不完全情報を考慮した集団 ANP の提案*

田地 宏一[†]・嵯峨山洋介[‡]・田村 坦之[†]

A Group Analytic Network Process (ANP) for Incomplete Information*

Kouichi TAJI[†], Yosuke SAGAYAMA[‡] and Hiroyuki TAMUARA[†]

In this paper, we propose an ANP framework for group decision-making problem with incomplete information. The proposed method consists of three parts, namely, aggregation of weights of alternatives, aggregation of weights of criteria and evaluation of global weights. In aggregating weights of alternatives, we calculate group weights from individual weights, which have been calculated by some AHP, by using a quadratic programming problem. In aggregating the weights of criteria, we calculate the weights for evaluating an alternative from the matrix, which is geometric average of pairwise comparison matrices of decision makers only who evaluate the alternative. Then the weights of criteria may be different in each alternative. Hence, we use the supermatrix method of ANP for evaluating global weights. A small numerical example shows that our proposed framework enables us to obtain the global weights of a group decision-making problem with incomplete information.

1. はじめに

Saatyによって提案されたAHP (Analytic Hierarchy Process) [1]は、意思決定過程の階層化、評価基準・代替案の一対比較による重要度の推定、および各評価基準における代替案の重要度の加法和による統合からなる意思決定手法である。AHPは、定量化できない評価対象も扱うことができ、また実施が容易であることから、幅広く用いられている。しかし、AHPでは、評価基準の重要度を、各代替案に共通したものとして求めており、代替案ごとに評価基準の重要度が異なるような問題を扱うことは難しい。このような状況は、実際の意思決定問題で数多く存在すると考えられる。

これに対しSaatyはまた、ANP (Analytic Network Process) [2]を提案している。ANPでは、各評価基準の重要度を、代替案ごとに異なったものとして求めることを許している。しかし、この場合にはAHPのように、

加法和によって重要度を統合することはできない。そこで、Saatyはスーパーマトリクス (supermatrix) とよばれる行列を用い、スーパーマトリクスの最大固有値に対する固有ベクトルを、代替案の重要度とすることを提案した。評価基準の重要度がすべての代替案で同じ場合には、ANPはAHPと等価となる。したがって、ANPはAHPを内包する手法と見なすことができ、それゆえ、ANPでは、AHPより多様な問題を扱うことができると考えられる。ところで、企業、行政などにおける実際の意思決定問題は、複雑かつ大規模になりやすく、また、一人ではなく複数による集団意思決定を行う状況が多いと考えられる。AHPやANPは、どちらも個人の意思決定を対象とした手法であり、これらの枠組を集団意思決定に拡張することが必要とされている。

AHPを用いた集団意思決定として、幾何平均法 [3,4]、区間AHP [5]、集団ストレス法 [6,7]などの手法が提案されている。これらの手法では、まずそれぞれの意思決定者が一対比較行列を作成する。そして、それらを統合して集団としての一対比較行列を作成し、固有ベクトル法を用いて集団の重要度を求める。しかし、集団意思決定では、必ずしもすべての意思決定者が、すべての代替案を評価できないという状況がみられる。そのような状況では、個人の一対比較行列に空白ができる、いわゆる不完全情報 [8,9]となる。この場合、幾何平均法や区間

* 原稿受付 2001年3月16日

[†] 大阪大学 大学院 基礎工学研究科 Department of Systems and Human Science, Graduate School of Engineering Science, Osaka University; 1-3 Machikaneyama, Toyonaka, Osaka 560-8531, JAPAN

[‡] 日本写真印刷 (株) Nissha Printing Co., Ltd.; 3 Mibu Hanai-cho, Nakagyo-ku, Kyoto 604-8551, JAPAN

Key Words: group decision-making, ANP, supermatrix method, incomplete information.

