流通システムにおける市場指向プログラミングを用いた分散資源割り当てに関する研究*

貝原 俊也**・並川 淳***

A Study on Distributed Resource Allocation by Using Market-Oriented Programming in Distribution System*

Toshiya KAIHARA** and Jun NAMIKAWA***

Product allocation management in manufacturing and distribution systems is conventionally based on manual operations and requires great time and efforts. Market mechanism solves the product distribution problem by allocating the scheduled resources according to market prices. We formulate manufacturing and distribution system models as a discrete resource allocation problem, and demonstrate the applicability of economic analysis to this framework. The proposed algorithm facilitates a sophisticated product allocation system, which conducts a Pareto optimal solution in the product allocation problem.

1. 緒論

顧客ニーズの多様化による多品種少量生産が進むにつれ、生産システムの柔軟なオペレーションや流通システムにおける効率の運用が重要となってきた。すでに顧客からのダイレクト・オーダーに基づく商品発注を推進している企業もあり、顧客ごとに仕様の異なる製品を、生産・流通の各レベルできめこまかく運用していくことが課題となっている。従来より日本の流通システムは販路が複雑であり、メーカーから最終消費者に物が到達するまでに、販社・卸・小売などが介在する構造となっている。その多段階で構成される商取引のしくみの中で、複数よりなる売り手／買い手のそれぞれ独立した戦略的価値基準より売買が行われ、商品の引き当てが行われる。それぞれは最終的に利益が最大になるように振る舞うことが基本であるが、双方の利益はトレードオフの関係にあり、その妥協点を探ることがアルゴリズムに求められる。

このような問題は、一般に多目的最適化問題として定式化できる。多目的最適化問題では、ある目的関数の値を改善するためには少なくとも他の一つの目的関数を改悪せざるをえない解として、パレート最適解の概念が導入されており、これが上記の妥協点と考えることができる。

多目的最適化問題においてパレート最適解を求めるための手法としては、元の問題をなんらかの工夫により単一目的の問題に変換するという、いわゆるスカラー化手法がよく知られている。しかし一般にスカラー化手法では、無限個の解集合からなるパレート最適解の中から、任意の解を選択しなければならない。よって現実的意思決定においては、意思決定者が自己の効用構造に基づいて、最終的になんらかの合理的な解を選択しなければならない。しかし、意思決定者の効用構造を十分に反映させるいわゆる効用関数は本来未知なものであり、直接同定することも困難である場合が多い。また、問題設定が変化するたびに効用関数を見直す必要があるため、生産・流通システムの商取引問題のような、環境の変化に応じた動的な問題への適用は困難である。

一方、近年複雑かつ大規模な問題に対する解法として、マルチエージェントシステムが注目を集めている。これは地理的・概念的に分散した個々の処理単位（エージェント）を協調させることで問題解決を行う考え方である。

このマルチエージェントパラダイムの一手法として市

* 原稿受付 1998年8月19日

** 流通科学大学 情報学部 Faculty of Information Science, University of Marketing and Distribution Sciences; 3-1 Gakuen-nishi, Nishi ward, Kobe city, Hyogo 651-2188, JAPAN

*** 北陸先端科学技術大学院大学 Japan Advanced Institute of Science and Technology; 1-1 Asahi-dai, Tatsunokuchi town, Ishikawa 923-1292, JAPAN

Key Words: market-oriented programming, resource allocation, multi agent, distribution system, manufacturing system.

