を設計するうえで重要となる問題は、いかにして相互干渉を除去、もしくは軽減するかということである。そこで本論文では、制御対象に前置補償器を挿入し、この前置補償器により非干渉化を図ることを考える。

多変数プロセス制御系では、動的な前置補償器より静

的なゲインによる前置補償器を用いる場合が多い^{15),16)}. これは、制御系設計を簡易化する意味においても重要であると思われる. したがって、本論文においても次式のような静的ゲイン行列で与えられる前置補償器を考える¹⁷⁾.

$$H := B^{-1}(1)A(1) = \begin{bmatrix} h_{1,1} & h_{1,2} & \cdots & h_{1,p} \\ h_{2,1} & h_{2,2} & \cdots & h_{2,p} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ h_{p,1} & h_{p,2} & \cdots & h_{p,p} \end{bmatrix} \quad (9)$$

すなわち、制御対象の定常ゲインの逆行列を用いており、このことは相互干渉項の低周波成分のみを考慮したことになる. 実際、前置補償器として $B^{-1}(z^{-1})A(z^{-1})$ を用いることで、完全な非干渉化を実現することが可能であるが、先にも述べたように、その設計が複雑になり、場合によっては高次の補償器となることもある. さらに、前置補償器を $B^{-1}(z^{-1})A(z^{-1})$ として用いる場合には、 $B(z^{-1})$ が漸近安定多項式でなければならないという新たな仮定が必要となってくる. このことは、適用できる制御対象の範囲も狭めることになる. 以上のような理由から、ここでは (9) 式の前置補償器を $B^{-1}(z^{-1})A(z^{-1})$ の静的な近似値として用いる.

このとき、(1) 式と (9) 式により構成される拡大系は次式となる.

$$A(z^{-1})y(t) = DB(z^{-1})Hv(t-1) + x(t)/\Delta \quad (10)$$

ここで、 $v(t)$ は拡大系に対する入力信号である. (10) 式の拡大系を、近似的に非干渉化されたシステムと見なすことで、それぞれの対角要素 (第 i 番目の入出力関係) は、次式として書ける.

$$A_i(z^{-1})y_i(t) = z^{-k_{m_i}} \bar{B}_i(z^{-1})v_i(t-1) + x_i(t)/\Delta \quad (11)$$

ここで、 $A_i(z^{-1})$ は (3) 式で与えられ、 $\bar{B}_i(z^{-1})$ は次式により定義される.

$$\begin{aligned} \bar{B}_i(z^{-1}) &:= \sum_{k=1}^p B_{i,k}(z^{-1})h_{k,i} \\ &= \bar{b}_{i,0} + \bar{b}_{i,1}z^{-1} + \cdots + \bar{b}_{i,m}z^{-m} \end{aligned} \quad (12)$$

2.3 多重ループ型 PID 制御器

つぎに、(11) 式で与えられる拡大系に対して、PID 制御系を設計する. ここでは、次式によるデジタル PID 制御則により、拡大系の第 i 番目の制御入力を生成する.

$$\begin{aligned} \Delta v_i(t) &= k_{c_i} \{ [e_i(t) - e_i(t-1)] + \frac{T_s}{T_{I_i}} e_i(t) \\ &\quad + \frac{T_{D_i}}{T_s} \{ e_i(t) - 2e_i(t-1) + e_i(t-2) \} \} \end{aligned} \quad (13)$$

ここで、 k_{c_i} 、 T_{I_i} および T_{D_i} は、比例ゲイン、積分時間および微分時間で、 T_s はサンプリング間隔を示している. さらに、 $e_i(t)$ は制御誤差信号であり、次式により与えられる.

$$e_i(t) := w_i(t) - y_i(t) \quad (14)$$

このように、拡大系に対して多重ループ型の PID 制御系を構成する.