AHP などでは、集団の一対比較行列を作成することができない。これに対し、不完全情報を扱うことができる手法として、大規模 AHP [10] が提案されている。大規模 AHP は、固有ベクトル法と等価な数理計画問題に基づいたもので、不完全情報の場合でも重要度を算出することができ、また、実際の人事評価の場で、期待された結果を得ている [10]。

本論文では、集団意思決定において、各意思決定者は必ずしもすべての代替案を評価できない場合にも、総合重要度を算出できる方法を提案する。提案する方法では、各意思決定者が AHP によって算出した結果を用いる。まず、評価基準ごとに、集団としての代替案に対する重要度を、個人の重要度との差の二乗和が最小となるような数理計画問題を用いて集約する。また、評価基準の重要度は、全体で一つに集約するのではなく、各代替案を評価した意思決定者のみの一対比較行列から集約する。ただし、このように評価基準の重要度を集約した場合、評価基準の重要度は、代替案ごとに異なるため、ここでは、ANP のスーパーマトリクス法を用いて総合重要度を統合する。より多様な問題を扱うことのできる ANP は、筆者らの知る限り、いまだ集団意思決定に拡張されておらず、本論文は、ANP を用いた集団意思決定に対する初めての試みとみなすことができる。

本論文の構成は、以下の通りである。2. では本手法のモデルを説明する。3. では、本手法を簡単な不完全情報の集団意思決定問題に適用した例を示す。最後に、本手法のまとめと、今後の課題について述べる。

2. 集団 ANP

本論文で提案する手法では、意思決定過程を、各評価基準のもとでの代替案の重要度の集約、代替案ごとの評価基準の重要度の集約、それらのスーパーマトリクスによる統合の三つの部分からなる。本節では、それぞれについて説明する。ここでは、 n 人の意思決定者 DM_i ($i=1, \dots, n$) が、 m 個の代替案 A_j ($j=1, \dots, m$) を、 l 個の評価基準 C_k ($k=1, \dots, l$) のもとで評価する問題を考える。ただし、意思決定者はすべての代替案を評価できない場合も許されるが、代替案を評価する場合は、すべての評価基準のもとでの評価を行うものと仮定する。

2.1 代替案の重要度の集約

各意思決定者の一対比較行列が不完全情報を含む場合、幾何平均法のように、集団としての一対比較行列を作成して選好を集約することは困難である。そこで、各意思決定者は、自分が評価できる代替案のみを、評価基準ごとに、AHP を用いてその重要度を算出するものとする。この重要度から、集団としての選好を集約することを考える。

意思決定者 DM_i の、評価基準 C_k のもとでの代替案 A_j の重要度を a_{ij}^k と書く。 DM_i が代替案 A_j を評価し

たときには $a_{ij}^k > 0$ 、評価しない場合には $a_{ij}^k = 0$ である。ここで提案する統合手法では、統合された重要度は正規化手法によらないため、必ずしも正規化 $\sum_{j=1}^m a_{ij}^k = 1$ を仮定しないことに注意する。

ここで、次のような 2 部グラフを考える。節点集合は、意思決定者に対応した集合 $I = \{1, \dots, n\}$ と、代替案に対応した集合 $J = \{1, \dots, m\}$ からなるものとする。また、枝 (i, j) , $i \in I, j \in J$ は、意思決定者 DM_i が、代替案 A_j を評価した時、またそのときに限り存在するものとする。すなわち、 $a_{ij}^k > 0$ のとき、かつそのときに限り枝 (i, j) が存在する。このようにして作られるグラフを、評価グラフ (evaluation graph) とよぶ。

(例) 意思決定者が 3 人、代替案が三つの場合を考える。意思決定者 DM_1 は代替案 A_1 と A_2 を評価し、 DM_2 はすべての代替案、 DM_3 は A_2 と A_3 を評価するものとする。このとき、重要度は、 $a_{1j}^k > 0$ ($j=1, 2$)、 $a_{2j}^k > 0$ ($j=1, 2, 3$)、 $a_{3j}^k > 0$ ($j=2, 3$) となり、評価グラフは Fig. 1 のようになる。

