入出力空間を限定した反復学習制御*

浜本 研一**・杉江 俊治***

An Iterative Learning Control Algorithm within Prescribed Input-Output Subspace*

Kenichi HAMAMOTO** and Toshiharu SUGIE***

In this paper, we consider an iterative learning control method (for short, ILC method). With the iteration of experiments, the ILC method yields the desired input for tracking the target trajectory. Most of former ILC methods use the time derivative of the error signal or the passivity of systems. Contrary to these former methods, this paper proposes an alternative ILC algorithm which does not use such things. This algorithm has the following property; the input space is restricted in the prescribed subspace, and the iterative learning law uses the modified error signal, which is projected on this input subspace. The effectiveness of the proposal method is demonstrated by a numerical example and an experiment.

1. はじめに

与えられた目標軌道に対して対象システムの出力を誤差なく追従させることは制御系設計上重要な仕様であるが、この仕様を満たすのに用いる制御手法の一つとして、反復学習制御や繰返し制御等がある^{1),4)}。これらは試行の反復によって所期の出力を与える入力を求める制御手法である。特に参考文献2)をはじめとして広く研究されている反復学習制御の場合、対象システムの事前情報はほとんど必要としない。そして対象システムが適当な性質を有していれば、簡便な手順あるいは構造を用い反復を行うことによって望みの結果が得られることはよく知られている⁷⁾。その意味でこの制御手法は学習制御と呼ばれる。

試行反復によって追従誤差を0にするためには対象システムは次のような性質が少なくとも必要となることがこれまでの研究で示されている^{4),5),7)-9)}。すなわち、(i)

直達項を持つこと、あるいは(ii)受動性を有することのいずれかである。しかし、(i)の性質は現実的な面からほとんどのシステムには当てはまらない。(ii)の性質もある程度のクラスでしか成り立たない。そこで、従来の研究ではこの条件を満たさない系に対して次のような補償をすることで追従できることを示している。参考文献2),3),7)では誤差の微分を用いる方法が、参考文献8),10)では対象システムの双対システムを用いる手法が提案されており、また参考文献4),6)等では全周波数帯域で誤差0となる意味での追従性は現実的でないとして、ローパスフィルタを用いる手法が提案されている。しかし、誤差の微分を用いる方法は高階の微分を用いなければならない状況において適当でない。また双対システムやローパスフィルタを用いる手法では、これらの設計自身に対象システムの事前情報が必要になり、反復学習制御の利点(利用情報の少なさ)を損なわれる。

以上のことより、a)上に挙げた性質(i),(ii)を持たないシステムを対象として、b)誤差の微分を用いず、かつ対象システムの事前情報をほとんど必要としない、c)反復によって追従誤差0とする反復学習制御を得ることが望まれる。本論文ではこの目的が、目標軌道に基づく基底関数を用いた入力空間の次元化によって達成できること、およびそのような基底関数の構成法と学習則の系統的求め方を示す。また提案手法の有効性を数値例と

* 原稿受付 1998年6月8日

** 京都大学 大学院 工学研究科 Graduate School of Engineering, Kyoto University; Gokanoshio, Uji city, Kyoto 611-0011, JAPAN

*** 京都大学 大学院 情報学研究科 Graduate School of Informatics, Kyoto University; Gokanoshio, Uji city, Kyoto 611-0011, JAPAN

Key Words: iterative learning control, I/O data based design, trajectory tracking.

実験によって検証する。なお、繰返し制御、学習制御に基底関数を用いたものには従来にもいくつかある^{11),12)}。特に参考文献11)は、結果として本論文と似た学習則を導いている。しかし、そこでは離散時変系の同定問題の困難回避のために基底関数が導入され、また学習則は同定誤差を補償する目的で用いられるなど本論文とは観点がかなり異なる。