つぎに、簡単のために次式のような $L_i(z^{-1})$ を定義する.

$$\begin{aligned} L_i(z^{-1}) &:= k_{c_i} \left(1 + \frac{T_s}{T_{I_i}} + \frac{T_{D_i}}{T_s} \right) \\ &\quad - k_{c_i} \left(1 + \frac{2T_{D_i}}{T_s} \right) z^{-1} + \frac{k_{c_i} T_{D_i}}{T_s} z^{-2} \end{aligned} \quad (15)$$

このとき、(13) 式は次式として書き換えることができる.

$$L_i(z^{-1})y_i(t) + \Delta v_i(t) - L_i(z^{-1})w_i(t) = 0 \quad (16)$$

ここで、(13) 式あるいは (16) 式に含まれる PID パラメータは、制御系の性質を大きく左右するため、その調整は重要な問題とされている. とくに、本論文で扱っているような未知パラメータや未知むだ時間をもつシステムに対しては、PID パラメータの調整が困難である. そこで、本論文では、参考文献 12), 13) において考察した方法、すなわち一般化最小分散制御則¹⁸⁾との関連に基づいて PID パラメータを調整する方法を適用する. 2.4 では、PID パラメータの具体的な調整法について述べる.

2.4 PID パラメータの調整¹²⁾

2.4.1 一般化最小分散制御則

まず、次式の評価規範の最小化に基づく一般化最小分散制御¹⁸⁾を考える.

$$J_i = E[\phi_i^2(t + k_{m_i} + 1)] \quad (17)$$

ここで、 $\phi_i(t + k_{m_i} + 1)$ は一般化出力で、次式として与えられる.

$$\begin{aligned} \phi_i(t + k_{m_i} + 1) &:= P_i(z^{-1})y_i(t + k_{m_i} + 1) \\ &\quad + \lambda_i \Delta v_i(t) - R_i(z^{-1})w_i(t) \end{aligned} \quad (18)$$

(18) 式の λ_i は制御重みを表す設計パラメータであり、 $P_i(z^{-1})$ は、次式により与えられる設計多項式である.

$$P_i(z^{-1}) = 1 + p_{i,1}z^{-1} + p_{i,2}z^{-2} \quad (19)$$

さらに、 $R_i(z^{-1})$ も多項式であるが、これは後の考察において一般化最小分散制御則と PID 制御則との関連に基づいて決定される. (17) 式を最小化する制御入力 は次式により与えられる.

$$F_i(z^{-1})y_i(t) + \{E_i(z^{-1})\bar{B}_i(z^{-1}) + \lambda_i\}\Delta v_i(t) - R_i(z^{-1})w_i(t) = 0 \quad (20)$$

ここで、 $E_i(z^{-1})$ と $F_i(z^{-1})$ は、次式の Diophantine 方程式を解くことにより得られる多項式である。

$$P_i(z^{-1}) = \Delta A_i(z^{-1})E_i(z^{-1}) + z^{-(k_{m_i}+1)}F_i(z^{-1}) \quad (21)$$

$$\left. \begin{aligned} E_i(z^{-1}) &= 1 + e_{i,1}z^{-1} + \dots + e_{i,k_{m_i}}z^{-k_{m_i}} \\ F_i(z^{-1}) &= f_{i,0} + f_{i,1}z^{-1} + f_{i,2}z^{-2} \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

2.4.2 PID 制御則との関連

つぎに、一般化最小分散制御則と PID 制御則との関連に基づいて、PID パラメータを調整する方法について述べる。

通常、制御対象の動特性、たとえば、むだ時間や時定数を前もって正確に把握することは不可能である。このような状況を考慮して、本論文においては、(1) 式を制御対象の記述モデルとして話を進めてきた。すなわち、むだ時間の推定値 k_{m_i} を、真のむだ時間より小さめに見積もり、また、 $\bar{B}_i(z^{-1})$ の次数 m を大きめに設定することで、上述の問題に対処するようにしている。したがって、(20) 式第 2 項の $E_i(z^{-1})\bar{B}_i(z^{-1})$ には不確かさが存在するものと考えられる。とくに、むだ時間が大きいシステムにおいては、 $\bar{B}_i(z^{-1})$ の低次の係数および高次の係数は、零に近い値となることが予想され、その推定パラメータの相対誤差は極めて大きくなるものと思われる。