Fig. 1 Evaluation graph

この定義では、評価グラフが連結にならない場合があるかもしれない。そのような場合は、連結成分ごとに代替案の評価を行い、それらを何らかの方法で統合することにより、全体の評価を行うことを推奨する。したがって、以下では、評価グラフが連結である場合に、各評価基準における代替案の重要度を集約する手法について考える。

集団意思決定では、各意思決定者が評価する代替案の数が異なることが多い。また、各意思決定者がそれぞれ独自の正規化手法を用いる場合、その絶対的な数値は、評価する代替案の数や、正規化手法に依存する。ところで、AHP では一般に代替案の評価は、固有ベクトル法などによって得られた評価値の差ではなく、比によって測られる [11]。このことを考慮すると、集団意思決定において、評価する代替案の数に差がある場合や、それぞれの正規化手法が異なる場合でも、代替案の比率尺度を一致させるような評価値を集団の評価値とすることが考えられる。たとえば、 $a_{ij}^k/a_{i'j}^k = a_{i'j}^k/a_{i'j'}^k$ であれば、集約した評価値 x^k においても、 $x_j^k/x_{j'}^k = a_{ij}^k/a_{i'j}^k$ となる

ことが望ましいと考えられる。

この考えに基づき、評価基準 k のもとでの集団の重要度ベクトル $x^k = (x_1^k, \dots, x_n^k)^T$ を、各個人の重要度 a_{ij}^k の絶対的な大きさを w_i によって修正した値 $a_{ij}^k w_i$ と、集団としての代替案の重要度 x_j の差の二乗和を最小化するような、つぎの二次計画問題の解 x^* として求めることを提案する。

$$\begin{aligned} & \text{minimize}_{w,x} \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (a_{ij}^k w_i - H(a_{ij}^k) x_j)^2 \\ & \text{subject to} \quad \sum_{j=1}^m x_j = 1 \\ & \quad w_i \geq 0, (i=1, \dots, n) \\ & \quad x_j \geq 0, (j=1, \dots, m) \end{aligned} \quad (1)$$

ここで、 $H(\cdot)$ は

$$H(t) = \begin{cases} 1 & (t > 0) \\ 0 & (t \leq 0) \end{cases}$$

となる関数である。

この最適化問題に対して、評価グラフが連結であるとき、以下の定理が成り立つ。

【定理 1】 集団意思決定において、評価グラフが連結であれば、(1) 式は、ただ一つの最適解の組 w^*, x^* をもつ。さらに、 $w^* > 0$, $x^* > 0$ が成り立つ。

(注意 1) この定理は、評価グラフが連結であれば、すべての代替案に対する集団としての重要度が、一意に求まることを保証するものである。また、重要度の絶対的な大きさのちがいをそろえるウェイトベクトル w が正となるので、すべての意思決定者の意見が、必ず集団の意見に反映されることを保証している。さらに、集団としての代替案の重要度 x も正になることから、すべての代替案が無視されることなく評価されることを意味する。

(証明) 以下では、簡単のため、添え字 k を省略する。まず初めに、 $w^* > 0$, $x^* > 0$ が成り立つことを示す。容易にわかるように、(1) 式は、制約条件 $\sum_{j=1}^m x_j = 1$ を緩和した次の最適化問題と等価となることに注意する。

$$\begin{aligned} & \text{minimize}_{w,x} \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (a_{ij}^k w_i - H(a_{ij}^k) x_j)^2 \\ & \text{subject to} \quad \sum_{j=1}^m x_j \geq 1 \\ & \quad w_i \geq 0, (i=1, \dots, n) \\ & \quad x_j \geq 0, (j=1, \dots, m) \end{aligned} \quad (2)$$