2. 問題設定

まず、本研究で考察する反復学習制御問題について記述する。各試行実験は有限時間区間 $[0, T]$ で行われるとする。対象とするシステムは線形時不変系を考え、次の線形作用素 P を用いて表す。またシステムの次数は n とする。本論文では簡単のため、制御対象が1入出力系の場合についてのみ論ずる。

$$P: u(t) \in L_2[0, T] \mapsto y(t) \in L_2[0, T] \quad (1)$$

入出力の内積、ノルムは、 $u, v \in L_2[0, T]$ に対して

$$\langle u, v \rangle := \frac{1}{T} \int_0^T u(t)v(t)dt \quad (2)$$

$$\|u\| := \langle u, u \rangle^{1/2} \quad (3)$$

で定義する。このシステムの初期状態は一般性を失わずに原点であるとする。

反復学習する目標軌道を、 $r(t) \in L_2[0, T]$ で表す。ただし、本報告で対象とするシステム P の特性から、 $r(0) := 0$ や $r(t)$ が適当な回数の時間微分が可能な関数によって与えられていることを仮定する。また目標軌道 $r(t)$ と出力 $y(t)$ との誤差を次式で示す。

$$e(t) := r(t) - y(t) \quad (4)$$

本研究では、試行の反復回数を上付文字で、集合や行列の要素を下付文字で表す。つまり第 k 試行目の入力 u は u^k 、集合 X やベクトル x の第 i 番目の要素は x_i と表す。反復に対する初期入力 u^0 としておく。

このような設定のもとで、反復学習制御に対する問題は次のようになる。

反復学習制御問題

次の性質を満足する反復学習制御則を求めよ。

- (a) 反復を行うことにより学習結果が収束する。ここで収束するとは、次式を意味する。

$$\|y^k(t)\| < \infty \quad (k \rightarrow \infty) \quad (5)$$

- (b) 誤差のノルム $J(k) := \|e^k(t)\|$ が 0 に収束する。

$$J(k) \rightarrow 0 \quad (k \rightarrow \infty) \quad (6)$$

ここで反復学習制御則とは第 k 試行目の入力 u^k の決定に関するもので、一般的には次式で表される。ここで C は適当な数式あるいはアルゴリズムである。

$$u^k = C(r, u^i, y^j), \quad i, j = 0, \dots, k-1 \quad (7)$$

(a) は反復学習の安定性を意味し(以後、「反復安定性」と呼ぶ)、(b) は出力軌道 $y(t)$ が目標軌道 $r(t)$ に収束することを意味する。本研究では、ある反復学習制御則によって (b) が成り立つとき、学習が達成されたということにする。

3. 反復学習制御則

ここでは、2. で与えた反復学習制御問題を満たす制御則について考察する。従来のほとんどの研究では、反復学習制御則は次のように与えられている[†]。

$$u^k = u^{k-1} + K e^{k-1} \quad (8)$$

ここで K は $e(t) \in L_2[0, T] \mapsto u(t) \in L_2[0, T]$ の線形写像である。この制御則による反復学習制御系は Fig. 1 で表される。ただし図中の ρ^{-1} は $\rho^{-1}[y^k] = y^{k-1}$ を満たすオペレータである。これまでの研究でこの制御則によって学習が達成されるのは対象システムが次の条件のどちらかを満たす場合であることはよく知られている。

- (a) P が直達項を持つ^{7),5)}。(bi-properness)
(b) P が受動的^{10),9)}。(passivity)

このような性質は一般的に満たされないで、上記の性質を持たないシステムを対象としたとき、どのように学習制御則を与えれば学習が達成されるかを考えなければならない。

従来の研究では、(a) や (b) の性質を持たないシステムに対して、たとえば、誤差の微分を用いる手法^{2),7)}、 P の受動的でない部分の共役作用素 P_{np}^* を用いる方法^{8),10)} や (8) 式にローパスフィルタ F_l を加えて

$$u^k = F_l(u^{k-1} + K e^{k-1}) \quad (9)$$

とする手法^{4),6)}などが与えられている。これらの補償の意味するところは、誤差から有効なデータのみを抽出す

Fig. 1 Iterative learning control

[†]このような形式以外に current error を用いたものもあるが反復学習には本質的でないので除外した。

ることである。

そこで、本研究ではこれらの補償の代りに、入出力空間を限定し、その中で反復学習を行うことを考える。つまり入力空間を限定したことで誤差から有効なデータを得ようと試みる。本論文では、対象システムが学習に必要な特性 (a), (b) をもたない場合であっても、入力空間を限定することで、(8) 式形で与えられる簡便な学習則によって学習が達成されることを示す。