そこで、厳密には (17) 式の評価規範の最小化にはならないが、 $E_i(z^{-1})\bar{B}_i(z^{-1})$ に含まれるパラメータを積極的に利用することを放棄し、 $E_i(z^{-1})\bar{B}_i(z^{-1})$ を定常ゲイン $E_i(1)\bar{B}_i(1)$ に置き換えた次式を考える。

$$F_i(z^{-1})y_i(t) + \{E_i(1)\bar{B}_i(1) + \lambda_i\}\Delta v_i(t) - R_i(z^{-1})w_i(t) = 0 \quad (23)$$

つぎに、 ν_i を次式として定義する。

$$\nu_i := E_i(1)\bar{B}_i(1) + \lambda_i \quad (24)$$

このとき、(23) 式は次式として書き換えることができる。

$$\frac{F_i(z^{-1})}{\nu_i}y_i(t) + \Delta v_i(t) - \frac{R_i(z^{-1})}{\nu_i}w_i(t) = 0 \quad (25)$$

したがって、以下の関係が満足されるとき、(25) 式と (16) 式は等価となる。

$$\left. \begin{aligned} R_i(z^{-1}) &= F_i(z^{-1}) \\ L_i(z^{-1}) &= \frac{F_i(z^{-1})}{\nu_i} \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

すなわち、一般化最小分散制御法に基づいて計算した $F_i(z^{-1})$ および ν_i に基づいて、 $L_i(z^{-1})$ と $R_i(z^{-1})$ が決定される。このとき、(15) 式の関係に基づいて、次式により PID パラメータを計算することができる。

$$\left. \begin{aligned} k_{c_i} &= -\frac{1}{\nu_i}(f_{i,1} + 2f_{i,2}) \\ T_{I_i} &= -\frac{f_{i,1} + 2f_{i,2}}{f_{i,0} + f_{i,1} + f_{i,2}}T_s \\ T_{D_i} &= -\frac{f_{i,2}}{f_{i,1} + 2f_{i,2}}T_s \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

2.4.3 λ_i の設計

(27) 式により PID パラメータを計算することができるが、この計算に際しては、設計パラメータ λ_i をあらかじめ設計しておかなければならない。とくに安定性に大きく関係しており、安定性を考慮した λ_i の設計指針について考察する。

(24) 式および (27) 式から、 λ_i は比例ゲイン k_{c_i} のみ関係し、 T_{I_i} および T_{D_i} には全く関係していないことがわかる。すなわち、本手法は $P_i(z^{-1})$ をまず設計し、そのうえで事前情報を有効に利用し、制御系の安定性を考慮して λ_i を設計することができるという特徴を有している。たとえば、事前情報を用いてボード線図などを描くことで、安定余裕を一つの目安にして λ_i を設計することができる。この場合、 λ_i の変化によりボード線図のゲイン曲線のみが平行移動し、位相曲線は変化しないため、 λ_i の調整が比較的容易に行える。とくに本論文では、(9) 式の前置補償器による静的な非干渉化を行っているため、過渡状態において干渉項の影響が生じ、場合によっては制御系が不安定になることも考えられる。したがって、 λ_i の設計に際しては、干渉項の影響も含めたモデル化誤差を十分に考慮する必要がある。具体的な設計法は 3. において述べる。

2.5 セルフチューニング制御系の設計

これまでに考察した設計法をセルフチューニング制御法に拡張する。すなわち、多重ループ型のセルフチューニング PID 制御系の設計について考察する。ここで構成する制御系のブロック線図を Fig. 1 に示す。Fig. 1 からわかるように、本制御系は Estimator 1 と Estimator 2 の二つの推定器をもっている。