場指向プログラミング¹⁾⁻³⁾が存在し、本論では資源割り当て問題への適用を試みる。ここで資源割り当て問題とは、それぞれ独立した目的関数を持つエージェントに対し、それらの目的関数を最小化（または最大化）するように資源を割り当てる問題として定式化される。よって生産・流通システムにおける商取引問題に適用可能であると考えられる⁴⁾⁻⁶⁾。しかし従来の多目的最適解を求める手法と違い、市場指向プログラミングではエージェントがおのおのの目的関数を最小化（最大化）するように他のエージェントと競合しながら振る舞うことでパレート最適解を見付けするので、目的関数をスカラー化する手順は必要ない。このことから、動的な性質を持つ実世界の生産・流通システムに対し、柔軟に対応できる可能性を持つ。また、各エージェントに計算プロセスを分散すれば、情報を一箇所に集めて計算する必要も無くなる。よってシステムのロバスト性が向上するとともに計算負荷の分散化が図れ、高い実用性を有する。

このような観点から本論では、生産・流通システムの商取引を対象に、分散AIに基づくマルチエージェントパラダイムと新古典派経済学（ミクロ経済学）における市場の概念を融合させた市場指向プログラミングをベースとする新しい資源配分プロトコルを提案・定式化を行い、シミュレーションにより提案する手法の特性評価および有効性検証を行うことを目的とする。

2. 市場指向プログラミングの基本的考え方

複数の財と、その財を売買するエージェント群からなる仮想市場を考える。Fig. 1にその模式図を示す。各エージェントは一つ以上の生産関数を持ち、生産に投入する財（Resource）を購入し、生産した財を販売することで利益を上げる。市場指向プログラミングで使用される生産関数は、一般に上に凸であることが条件とされている。これは厚生経済学の基本定理と呼ばれる命題⁷⁾を満たすための条件であり、この命題は市場全体が競争均衡へ収束することを保証する。

エージェントが財を購入・販売する際には、ミクロ経済学で定義された市場における競争均衡の考えに基づき、その財に一つ一つに対応する競売機構がそれぞれ需要関数（Demand function）、供給関数（Supply function）を入札する。このとき、エージェントは入札対象以外の財の価格は変化しないと仮定し、自らの効用が最大になる需要関数、供給関数を求める。市場指向プログラミングにおけるエージェントは価格受容者²⁾として振る舞うので、財の価格を決定する能力を持たない。その代わりに競売機構が入札された需要関数の総和と供給関数の総和がー

Fig. 1 Virtual market model

致する価格を計算し、エージェントに提示する。入札された関数は、入札対象以外の財の価格が変化しないと仮定して求められているので、競売機構が提示する価格が更新されると、各エージェントは需要関数、供給関数を新たに設定し直す。価格が収束するまで入札を繰り返すと、収束した価格が均衡価格となる。すべての財について均衡価格が決定されかつ未処理の入札が無くなったときに、市場全体が収束し、導出された均衡価格のもとで売買が行われる。**3.**では本プログラミングの考え方をを用いて流通システムのモデル化を行う。

3. 流通システムモデルの定義

3.1 準備

以降で使用する表記法は次のとおりである。

- E_k : エージェント k の利益関数
- C_k : エージェント k が生産に使用する費用
- S_k : エージェント k の販売による収入
- x_{ki} : エージェント k の財 i に対する需要量
- y_{kj} : エージェント k の財 j に対する供給量
- p_i, P_i : 財 i に対する購入価格、販売価格
- $\max C_k$: エージェント k の予算
- $l(i, j)$: 財 i から財 j を生産する生産関数の添え字
(以下では l と省略して使用する場合があります)
- f_{kl} : エージェント k の l 番目の生産関数
- x_{kl} : 生産関数 f_{kl} に投入した財の量
- y_{kl} : 生産関数 f_{kl} で生産した財の量
- E_{kl} : 生産関数 f_{kl} による利益

c_{kl} : 生産関数 f_{kl} による費用

s_{kl} : 生産関数 f_{kl} による収入

3.2 エージェントの定式化

3.2.1 生産関数

エージェント k の生産関数は

$$Y_k = f_k(X_k) \quad (1)$$

で定義される。ここで X_k , Y_k はそれぞれエージェント k の投入財（需要量）および算出物（投入量）の集合

$$X_k = \{x_{k1}, \dots, x_{km}\} \quad (2)$$

$$Y_k = \{y_{k1}, \dots, y_{kn}\} \quad (3)$$

である。なお本稿では (4) 式で表される Cobb-Douglass 型生産関数を用いることとした。

$$y = ax^b (0 < a, 0 < b < 1) \quad (4)$$

ここで $0 < b < 1$ としたのは、生産可能集合が上に凸である、という仮定を満たすためである。この条件は本稿において重要な役割を持ち、今後たびたび登場する。