4. 提案手法

ここでは提案手法について述べる。はじめに入力空間を限定した反復学習法について考察し、続いて入力空間の選び方について考察する。

4.1 入力空間を限定した反復学習法

ここでは、入力空間 $\mathcal{U}$ を限定したときの反復安定条件がどのようにして与えられるかを考察する。反復安定条件をみたし、かつ $\mathcal{U}$ 内に最適入力 $u^*(r = Pu^*)$ の含まれるときには、誤差 e^k が $k \rightarrow \infty$ とともに 0 に収束し学習が達成されることを示す。

$\mathcal{U}$ を次の n_f 個の直交基底をなす要素

$$f_1, f_2, \dots, f_{n_f}, \langle f_i, f_j \rangle = \delta_{ij} \quad (10)$$

で張られる空間と仮定する。ここで、 δ_{ij} はクロネッカーデルタである。このとき、任意の $u \in \mathcal{U}$ は適当な係数 $a_i, i = 1, \dots, n_f$ を用いて

$$u = \sum_{i=1}^{n_f} a_i f_i \quad (11)$$

で表される。そこで第 k 試行目の u^k に対する係数を a_i^k と表し、これをベクトル化したものを $a^k \in \mathbf{R}^{n_f}$ とする。一方対象システムに入力 u を加えたときの出力 y も $\mathcal{U}$ に含まれる部分と $\mathcal{U}$ に直交する部分空間 $\mathcal{V}$ に分けて表すことにする。いま入力空間 $\mathcal{U}$ が限定されているので、出力空間 $\mathcal{V}$ も制約を受けて有限個の要素を用いて表すことができる。よって $\mathcal{V}$ も有限個の要素を用いて表される部分空間となり、その直交基底を $\{g_1, g_2, \dots, g_{n_g}\}$, $\langle g_i, g_j \rangle = \delta_{ij}$ とする。このとき第 k 試行目の出力 y^k は

$$y^k = \sum_{i=1}^{n_f} b_i^k f_i + \sum_{i=1}^{n_g} c_i^k g_i \quad (12)$$

で表される。ここで、 b_i^k, c_i^k は a_i^k と同様の意味をもつ係数でありこれらをベクトル化して $b^k \in \mathbf{R}^{n_f}, c^k \in \mathbf{R}^{n_g}$ を与える。

入力を限定したことで、反復は新たに導入した係数 a, b と c に関して考えればよいことがわかる。いま、これらの係数ベクトルの間には制御対象 P から一意に定ま

るある行列 $L_p \in \mathbf{R}^{(n_f+n_g) \times n_f}$ が存在して次式が成立する。

$$\begin{bmatrix} b^k \\ c^k \end{bmatrix} = L_p a^k \quad (13)$$

目標軌道を生成する最適入力 u^* を f_i の線形和で表したときの係数を a^* 、目標軌道に関する係数を

$$\begin{bmatrix} b^* \\ c^* \end{bmatrix} (= L_p a^*) \quad (14)$$

とする。入出力の最適係数と第 k 試行目の係数との誤差を

$$\varepsilon_u^k := a^* - a^k, \quad \varepsilon^k := \begin{bmatrix} b^* \\ c^* \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} b^k \\ c^k \end{bmatrix} \quad (15)$$

とする。このとき、適当なフィルタ $F \in \mathbf{R}^{n_f \times (n_f+n_g)}$ と行列 $H \in \mathbf{R}^{n_f \times n_f}$ を用いて次のように係数間の更新則を与える。

$$a^{k+1} = a^k + H F \varepsilon^k \quad (16)$$

このときの反復安定条件を示そう。 ε^k と ε_u^k との間には、 $\varepsilon^k = L_p \varepsilon_u^k$ が成り立つことに注意すると、

$$\varepsilon_u^{k+1} = (I - H F L_p) \varepsilon_u^k \quad (17)$$

の関係が成り立つ。ただし I は単位行列である。(17) 式は反復方向に関する誤差の差分方程式になっている。つまり、離散システムの安定条件から、任意の初期誤差 ε_u^0 に対して、反復学習が成立するための必要十分条件

$$\forall \lambda(I - H F L_p), |\lambda(I - H F L_p)| < 1 \quad (18)$$

となることである。ここで $\lambda(M)$ は、行列 M の固有値を表す。(18) 式が満たされ、かつ $\mathcal{U}$ 内に u^* が含まれるとき学習が達成される。