まず、Estimator 1 についてであるが、これは前置補償器のパラメータをセルフチューニングするためのもので、(1) 式に含まれる未知パラメータを、以下の逐次最小 2 乗法により推定する。

$$\begin{aligned} \hat{\theta}_{1,i}(t) &= \hat{\theta}_{1,i}(t-1) \\ &+ \frac{\Gamma_{1,i}(t-1)\psi_{1,i}(t-1)}{1 + \psi_{1,i}^T(t-1)\Gamma_{1,i}(t-1)\psi_{1,i}(t-1)}\varepsilon_{1,i}(t) \end{aligned} \quad (28)$$

Fig. 1 Block diagram of the proposed multiloop self-tuning PID control system

$$\Gamma_{1,i}(t) = \frac{1}{\omega_1} \left[\Gamma_{1,i}(t-1) - \frac{\Gamma_{1,i}(t-1)\psi_{1,i}(t-1)\psi_{1,i}^T(t-1)\Gamma_{1,i}(t-1)}{\omega_1 + \psi_{1,i}^T(t-1)\Gamma_{1,i}(t-1)\psi_{1,i}(t-1)} \right] \quad (29)$$

$$\varepsilon_{1,i}(t) = \Delta y_{fi}(t) - \hat{\theta}_{1,i}^T(t-1)\psi_{1,i}(t-1) \quad (30)$$

ここで、 ω_1 は $0 < \omega_1 \leq 1$ で与えられる忘却係数で、 $\varepsilon_{1,i}(t)$ は予測誤差信号を示している。 $\hat{\theta}_{1,i}(t)$ と $\psi_{1,i}(t-1)$ は、未知パラメータベクトルとそれに対応するデータベクトルで、それぞれ次式として与えられる。

$$\begin{aligned} \hat{\theta}_{1,i}(t) = & [\hat{a}_{i,1}(t), \hat{a}_{i,2}(t), \hat{b}_{0,i,1}(t), \hat{b}_{0,i,2}(t), \\ & \dots, \hat{b}_{0,i,p}(t), \dots, \hat{b}_{m,i,1}(t), \hat{b}_{m,i,2}(t), \dots, \hat{b}_{m,i,p}(t)]^T \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} \psi_{1,i}(t-1) = & [-\Delta y_{fi}(t-1), -\Delta y_{fi}(t-2), \\ & \Delta u_f^T(t-k_{m_i}-1), \dots, \Delta u_f^T(t-k_{m_i}-m-1)]^T \end{aligned} \quad (32)$$

(9) 式における前置補償器 H は、システムの定常ゲインにより計算される。したがって、より精度の高い定常ゲインの推定結果が得られるように、次式のような高域遮断フィルタ $C_1(z^{-1})$ をシステムのそれぞれの入出力信号に付加する。

$$C_1(z^{-1}) := \frac{1-c_1}{1-c_1z^{-1}} \quad (33)$$

ただし、 c_1 はシステムに応じて設定されなければならないが、通常は 0.8~0.9 程度に設計する。このとき、(30)

式の $y_{fi}(t)$ と (32) 式の $u_{fi}(t)$ は次式により計算される。

$$\begin{aligned} y_{fi}(t) &:= C_1(z^{-1})y_i(t) \\ u_{fi}(t) &:= C_1(z^{-1})u_i(t) \end{aligned} \quad (34)$$

なお、前置補償器 H は、(31) 式の推定値 $\hat{\theta}_{1,i}(t)$ に基づいて計算される。

つぎに、Estimator 2 において、(11) 式の拡大系の未知パラメータを以下の逐次最小 2 乗法により推定する。

$$\begin{aligned} \hat{\theta}_{2,i}(t) = & \hat{\theta}_{2,i}(t-1) \\ & + \frac{\Gamma_{2,i}(t-1)\psi_{2,i}(t-1)}{1 + \psi_{2,i}^T(t-1)\Gamma_{2,i}(t-1)\psi_{2,i}(t-1)} \varepsilon_{2,i}(t) \end{aligned} \quad (35)$$

$$\begin{aligned} \Gamma_{2,i}(t) = & \frac{1}{\omega_2} \left[\Gamma_{2,i}(t-1) - \frac{\Gamma_{2,i}(t-1)\psi_{2,i}(t-1)\psi_{2,i}^T(t-1)\Gamma_{2,i}(t-1)}{\omega_2 + \psi_{2,i}^T(t-1)\Gamma_{2,i}(t-1)\psi_{2,i}(t-1)} \right] \end{aligned} \quad (36)$$

$$\varepsilon_{2,i}(t) = \Delta y_{gi}(t) - \hat{\theta}_{2,i}^T(t-1)\psi_{2,i}(t-1) \quad (37)$$