したがって、ラグランジュ乗数 λ, μ, π が存在し、(1) 式の最適解の組 w^*, x^* は、(2) 式に対する Karush-Kuhn-Tucker 条件

$$\lambda_i = \sum_{j=1}^m (a_{ij}^2 w_i - a_{ij} x_j) \geq 0, (i=1, \dots, n) \quad (3a)$$

$$\mu_j = - \sum_{i=1}^n (a_{ij} w_i - H(a_{ij}) x_j) - \pi \geq 0, \quad (j=1, \dots, m) \quad (3b)$$

$$\pi \left(\sum_{j=1}^m x_j - 1 \right) = 0, \lambda^T w = 0, \mu^T x = 0, \quad (3c)$$

$$\sum_{j=1}^m x_j \geq 1, w \geq 0, x \geq 0, \pi \geq 0 \quad (3d)$$

を満たす。ここで、ある $s \in I$ において $w_s^* = 0$ であったとする。このとき、(3a) より

$$\sum_{j=1}^m a_{sj} x_j^* \leq 0$$

となる。 $a_{sj} \geq 0$, $x_j^* \geq 0$ であるから、 $a_{sj} x_j^* = 0$, $j \in J$ でなければならない。いま、評価グラフに枝 (s, j) があれば、 $a_{sj} > 0$ であるから $x_j^* = 0$ となるので、接点 s と隣接しているすべての $j \in J$ について $x_j^* = 0$ である。

また、ある $t \in J$ において $x_t^* = 0$ であったとすると、 $\pi \geq 0$ であるから、(3b) より、

$$\sum_{i=1}^n a_{it} w_i^* \leq 0$$

となる。したがって、上の議論と同様にして、評価グラフ上で接点 t と隣接しているすべての $i \in I$ について $w_i^* = 0$ となる。

以上より、評価グラフが連結であるので、 w_i^* または x_j^* のどれか一つが 0 であれば、すべての i, j について $w_i^* = 0$, $x_j^* = 0$ となり、制約

$$\sum_{j=1}^m x_j^* = 1$$

に反する。したがって、(1) 式の最適解 w^*, x^* は、 $w^* > 0$, $x^* > 0$ を満たす。

つぎに、解の一意性を示す。(1) 式の目的関数は凸二次関数であるから、(1) 式は凸計画問題である。したがって、もし $z^* = (w^{*T}, x^{*T})^T$ 以外に最適解 $\bar{z} = (\bar{w}^T, \bar{x}^T)^T$ が存在すれば、この 2 点を結ぶ線分上のすべての点もまた、(1) 式の最適解となるが、さらに、この 2 点を通る直線上で、目的関数の値は変化しない。

このことは、以下のように示される。 $z = (w^T, x^T)^T$ とおくと、(1) 式の目的関数は適当な $(n+m) \times (n+m)$ 行列 M を用いて、 $f(z) = 1/2 z^T M z$ と書ける。いま、 $f(z^*) = f(\bar{z}) = f(\lambda \bar{z} + (1-\lambda) z^*)$, $0 \leq \lambda \leq 1$ が成り立っているとすると、

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} z^{*T} M z^* &= \frac{1}{2} (\lambda \bar{z} + (1-\lambda) z^*)^T M (\lambda \bar{z} + (1-\lambda) z^*) \\ &= \frac{1}{2} z^{*T} M z^* + \lambda z^{*T} M (\bar{z} - z^*) \end{aligned}$$

$$+\frac{1}{2}\lambda^2(\bar{z}-z^*)^T M(\bar{z}-z^*) \quad (4)$$

でなければならない．ところが，これがすべての $0 \leq \lambda \leq 1$ で成り立つためには， $M(\bar{z}-z^*)=0$ でなければならない．それゆえ，(4) 式より，すべての λ に対して， $f(z^*)=f(\lambda\bar{z}+(1-\lambda)z^*)$ が成り立つ．

したがって， $z^*=(w^{*T}, x^{*T})^T$ と $\bar{z}=(\bar{w}^T, \bar{x}^T)^T$ を通る直線と，制約集合との共通部分にあるすべての点もまた最適解である．ところが，この直線の端点では，少なくとも一つの w_i あるいは x_j が 0 となっている．これは，定理の前半で示した $w^* > 0$ ， $x^* > 0$ に矛盾する．したがって，(1) 式の最適解はただ一つである． $\square$

集団意思決定において，すべての意思決定者の選好が等しい場合には，集約した集団としての選好も，これに等しくなるべきである．次の定理では，すべての意思決定者の代替案に対する相対評価が等しい場合には，集団においても妥当な結果を算出することができることを保証している．