次に反復安定条件 (18) 式を満たすための設計パラメータ F と H について考察する。

本研究ではフィルタ F として入力空間 $\mathcal{U}$ への射影を用いる。このとき、 F は次式で示される構造を持つ。

$$F = \begin{bmatrix} I_{n_f} & 0_{n_f \times n_g} \end{bmatrix} \quad (19)$$

ただし I_{n_f} は n_f 次の単位行列である。

[注意 1] 反復安定条件が満たされかつ $\mathcal{U}$ 内に u^* が含まれない場合、反復学習によって入力はある適当な入力 $\tilde{u}^*$ に収束する。しかし $\tilde{u}^*$ は $\arg \min_{u \in \mathcal{U}} \|e\|$ ではない。最小化されるのは誤差 e を $\mathcal{U}$ に射影した部分のノルムである。これは F を (19) 式で定義していることによる。

H の設計法を考察するために次の行列を定義しておく。

$$L_f := FL_p \in \mathbf{R}^{n_f \times n_f} \quad (20)$$

L_f は以下の要領で n_f 回の実験データより求められる。入力 i の基底 f_i に対する出力を ϕ_i とする。このとき次式によってパラメータ $\xi \in \mathbf{R}^{n_f \times 1}$ を求める。

$$\xi := \operatorname{argmin} \left\| \phi_i - \sum_{j=1}^{n_f} \xi_j f_j \right\| \quad (21)$$

得られた ξ が L_f の第 i 列目になっている。各基底を用いて実験を行うことで L_f を得られる。

このとき、 L_f が正確に求められてかつ雑音がない場合には、(18) 式を満たす H として、 $H = L_f^{-1}$ を用いれば十分である。しかし、このような前提条件は現実には満たされない。そこで L_f は次式で与えられていると仮定する。

$$L_f = \tilde{L}_f + \Delta \quad (22)$$

ただし、 $\tilde{L}_f \in \mathbf{R}^{n_f \times n_f}$ は前述の方法によって求められる行列であり、 $\Delta \in \mathbf{R}^{n_f \times n_f}$ は真の L_f と実験から求められた $\tilde{L}_f$ との誤差を表す不確かな行列である。

L_f に関する仮定によって、(18) 式を満たす H の設計問題は不確かさ Δ をもつ次式で表される離散システム Σ

$$\Sigma : \begin{cases} \varepsilon_u^{k+1} = \varepsilon_u^k + \nu \\ z = \varepsilon_u^k \\ \mu = \tilde{L}_f \varepsilon_u^k + w \end{cases} \quad (23)$$

$$w = \Delta z \quad (24)$$

をロバスト安定化する次の静的補償器 H

$$\nu = -H\mu \quad (25)$$

の設計問題に帰着される。

設計の際、不確かさ Δ は次の集合に含まれるものとする。

$$\Delta_\infty(\gamma) := \{\Delta : \sigma_{\max}(\Delta) \leq \gamma^{-1}, \gamma > 0\} \quad (26)$$

ここで、 $\sigma_{\max}(\cdot)$ は最大特異値を表す。このような不確かさのクラスを適用することで、求める設計問題の解を離散 H_∞ 制御系設計手法を用いて計算することができる。

設計時には、許容できる不確かさの大きさを表すパラメータ γ^{-1} と $\tilde{L}_f$ に対する反復結果の収束の速さを表すパラメータ

$$\rho := \max |\lambda(I - H\tilde{L}_f)| \quad (27)$$

はトレードオフの関係にある点に注意する必要がある。

[注意 2] 4.1 で示した提案法は多入出力系、線形時変系にも拡張可能である。

[注意 3] 学習ゲイン H の設計法は上記方法に限らず、反復ごとに変化させた場合なども今後学習の高速化の観点から考察する必要がある。

4.2 入力空間 $\mathcal{U}$ の検討

4.1 では入力空間 $\mathcal{U}$ を適当な部分空間に限定しそれに対する反復学習則とその反復安定性について考察した。ここでは、入力空間 $\mathcal{U}$ に所望の最適入力 $u^*(t)$ が含まれるにはどのように $\mathcal{U}$ を構成すればよいかを検討する。