ここで、 ω_2 は $0 < \omega_2 \leq 1$ で与えられる忘却係数で、 $\varepsilon_{2,i}(t)$ は予測誤差信号である。さらに、 $\hat{\theta}_{2,i}(t)$ と $\psi_{2,i}(t-1)$ は次式により与えられる未知パラメータベクトルとデータベクトルである。

$$\hat{\theta}_{2,i}(t) = [\hat{a}_{i,1}(t), \hat{a}_{i,2}(t), \hat{b}_{i,0}(t), \hat{b}_{i,1}(t), \dots, \hat{b}_{i,m}(t)]^T \quad (38)$$

$$\begin{aligned} \psi_{2,i}(t-1) = & [-\Delta y_{gi}(t-1), -\Delta y_{gi}(t-2), \\ & \Delta v_{gi}(t-k_{m_i}-1), \dots, \Delta v_{gi}(t-k_{m_i}-m-1)]^T \end{aligned} \quad (39)$$

ここでも、(37) 式の $y_{g_i}(t)$ と (39) 式の $v_{g_i}(t)$ は、以下の高域遮断フィルタを通過した信号である。

$$C_2(z^{-1}) := \frac{1 - c_2}{1 - c_2 z^{-1}} \quad (40)$$

すなわち、

$$\left. \begin{aligned} y_{g_i}(t) &:= C_2(z^{-1})y_i(t) \\ v_{g_i}(t) &:= C_2(z^{-1})v_i(t) \end{aligned} \right\} \quad (41)$$

ここで、 $C_2(z^{-1})$ は入力信号のトレンドが抽出されるように、遮断すべき周波数領域を考慮して設計する。したがって、推定値 $\hat{\theta}_{2,i}(t)$ に基づいて、(21) 式の Diophantine 方程式を解き、(24) 式と (27) 式から PID パラメータを計算する。

多重ループ型セルフチューニング PID 制御系の設計手順は、以下のようにまとめられる。

【多重ループ型セルフチューニング PID 制御法】

- ステップ 1 望ましい $P_i(z^{-1})$ と λ_i を設計する。
- ステップ 2 フィルタ $C_1(z^{-1})$ と $C_2(z^{-1})$ を設計する。
- ステップ 3 (28) 式～(34) 式のパラメータ調整則により、未知パラメータ $\hat{\theta}_{1,i}(t)$ を推定する。
- ステップ 4 (9) 式に基づいて、前置補償器 H を設計する。
- ステップ 5 (35) 式～(41) 式のパラメータ調整則により、未知パラメータ $\hat{\theta}_{2,i}(t)$ を推定する。
- ステップ 6 (21) 式に基づいて、 $E_i(z^{-1})$ と $F_i(z^{-1})$ を計算する。
- ステップ 7 (24) 式に基づいて、 ν_i を計算する。
- ステップ 8 (27) 式に基づいて、PID パラメータを計算する。
- ステップ 9 (13) 式、ならびに $u(t) = Hv(t)$ の関係に基づいて、制御入力ベクトル $u(t)$ を計算する。
- ステップ 10 ステップ 3 へ戻る。

なお、上述の制御アルゴリズムの導出にあたって、一般化最小分散制御則 (20) 式を (23) 式に置き換えた。時定数やむだ時間の大きなシステムであるにもかかわらず、即応性のよい応答を期待する場合には、 $E_i(z^{-1})$ の効果が大きく表れ、これを定常ゲインに置き換えると、過渡状態において制御性能が劣化する場合がある。しかしながら、 λ_i を干渉項などの影響を含めたモデル化誤差を考慮して大きめに設計することで、 $E_i(z^{-1})$ の過渡特性に対する影響は小さくなり、定常ゲインへの置き換えによる制御性能の劣化は、それほど大きくはならない。