また、Cobb-Douglass 型生産関数を用いることにより、エージェント k の生産関数 f_{kl} は、

$$y_{kl} = f_{kl}(x_{kl}) = a_{kl} x_{kl}^{b_{kl}} \quad (5)$$

と表される。ここで x_{kl} は生産関数 f_{kl} で使用した財 i の量を表し、 y_{kl} は生産関数 f_{kl} で生産した財 j の量を表す。よって x_{ki} および y_{kj} は

$$x_{ki} = \sum_j x_{kl(i,j)} \quad (6)$$

$$y_{kj} = \sum_i y_{kl(i,j)} \quad (7)$$

で求められる。

3.2.2 利益関数

$x_{k1}, \dots, x_{km}$ の単位当たりの購入価格を、 $p_1, \dots, p_m$, $y_{k1}, \dots, y_{kn}$ の単位当たりの販売価格を $P_1, \dots, P_n$ とすると、エージェント k が生産に必要とする費用 C_k は

$$c_{kl(i,j)} = p_i x_{kl} \quad (8)$$

$$C_k = \sum_l c_{kl} \quad (9)$$

で与えられ、一方販売によって得られる総収入 S_k は

$$s_{kl(i,j)} = P_j y_{kl} \quad (10)$$

$$S_k = \sum_l s_{kl} \quad (11)$$

で与えられるので、エージェント k が得られる利益 E_k は

$$E_{kl} = s_{kl} - c_{kl} \quad (12)$$

$$E_k = \sum_l E_{kl} \quad (13)$$

となる。

3.2.3 予算制約下での利益関数の最適化定理

エージェント k が投入財の購入に使える費用の最大値（予算）を $\max C_k$ と表すと、エージェントは

$$C_k \leq \max C_k \quad (14)$$

の条件を満たす範囲で、自らの利益関数 E_k が最大になるように振る舞う。

ここでエージェント k について、次の条件が満たされていると仮定する。

- f_k は $x \in X_k$ を満たすすべての x について、微分可能である。
- 任意の正の数 Δ について、 $\forall l: \frac{\partial f_{kl}}{\partial x_{kl}} \Big|_{x_{kl}=x} >$

$$\frac{\partial f_{kl}}{\partial x_{kl}} \Big|_{x_{kl}=x+\Delta} \text{ が成り立つ。}$$

このとき、次の命題が成立する。

【定理 1】 $\forall l: \frac{\partial E_k}{\partial c_{kl}} = r_k (r_k \geq 0)$ かつ $C_k \leq \max C_k$ を満たし、かつ r_k が最小となるとき、利益関数 E_k は制約内で最大になる。

なお、上記の式は

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_k}{\partial c_{kl(i,j)}} &= \frac{\partial E_{kl}}{\partial c_{kl}} = \frac{\partial}{\partial c_{kl}} (s_{kl} - c_{kl}) \\ &= \frac{\partial}{\partial c_{kl}} \left[P_j f_{kl}(c_{kl}/p_i) - c_{kl} \right] \\ &= \frac{P_j}{p_i} f'_{kl}(c_{kl}/p_i) - 1 \end{aligned} \quad (15)$$

で表される。

定理の証明については付録に示すとして、3.2.4 では本定理を使用して需要・供給関数を求め、次いで定理の意味について記述する。

3.2.4 需要・供給関数

本稿で使用する Cobb-Douglass 型の生産関数は、微分可能でかつ

$$\frac{\partial f_{kl}}{\partial x_{kl}} = a_{kl} b_{kl} x^{b_{kl}-1} > a_{kl} b_{kl} (x+\Delta)^{b_{kl}-1} > 0 \quad (16)$$