いま、システムの次数 n は既知であるとする。ここで、 P について次のような場合分けを行う。

(a) P が零点を持たない

(b) P が零点を持つ

各場合に対して、目標軌道 r を与える入力 u^* はどのような信号によって構成されるかを考察する。

(a) 零点を持たない

対象システムは次のような微分方程式によって表すことができる。

$$\sum_{i=0}^n \zeta_i \frac{d^i y(t)}{dt^i} = u(t) \quad (28)$$

ただし、 $\zeta_n \neq 0$ とする。このとき u^* は

$$\left\{ r, \frac{dr}{dt}, \dots, \frac{d^n r}{dt^n} \right\} \quad (29)$$

の線形和で表されるから、 $\mathcal{U}$ としてこれらの軌道を含む部分空間を用いればよい。

多くの機械システムでは適当に入出力を選んだときに対象システムはこのような形式で記述できる。例えば本論文の実験例で用いている 2 慣性共振系もその一つである。

(b) 零点を持つ

いま、利用できる時系列データは目標軌道のみであると仮定する。この場合は正確に入力空間を与えることはできない。そこで入力空間が最適入力 u^* を含んでいなくても、 u^* にできるだけ近いものを選ぶことを考え、次のように適当に正整数 h を定めて入力空間 $\mathcal{U}$ を次の要素を含む部分空間として与える。

$$\left\{ r, \frac{dr}{dt}, \dots, \frac{d^n r}{dt^n} \right\} \oplus \{f_1(r), \dots, f_h(r)\} \quad (30)$$

ここで、 $f_j(r)$ は r から生成される関数を表す。つまり、与えられた部分空間の中から u^* を探索、近似していくことになる。

このとき $f_j(r)$ はどのような関数を近似することになるのかを次の具体的なシステムを用いて示す。

[例] 次の伝達関数で表されるシステムを考える。

$$P := \frac{s+1}{s^3+10s^2+30s+8} \quad (31)$$

最適入力 u^* は r を P の逆システムに加えたときの出力であるから、

$$u^* = \frac{s^3+10s^2+30s+8}{s+1} \cdot r \quad (32)$$

$$= \ddot{r} + 9\dot{r} + 21r + (-13) \cdot \frac{1}{s+1} \cdot r \quad (33)$$

となる。いま対象システム P は未知なので (33) 式の各係数 (9, 21, -13) および極 (-1) は未知である。

$f_j(r)$ が近似するのは、 $1/(s+1) \cdot r$ の部分である。すなわち $f_j(\cdot)$ としては、 $1/(s+1)$ を近似するような関数モデルを選ばばよい。一般的に、 u^* を近似するための $f_j(\cdot)$ の選択方法は、システムの零点を極とするプロパーな逆システムの一部を近似する関数モデルの選択方法に帰着される。本論文ではこの部分を Laguerre 関数などの直交基底関数モデルを用いて近似することを考える。Laguerre 関数は次のように与えられる。

$$L_k(s) = \frac{\sqrt{2\alpha}}{s+\alpha} \left[\frac{s-\alpha}{s+\alpha} \right]^{k-1}, \quad \alpha > 0, k=1, 2, \dots \quad (34)$$

ここでパラメータ α は適当に与えられる正数である。Laguerre 関数 $L_k(s)$ を用いた時、入力空間は次の部分空間となる。

$$\left\{ r, \frac{dr}{dt}, \dots, \frac{d^n r}{dt^n} \right\} \oplus \{ L_1(s)r, \dots, L_h(s)r \} \quad (35)$$