【定理 2】 集団を構成する意思決定者すべての，各代替案に対する相対評価が一致していれば，(1) 式によって集約された値もこれと等しくなる．

(証明) すべての意思決定者が各代替案に与える相対評価が一致しているときには，明らかに， $a_{ij}^k > 0$ であるようなすべての i, j に対し，

$$a_{ij}^k w_i^* = x_j^*$$

となる w_i^* ， x_j^* が存在する．この w_i^* ， x_j^* に対し，(1) 式の目的関数値は 0，すなわち，最適解となる．一方，定理 1 より，この w_i^* ， x_j^* は，(1) 式の唯一の解である． $\square$

(注意 2) ここでは，最適化問題の目的関数として二乗誤差を考えたが，これは，二乗誤差最小化はもっともポピュラーで受け入れやすい基準であると考えたからである．しかしこれ以外に，絶対誤差の総和や，最大誤差の最小化などを目的関数とすることも考えられる．目的関数の形を変えることは，集約する基準を変えることを意味するため，集約された重要度もそれに応じて変化する．たとえば，最大誤差を目的関数とした場合は，最も集団からは懸け離れた評価を最小化するという評価基準となる．なお，絶対誤差や最大誤差を目的関数とした場合，線形計画法に定式化できるが，その場合，解の一意性は保証されず，複数の解が得られた場合に，その中からどれを選ぶかという新たな基準が必要となることに注意しておく．

2.2 評価基準の重要度の集約

ANP では，評価基準の重要度は各代替案に依存したものとされている．集団意思決定においても，各意思決定者の評価基準に対する重要度は，その意思決定者が評価した代替案集合に依存していると考えすることは，不合

理なことではない．また，本論文のように，ある代替案を評価しない意思決定者が集団に含まれている場合，そのような意思決定者の意見を取り入れるよりも，その代替案を評価した意思決定者の意見のみを集約する方が受け入れられやすいと考えられる．そこで，本手法では，ある代替案を評価するための評価基準は，その代替案を評価した意思決定者のみの AHP の結果から集約することとする．具体的には，代替案 A_j を評価するための評価基準の一对比較行列を， A_j を評価した意思決定者だけの，評価基準に対する一对比較行列の幾何平均をとることにより求め，それから，固有ベクトル法により A_j を評価するための評価基準の重要度を算出する．

再び，Fig.1 の評価グラフで表される集団意思決定問題を考える．この例では，代替案 A_1 を評価しているのは DM_1 ， DM_2 だけである．したがって， A_1 を評価するための評価基準の一对比較行列は，この 2 人の一对比較行列の幾何平均により求め，評価基準の重要度を算出する．同様に， A_3 を評価するときの評価基準の重要度は DM_2 と DM_3 の一对比較行列の幾何平均より求める．一方， A_2 はすべての意思決定者に評価されているので， A_2 を評価する，集団の評価基準の重要度は，すべての意思決定者の一对比較行列の幾何平均より求められる．したがって，この場合は通常の幾何平均法と等価になる．

2.3 総合重要度の統合

前節の方法で，評価基準の重要度を統合すると，代替案の一对比較が不完全となる場合は，評価基準の重要度が代替案ごとに異なる．このため，AHP で用いる加法和では，最終重要度を求めることができない．そこで，統合には代替案ごとに評価基準の重要度が異なることを許す，ANP のスーパーマトリクス法を利用する．

各意思決定者の代替案 A_j に対する重要度を，評価基準 C_k のもとで集約したものが x_j^k ，評価基準 C_k の重要度を，代替案ごとに集約したものが c_l^j であるとする，スーパーマトリクス S は

$$S = \begin{pmatrix} 0 & \cdots & 0 & c_1^1 & \cdots & c_l^m \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & c_l^1 & \cdots & c_l^m \\ x_1^1 & \cdots & x_1^l & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_m^1 & \cdots & x_m^l & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix}$$