より、3.2.3 の条件を満たしている。これらの条件（微分可能、生産関数が上に凸）は、厚生経済学の基本定理を満たす条件でもあるので、一般に市場指向プログラミングで使用する生産関数に適用可能である。また、この定

理よりエージェントの利益を最大にする需要関数, 供給関数を求めることができる.

$$\begin{aligned}\frac{\partial E_k}{\partial c_{kl(i,j)}} &= \frac{\partial E_{kl}}{\partial c_{kl}} = \frac{\partial}{\partial c_{kl}} [P_j a_{kl} (c_{kl}/p_i)^{b_{kl}} - c_{kl}] \\ &= a_{kl} b_{kl} P_j c_{kl}^{b_{kl}-1} p_i^{-b_{kl}} - 1 \\ &= a_{kl} b_{kl} P_j p_i^{-1} x_{kl}^{b_{kl}-1} - 1 = r_k\end{aligned}\quad (17)$$

よって需要関数は

$$x_{kl(i,j)} = [p_i(r_k + 1)/a_{kl} b_{kl} P_j]^{1/b_{kl}-1} \quad (18)$$

で求まる. 一方供給関数は (5) 式に (18) 式を代入すること

$$y_{kl(i,j)} = a_{kl} [p_i(r_k + 1)/a_{kl} b_{kl} P_j]^{b_{kl}/b_{kl}-1} \quad (19)$$

と求められる.

以下では, 3.2.3 の定理の意味について述べる. 条件より生産関数は f_{kl} 上に凸なので, (17) 式で $r_k = 0$ のとき以上に利益関数を増やすことができないことは自明である. よって $r_k = 0$ とした場合の費用 C_k が予算制約 $C_k \leq \max C_k$ を満たしているならば, このときに最大利益が得られる. 一方で予算制約 $C_k \leq \max C_k$ を満たさない場合は, この生産計画を実行できないので, 各生産関数で使用する財 x_{kil} を減らして費用 C_k が予算制約を満たすようにしなければならない. このとき $\partial E_{kl}/\partial c_{kl}$ (投入する費用に対しどれだけ利益が得られるか) がすべての生産関数で等しくなるように各財を減らせば, 予算制約内で利益が最大になるというのが, 3.2.3 の定理の意味である.

次にこの定理を満たす r_k の探索方法について述べる. r_k が増加すると各財の需要量が減少するので, 費用 C_k は単調減少する. よって費用 C_k が制約内で最大のときに r_k は最小となる. したがって $C_k = \max C_k$ となる r_k が求める解である.

3.2.5 弾力性

ここでは 3.2.4 で定義したエージェントの需要関数について, 経済学で知られる弾力性 (elasticity) という概念を用いて考察する. 弾力性とは, 需要を左右する要因が変化したときに, それが需要にどれだけ影響を与えるかを意味する概念で, 例えば価格弾力性なら

$$(dx/dp) \times (p/x) \quad (20)$$

と表される. この概念を用いて (18) 式を考えると, 需要関数の価格弾力性は

$$(dx_{kl}/dp_i) \times (p_i/x_{kl}) = 1/b_{kl} - 1 \quad (21)$$

となる. このことから価格の変化に対する需要量の変化は生産関数の指数 b に依存し, b が大きいほど価格の変化に対して需要量が大きい割合で変化することがわかる. また r_k に 1 を足した

$$R_k = r_k + 1 \quad (22)$$

で弾力性を求めた場合も, 価格弾力性と同様に

$$(dx_{kl}/dR_k) \times (R_k/x_{kl}) = 1/b_{kl} - 1 \quad (23)$$

となる. これは予算制約によって需要量を減らさなければならない場合, 各財をどれだけ減らすかという比率が指数 b に依存することを示している. またその減少の割合は価格弾力性と等しく, b が大きいほど予算の変化に対して需要量が大きく変化することがわかる.

3.3 市場指向プログラミングの手順

本稿で提案する市場指向プログラミングのアルゴリズムを, 以下に示す.