Laguerre 関数のパラメータ α が、元のシステム P の零点に近ければ小さい h で良好な近似が可能である。

5. 数値計算および実験

ここでは、シミュレーションおよび実験を用いて提案法の有効性を検証する。

5.1 シミュレーション

4.2 の例で用いたシステムを対象にする。

$$P := \frac{s+1}{s^3+10s^2+30s+8} \quad (36)$$

時間区間 $[0, T]$ は $T=3[s]$ とし、またサンプリング時間は $5[ms]$ とした。このときシステムの次数や相対次数が正確にはわかっておらず、適当に次数、相対次数をそれぞれ 4, 1 次程度と定め、目標軌道 r を

$$Pr := \frac{10^4}{(s+10)^4} \quad (37)$$

の step 応答により与えることにした。また入力空間 $\mathcal{U}$ として目標軌道 r およびその時間微分関数

$$\{ r, \dot{r}, \ddot{r}, r^{(3)}, r^{(4)} \} \quad (38)$$

と (34) 式の Laguerre 関数において $\alpha=3$ として、 $k=1, \dots, 5$ までを用い、それぞれに目標軌道を作用させて得られる関数

$$\{ r_{L1}, r_{L2}, r_{L3}, r_{L4}, r_{L5} \} \quad (39)$$

から導かれる正規直交基底の線形和で表される空間として与えた。

また $\tilde{L}_f$ を求める際に不確かさがあると考えて、次のようなランダム雑音 $w(t)$ が加わる場合を考える。

$$\forall t \in [0, T], |w(t)| < 5.00 \times 10^{-4} \quad (40)$$

(16) 式により反復学習制御を行うために、 H を次の方針で設計する。

- (27) 式において $\rho < 0.8$ かつ γ を最小化する H を LMI (Linear Matrix Inequality, 線形行列不等式) によって設計する。

計算結果、

$$\rho = 6.40 \times 10^{-1}, \quad \gamma = 4.88 \times 10^2 \quad (41)$$

とする H が得られた。初期入力 $u^0(t) := 0$ として 25 回反復した。その結果を Fig. 2 に示す。図内の数字は試行回数を表す。反復ごとに収束している様子がわかる。参考までに 25 回反復時の誤差 e^{25} のノルムは、

$$\|e^{25}\| = 1.83 \times 10^{-4} \quad (42)$$

となり、 $|e^{25}|$ の最大値は、 8.77×10^{-4} であった。目標軌道と第 25 試行目の結果はほぼ一致している。

Fig. 2 Learning process

5.2 実験

Fig. 3 で表される 2 慣性共振系を用いた実験を行った。ただしサーボ系であるので、積分器を持っていることがわかっている。そのためこのままでは、不安定（安定限界）なので Fig. 4 に示される 2 自由度系を用いて安定化した。このような 2 自由度系を用いる場合は、これまで

Fig. 3 2-mass spring system

Fig. 4 Two-degree-of-freedom system

のSISOの議論をそのまま適用できる。

Fig. 4にあるように、仮想入力 z を付加することで2入力2出力システムとし、目標軌道 $[r \ r]^T$ に追従する問題を考える。このとき入力空間の与え方は次のようになる。入力 u の空間 $\mathcal{U}_1$ については、2自由度系の特性から、システム P のみに対して4.2で示した方法を適用すればよい。また入力 r に対しては入力空間 $\mathcal{U}_2 := \{r\}$ となる。 L_f は片方の入力に基底関数を加え、もう一方を0にしたときの出力から求められ、次のような構造をもつ。

$$L_f := \begin{bmatrix} L_{f,1} & L_{f,2} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (43)$$

ただし、 $L_{f,1} \in \mathbb{R}^{n_f \times n_f}$ 、 $L_{f,2} \in \mathbb{R}^{n_f \times 1}$ は適当な行列である。ここで n_f は $\mathcal{U}$ の次元を表す。しかし r に関する初期誤差は0とできるので実際計算に必要となるのは、 $L_{f,1}$ の部分であり、入力 u のみが更新にかかわる。つまり、 $L_f := L_{f,1}$ 、 $\mathcal{U} := \mathcal{U}_1$ として再定義すれば、4.の議論が適用できる。

実験時間 $T = 3[s]$ 、サンプリングタイムは $1[ms]$ とした。このときの K としては適当な方法により次式で示される補償器が与えられていると仮定する。

$$K = 5 \quad (44)$$

対象システムの数式モデル¹³⁾での次数および相対次数が4次であることから目標軌道 r を

$$P_r := \frac{10^4}{(s+10)^4} \quad (45)$$

のstep応答とし、4.2の零点のない場合を考えて、入力関数の空間として $r, \dot{r}, \ddot{r}, r^{(3)}, r^{(4)}$ を含むものを考える。