3. 実験結果

ここでは、本論文において考察した多重ループ型セルフチューニング PID 制御法を温度・液面制御 (2 入力 2

出力多変数) 系に適用し、比較実験を通して本手法の有効性を検証する。

温度・液面制御の実験システムの概要図を、Fig. 2 に示す。Fig. 2 において、タンク (water tank) の高さは 50[cm]、内径は 14.5[cm] である。このタンクに温水と冷水が流入される。本実験システムの制御目的は、この温水と冷水の流入量、すなわちそれぞれの操作弁の開閉度 u_1 および u_2 を操作することにより、タンク内の水の温度 y_1 と液面 (液位) y_2 を制御することである。また、水の流出用操作弁の開閉度 v を操作することにより、システムの特性を変化させることができる。

Fig. 2 Schematic diagram of the temperature plus level control system

ここでは、制御対象を「一次遅れ+むだ時間」系として記述し、これに対して 2 重ループの PI 制御系を構成する。すなわち、(4) 式において $a_{i,2}=0$ である。サンプリング間隔は $T_s = 5.0[s]$ とする。このような状況のもと、前置補償器ならびにセルフチューニングの有効性を検証するために、以下のような組合せの実験を行う。

- 前置補償器 (固定) + PI 制御器 (固定)
- 前置補償器なし + PI 制御器 (固定)
- 前置補償器なし + PI 制御器 (ST)
- 前置補償器 (ST) + PI 制御器 (ST)

ここで、固定および ST とは、それぞれオフライン推定およびオンライン推定によるパラメータを用いることを意味している。

まず、前置補償器ならびに PI 制御器が共に固定パラメータとして与えられる場合の制御結果について考察する。システムパラメータを前もってオフラインで推定し、これに基づいて次式として前置補償器を設計した。

$$H = \begin{bmatrix} 2.120 & 0.167 \\ -1.552 & 0.181 \end{bmatrix} \quad (42)$$

さらに、この前置補償器を挿入した拡大系のパラメータを、同じくオフラインで推定したところ、近似的に次式のような非干渉系を得た。

$$\left. \begin{aligned} y_1(t) &= 0.904y_1(t-1) + 0.062v_1(t-1) \\ &\quad + 0.040v_1(t-2) \\ y_2(t) &= 0.945y_2(t-1) + 0.031v_2(t-1) \\ &\quad + 0.025v_2(t-2) \end{aligned} \right\} \quad (43)$$

つぎに、(43)式に対して、それぞれPI制御系を構成するが、PIパラメータは本論文で考察したPIパラメータ調整法に基づいて、オフラインで計算する。まず、 $P_i(z^{-1})$ の設計であるが、次式に基づいて設計する。

$$P_i(z^{-1}) = 1 - e^{-\rho_i} z^{-1} \quad (44)$$

$$\rho_i := T_s / \sigma_i \quad (45)$$

ただし、 σ_i は立ち上がり時間に関連するパラメータで、実用的には、時定数の1/3~1/2程度に設定すればよいとされている。そこで、(43)式から時定数を計算したところ、 $\tau_1 = 49.8[s]$ 、 $\tau_2 = 88.4[s]$ であるため、ここでは、 $\sigma_1 = 30[s]$ および $\sigma_2 = 45[s]$ と設定した。このとき、 $P_1(z^{-1})$ と $P_2(z^{-1})$ は次式となる。

$$\left. \begin{aligned} P_1(z^{-1}) &= 1 - 0.847z^{-1} \\ P_2(z^{-1}) &= 1 - 0.895z^{-1} \end{aligned} \right\} \quad (46)$$