Step 1 初期価格を決定

すべての財の価格 p_i を任意に決定し, 競売機構が提示する.

Step 2 費用の計算

各エージェントの需要関数, 供給関数を決定する. 以下ではエージェント k の需要関数, 供給関数の決定の仕方を示す. エージェント k は競売機構が提示した価格に対し, まず $r_k = 0$ として (18) 式から需要量 x_{kl} を求め, 次に (8), (9) 式を使って費用 C_k を求める. ここで $C_k > \max C_k$ ならば Step 3 へ, それ以外なら Step 4 へ進む.

Step 3 予算制約を満たすように r_k を更新 (3.2.3 を参照)

Step 2 で求めた費用 C_k は予算 $\max C_k$ を上回るため, この生産計画は実行できない. よって r_k を増やして各財の需要量を減らす必要がある. $C_k = \max C_k$ を満たすまで r_k を増やしたら, Step 4 へ.

Step 4 需要・供給関数の決定

Step 2, 3 で求めた r_k より, (18), (19) 式を使って需要関数, 供給関数を決定する.

Step 5 需要・供給関数の入札

各エージェントは財に対応する競売機構に対し, Step 4 で求めた需要関数, 供給関数を入札する.

Step 6 価格の更新

各競売機構は入札された需要関数の総和と供給関数の総和が等しくなるよう価格を更新する.

Step 7 終了判定

Step 6 において, すべての競売機構の価格が更新

前と等しければ Step 8 へ。それ以外なら Step 2 へ戻る。

Step 8 資源割り当て

求められた均衡価格のもとで売買を行う。

4. 数値実験

以下の実験では仮想市場を Fig. 2 に示す三層の競売機構 (Market) からなる世界とし、各階層には三種の競売機構 ($M[*][*]$) と三体のエージェント ($A[*][*]$) を配置する。各エージェントは競売機構 $Market[i][j]$ で扱う財から $Market[i+1][j]$ で扱う財を生産する生産関数を持ち、その生産関数の係数をそれぞれ $a[j]$, $b[j]$ で表す。それぞれの生産関数の係数 a , b および各エージェントの予算の値については Table 1 に示す。この係数を設定するにあたり、指数 b は価格弾力性などを示すパラメータでもあるので、エージェントの属性というよりは財の属性だと考えられる。よって同じ財ならば指数 b は同じ値を設定した。また仮想市場のソースおよびシンクにあたる需要関数、供給関数 (Fig. 2 の外部からの需要関数・供給関数) については、Cobb-Douglass 型の関数

$$x_i = \alpha_i p_i^{\beta_i} (\alpha_i > 0, \beta_i < -1) \quad (24)$$

Fig. 2 Three-layered market model

Table 1 Supply function parameters of agents

	a[0]	b[0]	a[1]	b[1]	a[2]	b[2]	Cost
Agent[0][0]	5	0.7	5	0.5	5	0.3	10
Agent[0][1]	3	0.7	8	0.5	3	0.3	10
Agent[0][2]	7	0.7	7	0.5	7	0.3	4
Agent[1][0]	10	0.3	10	0.6	10	0.4	50
Agent[1][1]	4	0.3	4	0.6	4	0.4	100
Agent[1][2]	8	0.3	4	0.6	4	0.4	6

Table 2 Parameters of outside supply and demand functions

	$\alpha[0]$	$\beta[0]$	$\alpha[1]$	$\beta[1]$	$\alpha[2]$	$\beta[2]$
Outside supply function	100	1.5	100	1.5	100	1.5
Outside demand function	100	-2	100	-2	100	-2

$$y_i = \alpha_j P_j^{\beta_j} (\alpha_j > 0, \beta_j > 0) \quad (25)$$

を使用した。べき乗関数であるという意味では、(18), (19) 式と同じである。それぞれの係数については Table 2 に示す。ここで $\alpha[i]$, $\beta[i]$ は $Market[\dots][i]$ に入札される需要関数および供給関数の係数である。