また実システムとの誤差を吸収するため対象システム

には4次以上の動的要素が存在すると考えて、入力空間の要素として極を $\alpha=1$ として(34)式で与えられるLaguerre関数を $k=1, 2$ までを用いた。すなわち入力空間 $\mathcal{U}$ は次の要素を含む空間として与えた。

$$\{r, \dot{r}, \ddot{r}, r^{(3)}, r^{(4)}, L_1(s)r, L_2(s)r\} \quad (46)$$

前述した方法から $\tilde{L}_f$ を求め、 $\rho < 0.2$ かつ γ を最小化する H をLMIによって設計した。

初期入力 $u^0(t)=0$ として、実験を行った結果をFig. 5, Fig. 6に示す。Fig. 5は、破線で初期入力 u^0 に対する応答 y^0 、実線で10回の反復により得られた応答 y^{10} を示している。Fig. 6では同様の線種でそれぞれの誤差 e^0 、 e^{10} を示している。反復によって誤差が小さくなっていることがこれらの図から読み取れる。

6. おわりに

本研究では、反復学習制御に本質的に必要な特性 (bi-properness や passivity) を持たないシステムを対象として、誤差の微分を用いず、かつ対象システムの事前情報をほとんど必要としないで、反復によって追従誤差0を実現する反復学習制御を考察した。本論文では、この

Fig. 5 Responses

Fig. 6 Errors

目的を達成するために、反復を行うべき入出力空間を限定した新たな学習制御手法を提案し、この手法を用いたときの線形時不変システムに対する反復学習の安定性および収束性について考察した。また提案手法の有効性を数値例と実験によって検証した。

参考文献

- 1) K. L. Moore, M. Dahleh and S. P. Bhattacharyya: Iterative learning control: A survey and new results; *Journal of Robotic System*, Vol. 9, No. 5, pp. 563-594 (1992)
- 2) S. Arimoto, S. Kawamura and F. Miyazaki: Bettering operation of robotics; *Journal of Robotic System*, Vol. 1, No. 2, pp. 123-140 (1984)
- 3) 川村, 宮崎, 有本: 動的システムの学習的制御法 (Betterment Process) の提案; 計測自動制御学会論文集, Vol. 22, No. 1, pp. 56-62 (1986)
- 4) Y. Yamamoto: Learning control and related problem in infinite-dimensional systems; *Essays on Control: Perspective in the Theory and its Applications*, Chapter 7, pp. 191-222, Birkhäuser, Boston (1993)
- 5) 山本, 原: 繰返し制御系の内部モデル原理と安定化可能性; 計測自動制御学会論文集, Vol. 22, No. 8, pp. 830-834 (1986)
- 6) D. de Roover: Synthesis of a robust iterative learning controller using an H_∞ approach; *In the Proceedings of the 35th CDC*, pp. 3044-3049 (1996)
- 7) 杉江, 小野: 学習制御に関する一考察; システムと制御, Vol. 31, No. 2, pp. 129-135 (1987)
- 8) 古田, 山北: 線形多変数システムに対する学習制御系設計; 計測自動制御学会論文集, Vol. 22, No. 12, pp. 1248-1255 (1986)
- 9) 池田, 高野: 入出力直結経路をもたないシステムの繰返し制御; 計測自動制御学会論文集, Vol. 24, No. 6, pp. 575-582 (1988)
- 10) 十河, 足立: 線形システムに対する反復学習制御アルゴリズムの設計法; 計測自動制御学会論文集, Vol. 31, No. 10, pp. 1601-1607 (1995)
- 11) M. Q. Phan and J. A. Frueh: Learning control for trajectory using basis function; *In the Proceeding of the 35th CDC*, TM16, pp. 2490-2492 (1996)
- 12) J-S. Hu and M. Tomizuka: Adaptive asymptotic tracking of repetitive signals - A frequency domain approach; *IEEE Trans. Automatic Control*, Vol. 38, No. 10, pp. 1572-1579 (1993)
- 13) 杉江, 浜本: LMI による 2 慣性共振系の制御; システム制御情報学会論文誌, Vol. 9, No. 5, pp. 219-226 (1996)