つぎに、これらの事前情報に基づき、制御系の安定性を考慮してボード線図により λ_i を設定する。(43)式を真のシステムと見なして、PI制御系のボード線図を描いたところ、Fig. 3およびFig. 4を得た。ただし、Fig. 3においては、 λ_1 を0.0から0.1ごとに0.5まで変化させ、Fig. 4においては、 λ_2 を0.0から0.1ごとに0.3まで変化させた。先にも述べたように、干渉項の影響も含めたモデル化誤差を十分に考慮して、ここでは20[dB]程度のゲイン余裕を考えて λ を設計する。したがって、Fig. 3とFig. 4から、 $\lambda_1 = 0.3$ および $\lambda_2 = 0.1$ として設定する。以上により計算されたPIパラメータは、以下のとおりである。

$$\left. \begin{aligned} k_{c1} &= 2.249, \quad k_{c2} = 6.058 \\ T_{I1} &= 29.443, \quad T_{I2} = 44.931 \end{aligned} \right\} \quad (47)$$

Fig. 5には、(42)式の前置補償器と、(47)式のPIパラメータをもつPI制御法による制御結果を示す。ただし、水の流出用操作弁の開閉度 v を、500[step]、600[step]および700[step]において変化させた。

つぎに、前置補償器なしの固定PI制御法による制御結果を、Fig. 6に示す。ただし、制御対象の対角要素の入

Fig. 3 Bode diagram of the temperature control system

Fig. 4 Bode diagram of the level control system

Fig. 5 Control result by using the fixed PI controller with a fixed pre-compensator

出力関係のみに着目し、これをオフラインでパラメータ同定し、この結果に基づいてPIパラメータを以下のように

Fig. 6 Control result by using the fixed PI controller without a pre-compensator

に設定した。

$$\left. \begin{aligned} k_{c1} &= 2.307, & k_{c2} &= 5.677 \\ T_{I1} &= 29.923, & T_{I2} &= 39.611 \end{aligned} \right\} \quad (48)$$

Fig. 5 と Fig. 6 から, Fig. 5 の場合, 入出力間の相互干渉が十分に除去され, 前置補償器の有効性が検証される。ただし, 液面制御結果が若干振動的になっている。これは, 真のシステムと (43) 式の推定モデルとの間の mismatches の影響によるものと思われる。さらに, v の変更に伴う制御結果においては, オーバシュート等が生じ, 共に劣化していることがわかる。

つぎに, 前置補償器なしのセルフチューニング PI 制御法による制御結果を Fig. 7 に示す。ただし, ここでも $P_i(z^{-1})$ は (46) 式により与えられ, $\lambda=0.3$ および $\lambda=0.1$ と設定した。さらに, パラメータ調整則における忘却係数は, $\omega_2=1.0$ とし, パラメータ同定用のフィルタのパラメータは, $c_2=0.4$ とした。Fig. 6 と Fig. 7 を比較すると, v の変更に伴うシステム変動に対して, セルフチューニング PI 制御法の有効性が確認できる。しかしながら, 非干渉化を考慮しなかったことから, 相互干渉による影響が制御結果に出現している。

そこで, 本論文で提案した手法, すなわち前置補償器と PI 制御器が共にセルフチューニングされる制御法を適用する。そのときの制御結果を, Fig. 8 に示す。ここで, $P_i(z^{-1})$ と λ_i は, Fig. 7 で用いたものと同様とし, ω_1 と ω_2 は共に 1.0 と設定した。さらに, フィルタのパラメータは, $c_1=0.85$ と $c_2=0.4$ として設定した。Fig. 9 と Fig. 10 には, 450[step] から 750[step] の間における前置補償器と PI パラメータの逐次計算結果を示す。これらの結果から, 本論文において提案した手法によると, 相互干渉の軽減, ならびに v の変更に伴うシステム変動に対して, 適応的にパラメータが調整され, 良好な制御

Fig. 7 Control result by using the self-tuning PI controller without a pre-compensator