4.1 収束状況と価格弾力性

まず、各競売機構の需要・供給量や価格が競争均衡にいたるまでどのように変化しているか、その例を示す。Fig. 3.1 に各競売機構の需要量・供給量の推移を、Fig. 3.2 に各競売機構の価格の推移を示す。この競売機構の推移グラフから、仮想市場が競争均衡に向かいつつあることが見て取れる。Fig. 3.1(a) の収束するまでの過程を見ると、 $Market[0][0]$ は $Market[0][2]$ に比べて収束するまでに時間がかかっている。これは指数 b が大きいほど価格や予算に対する弾力性が高くなるため、価格の変動に対し需要・供給量が大幅に変化するからだと考えられる (Table 1)。なお、この実験結果は、3.2 における予測と一致する。

また、競売機構の $Market[1][\dots]$ (Fig. 3.1(b)) における収束の速さが $Market[0][\dots]$ (Fig. 3.1(a)), $Market[2][\dots]$ (Fig. 3.1(c)) に比べて遅いことが見て取れる。これは $Market[0][\dots]$, $Market[2][\dots]$ で使用している (24), (25) 式の関数では、ある財の価格の変化が他の財の需要量に対し影響を及ぼさないが、エージェントの需要・供給関数は予算制約がある場合、ある財の価格の変化が他の財の需要・供給に影響を及ぼす。このため、需要側、供給側ともエージェントが存在する $Market[1][\dots]$ の競売機構では収束に時間がかかったためである。

(a) Market[0][...]

(b) Market[1][...]

(c) Market[2][...]

Fig. 3.1 Supply and demand fluctuate

4.2 価格と需要・供給量の関係

価格と需要・供給量の関係を見ると, Market[0][...] (Fig. 3.1(a), Fig. 3.2(a)) では需要・供給量が大きい

(a) Market[0][...]

(b) Market[1][...]

(c) Market[2][...]

Fig. 3.2 Price fluctuate

財は価格も高いのに対し, Market[2][...] (Fig. 3.1(c), Fig. 3.2(c)) では需要・供給量が大きい財ほど価格が安くなっている. これは (24), (25) 式より明らかであり, 一

般に需要量は価格と負の相関を有し、逆に供給量は価格に正の相関を有するという性質を表している。

一方でMarket[1][...] (Fig. 3.1(b), Fig. 3.2(b)) においては一般に価格と需要・供給量の間に前述のような関係が見いだせない。例えば今回の実験結果では、Market[1][0], Market[1][2] においては需要・供給量と価格が反比例しているのに対し、Market[1][1] では需要・供給量が大きいにもかかわらず、価格が高くなっている。Market[1][1] における価格と需要・供給量について考えると、Agent[1][...] のb[1] (Table 1) が高く (生産効率が良い)、Agent[1][...] のエージェントにとっては購入価格が高くても利益が上げられるため、高い価格でも他の財より大きな需要量を示したのに対し、Agent[0][...] のb[1] (Table 1) の値は自身の持つb[0] よりも小さく、Agent[0][...] のエージェントにとっては販売価格が高くないとb[0] の財を売るほどの利益が上げられないため、Agent[1][...] のエージェントが示す需要量に應えるためには価格が高くなければならなかった。そのために需要・供給量が大きく、かつ価格も高くなったと考えられる。

このように、需要側、供給側ともにエージェントが存在する競売機構では、各エージェントの戦略によって価格と需要・供給量の関係が決まるため、価格と需要・供給量の関係は一意には決まらないことがわかる。しかし市場経済システムにおける資源配分原理に基づく定式化を行った結果、与えられるパラメータに応じた傾向を把握することは可能である。

4.3 考察

市場全体が収束する速さにおいては、弾力性の大きい財ほど収束に時間がかかることがわかった。これは、競売機構が提示する価格が変化すると価格弾力性や予算の弾力性が大きい財ほど需要量が大幅に変化するために、収束に時間がかかったためである。また競売機構ごとに収束する速さを比べると、需要側・供給側ともにエージェントが存在する競売機構では他の競売機構より収束に時間がかかった。これはエージェントの需要・供給関数は予算制約がある場合、ある財の価格の変化が他の財の需要・供給に影響を及ぼすためである。

次に価格と需要・供給量の関係では、基本的に需要量は価格と負の相関を有し、供給量は価格と正の相関を有するという性質をもつと考えられる。しかし、エージェントの需要量・供給量は、他の財の価格や予算制約などのパラメータによっても変化するため、価格と需要・供給量の関係は一意に決まるものではないが、今回の定式化によりその傾向が明確化された。

以上の結果、得られた特性は完全競争市場の基本特性によく合致していることが判明した。提案手法は、ミク

ロ経済学に示される市場特性を有し一般の市場経済システムの特性をうまく表現していることが検証され、今後、生産・流通システムの商品引当てプロトコルとして利用することが可能である。

なお、提案手法を生産・流通システムにおける商品引当てプロトコルに適用し管理計算機上に実装することにより、パレート最適解に基づく効率的な商品引当てが実現するとともに、勘と経験を基に人海戦術で行われている商品引当て作業の自動化による業務効率化が期待される。

5. 結論

本稿では、多段階の市場より形成される流通システムを対象として、市場指向プログラミングを用いたエージェントパラダイムに基づく定式化を行った。まず、各エージェントが需要と供給の両方を行うということを前提に、投入財 (需要) から算出物 (供給) を生産する生産関数を定式化した。つぎに、各エージェントには財を購入するときの予算が存在するとし、予算制約下で利益関数を最大化するように需要関数、供給関数を定式化した。さらに、弾力性という概念を用いて需要関数の特徴について考察した。最後に仮想市場における数値実験を行い、競争均衡に収束するまでの過程とその結果について考察した。その結果、各エージェントが独自の価値基準に基づいた戦略で振る舞いながら、市場全体が収束することを示すことができた。

数多くの流通ルートが複雑に入り乱れる大規模な実問題を対象とする場合、従来手法では流通組織モデルの内部表現が複雑になりモデル化は難しかった。ところが、モデル内に存在する複数の経済主体について、ただ自身の効用を生産関数・需要関数の形で実装するだけで、あとは商取引を抽象化した交渉プロトコルにまかせれば自動的にパレート最適な商品引当てが可能となる点で、本手法の優位性が検証できた。なお、この結果、提案手法を商品引当て運用・管理計算機上に実装することにより、パレート最適解に基づく効率的な商品引当てと商品引当て作業の自動化による業務の効率化が期待される。

参考文献

- 1) M. P. Wellman: A market-oriented programming environment and its application to distributed multicommodity flow problems; *Journal of Artificial Intelligence Research*, Vol. 1, pp. 1-22 (1993)
- 2) 石田, 片桐, 桑原: 分散人工知能, 岩波書店 (1996)
- 3) 石田: エージェントを考える; 人工知能学会誌, Vol. 10, No. 5, pp. 663-667 (1995)
- 4) 貝原, 大石, 堀, 坂本, 廣田: 多様な戦略的価値基準をもつ流通組織間の商品引き当て問題に対するマルチエージェントを用いた一解法; 電気学会産業システム情報研究会論文集, pp. 47-52 (1998)
- 5) 貝原, 大石, 廣田: 多様な戦略的価値基準をもつ流通組織間

- の商品引き当て問題に対する市場モデルを用いた一解法；平成10年電気学会全国大会講演論文集，pp. 3-80 (1998)
- 6) 貝原，大石，坂本，廣田，並川：多様な戦略的価値基準をもつ流通組織間の商品引き当て問題に対するマルチエージェントを用いた一解法；第42回システム制御情報学会研究発表講演会講演論文集，pp. 523-524 (1998)
- 7) 奥村ほか：ミクロ経済学Ⅰ，岩波書店 (1985)