Fig. 8 Control result by using the proposed control scheme

結果が得られていることがわかる。以上により, 本手法の有効性が検証される。

4. 結言

本論文では, 多重ループ型セルフチューニング PID 制御系の一設計法を提案した。本手法の特徴をまとめると以下のとおりである。

- 相互干渉を軽減するために, 静的なゲインによる前置補償器を挿入した。ただし, この前置補償器は制御対象の定常ゲイン行列の逆行列により与えられる。
- 前置補償器と PID パラメータのセルフチューニングのために, 個々にパラメータ同定器をもっている。
- パラメータ推定の精度を向上させるために, パラメータ推定用のフィルタを挿入した。とくに, 前置補償器用のパラメータ推定には, 高域遮断フィルタを用いている。

Fig. 9 Estimated parameter trajectories of the pre-compensator for Fig. 8

Fig. 10 PI parameter trajectories for Fig. 8

- PIDパラメータは、一般化最小分散制御則とPID制御則との関連に基づいて計算される。
- 制御対象の事前情報を有効利用するという観点に立つて、設計多項式 $P_i(z^{-1})$ と設計パラメータ λ_i は、制御対象の事前情報に基づいて設計される。

さらに、本手法の有効性を、温度・液面制御系への適用を通して検証した。

最後に、アルバート大学化学・材料工学科 Post Doctoral Fellow の Danyang Liu 氏には、実験に際して多大なるご協力を頂いた。ここに記して感謝の意を表す。

参考文献

- 1) 須田：PID制御，朝倉書店（1992）
- 2) J. G. Ziegler and N. B. Nichols: Optimum settings for automatic controllers; *Trans. ASME*, Vol. 64, No. 8, pp. 759–768 (1942)
- 3) P. T. Nims: Some design criteria for automatic controls; *Trans. AIEE*, Vol. 70, pp. 606–611 (1950)
- 4) K. L. Chien, J. A. Hrones and J. B. Reswick: On the automatic control of generalized passive systems;

Trans. ASME, Vol. 74, pp. 175–185 (1952)

- 5) 北森：制御対象の部分的知識に基づく制御系の設計法；計測自動制御学会論文集，Vol. 15, No. 4, pp. 549–555 (1979)
- 6) 計測自動制御学会：制御技術動向調査報告書（1996）
- 7) 須田：PID制御の高度化；システム／制御／情報，Vol. 38, No. 10, pp. 539–544 (1994)
- 8) 計測自動制御学会：第16回制御技術部会研究会資料（1996）
- 9) 兼田ほか：アドバンスト制御理論によるPID制御のインテリジェント化（オーガナイズドセッション）；第35回計測自動制御学会学術講演会予稿集，pp. 1–12 (1996)
- 10) P. E. Wellstead and M. B. Zarrop: *Self-Tuning Systems, Control and Signal Processing*, John Wiley & Sons Ltd. (1991)
- 11) 大松，山本 編著：セルフチューニングコントロール，計測自動制御学会学術図書，コロナ社（1996）
- 12) 山本，兼田：一般化最小分散制御則に基づくセルフチューニングPID制御器の一設計；システム制御情報学会論文誌，Vol. 11, No. 1, pp. 1–9 (1998)
- 13) K. Fujii, T. Yamamoto and M. Kaneda: Self-tuning PID control of a polybutene process; *Preprints of IFAC Int. Symp. on Advanced Control of Chemical Processes*, Banff, pp. 107–112 (1997)
- 14) R. Yusof, S. Omatu and M. Khalid: Self-tuning PID control: A multivariable derivation and application; *Automatica*, Vol. 30, No. 12, pp. 1975–1981 (1994)
- 15) S. Menani and H. N. Koivo: Relay tuning of multivariable PI controllers; *Proc. of 13th World Congress of IFAC*, Vol. K, pp. 127–132 (1996)
- 16) J. T. Tantt: A self-tuning multivariable controller, Ph. D. Thesis, Tampere Univ. of Tech. (1983)
- 17) S. L. Shah: Design studies of multivariable control systems, M. Sc. Thesis, UMIST, U. K. (1972)
- 18) D. W. Clarke and P. J. Gawthrop: Self-tuning control; *Proc. IEE*, Vol. 126D, No. 6, pp. 633–640 (1979)