付 録

ここでは3.2.3で導入した定理の証明を行う。

【定理1】 $\forall l: \frac{\partial E_k}{\partial c_{kl}} = r_k (r_k \geq 0)$ かつ $C_k \leq \max C_k$ を満たし，かつ r_k が最小となるときの，利益関数 E_k は制約内で最大になる。

まず生産関数について考える。

$$\frac{\partial f_{kl}}{\partial x_{kl}} = \frac{\partial f_{kl}}{\partial c_{kl}} \cdot \frac{\partial c_{kl}}{\partial x_{kl}} = p_i \frac{\partial f_{kl}}{\partial c_{kl}} \quad (A1)$$

であるから，条件より任意の正の数 Δ に対し

$$\left. \frac{\partial f_{kl}}{\partial c_{kl}} \right|_{c_{kl}=c} > \left. \frac{\partial f_{kl}}{\partial c_{kl}} \right|_{c_{kl}=c+\Delta} \quad (A2)$$

が成立する。

一方利益関数は

$$E_{kl} = P_j f_{kl}(x_{kl}) - p_i x_{kl} = P_j f_{kl}(c_{kl}/p_i) - c_{kl} \quad (A3)$$

であり，(A2)式より E_{kl} は上に凸な関数である。よって E_k の極大値は

$$\forall l: \frac{\partial E_k}{\partial c_{kl}} = 0 \quad (A4)$$

で与えられることは自明である。

このときの費用を C'_k とし， $C'_k \leq \max C_k$ を満たすとき，(A4)式が最適生産計画である。しかし C'_k が $C'_k > \max C_k$ の場合は，予算制約を満たさないため，解となり得ない。

以下では $C'_k > \max C_k$ の場合についてのみ考え，予算制約を満たす範囲で利益関数 E_k を最大化する生産計画を求める。

そのために，まず $\forall l: \frac{\partial E_k}{\partial c_{kl}} = r_k (r_k \geq 0)$ かつ $C_k \leq \max C_k$

を満たすような c_{kl} の集合が与えられたとき， C_k の値を変えずにこれ以上利益関数を大きくすることはできないことを示す。

$c_{kl(i,j)}$ を Δc だけ増加させ， $c_{kl'(g,h)}$ を Δc だけ減少させることを考える (C_k が一定のため一方を増やすと他

方を同じだけ減らさなければならない)。このとき

$$\left. \frac{\partial E_k}{\partial c_{kl}} \right|_{c_{kl}=c+\Delta c} = \frac{P_j}{p_i} f'_{kl}[(c_{kl}+\Delta c)] - 1 = r_{kl} \quad (A5)$$

$$\left. \frac{\partial E_k}{\partial c_{kl'}} \right|_{c_{kl'}=c-\Delta c} = \frac{P_h}{p_g} f'_{kl'}[(c_{kl'}-\Delta c)] - 1 = r_{kl'} \quad (A6)$$

と表すと，(A2)式より $r_{kl} < r_k < r_{kl'}$ となる。

ここで生産関数 l に対する利益の増加分を ΔE_{kl} ，生産関数 l に対する利益の減少分を $\Delta E_{kl'}$ とすると，

$$\Delta E_{kl} = \alpha \Delta c (r_{kl} < \alpha < r_k) \quad (A7)$$

$$\Delta E_{kl'} = \beta \Delta c (r_k < \beta < r_{kl'}) \quad (A8)$$

より， $\Delta E_{kl} < \Delta E_{kl'}$ となり，増加分より減少分の方が大きくなる。よって利益関数 E_k をこれ以上大きくすることはできない。

このことから， C_k が $C_k \leq \max C_k$ を満たす範囲でどの

ような値を取っても， $\forall l: \frac{\partial E_k}{\partial c_{kl}} = r_k (r_k \geq 0)$ を満たすときに利益関数が最大になることがわかる。

一方で，利益関数は上に凸の関数なので， $\forall l: \frac{\partial E_k}{\partial c_{kl}} = r_k (r_k \geq 0)$ となる r_k が最小のとき，利益関数は最大になる。(証明終わり)