となる．

ANP では，各代替案の視点から評価基準を一对比較し，代替案ごとに評価基準の重要度を求める．ただし，各代替案に対する評価基準の重要度が既知であれば，一对比較を行うことなくその値を用いてもよいとされている．本手法では，ある代替案を評価した意思決定者の評価基準に関する一对比較から，その代替案に対する評価基準の重要度を求める．これを，各代替案に対する評価

基準の既知の重要度であるとみなすと、スーパーマトリクスによる総合重要度の統合は妥当であるといえる。

3. 数値例

本手法を不完全情報の問題に適用した例を示す。ここでは、4人の意思決定者 ($DM_i (i=1, \dots, 4)$) が、六つの代替案 ($A_j (j=1, \dots, 6)$) を、二つの評価基準 ($C_k (k=1, 2)$) のもとで評価する場合を考える。それぞれの意思決定者の、各評価基準のもとでの代替案の重要度を、Table 1 に示す。この例では、 DM_1 は代替案 1, 2, 3, 4, 6 を、 DM_2 は代替案 2, 5, 6 を、 DM_3 は代替案 1 のみを、 DM_4 は代替案 2, 3, 4, 5 を評価している。そのため、例題に対する評価グラフは Fig. 2 のようになり、連結であることがわかる。したがって、定理 1 より、集団としての代替案の

重要度は一意に求まる。

ここで、意思決定者は、それぞれ異なった正規化手法を用いているので、意思決定者 2, 3, 4 の重要度の和は 1 となっていないことに注意しておく。

それぞれの評価基準のもとで、(1) 式により集約した結果を Table 2 に示す。Table 1 より、 C_1 のもとでの代替案の相対的重要度は、それぞれの意思決定者が比較している部分だけをみると、すべての意思決定者において $a_1 : a_2 : a_3 : a_4 : a_5 : a_6 = 3 : 1 : 1 : 2 : 2 : 2$ となっている。Table 2 より、 C_1 のもとでの集約された重要度もまた、この比となっており、定理 2 を満たしていることがわかる。また、(1) 式の最適値を D とすると、 $D=0$ となり、各意思決定者の評価が一致していることを示している。また、 C_2 のもとでは、各意思決定者の代替案に対する相対重要度が異なっているため、 D の値は 0 ではない。この値が大きくなるほど、集団の選好が大きくばらついていることを示し、コンセンサスを得るためには、各意思決定者の評価を修正する必要があることを示唆している。つぎに、この例題での、意思決定者ごとの評価基準の一対比較行列を、Table 3 に示す。

この例題では、 A_1 を評価しているのは DM_1 、 DM_3 だけであるので、 A_1 を評価する際の評価基準の重要度は、この 2 人の一対比較行列の幾何平均より求められ、その結果は Table 4 のようになる。同様に、それぞれの代替案を評価する際の評価基準の重要度を求めると、

Table 1 Local weights under criteria

C_1	DM_1	DM_2	DM_3	DM_4
A_1	0.300		0.400	
A_2	0.100	0.500		0.500
A_3	0.100			0.500
A_4	0.200			1.000
A_5		0.500		0.500
A_6	0.200	1.500		

C_2	DM_1	DM_2	DM_3	DM_4
A_1	0.069		0.200	
A_2	0.414	0.500		1.000
A_3	0.103			1.000
A_4	0.207			0.500
A_5		1.000		0.500
A_6	0.207	0.500

Fig. 2 Evaluation graph of the example

Table 2 Aggregated local weights

	C_1	C_2
x_1	0.273	0.087
x_2	0.091	0.227
x_3	0.091	0.170
x_4	0.182	0.147
x_5	0.091	0.213
x_6	0.182	0.156
w_1	0.909	0.661
w_2	0.182	0.270
w_3	0.682	0.433
w_4	0.182	0.231
D	0	0.021

Table 3 Pairwise matrices of criteria

DM_1	C_1	C_2
C_1	1	1
C_2		1

DM_2	C_1	C_2
C_1	1	3
C_2		1

DM_3	C_1	C_2
C_1	1	2
C_2		1

DM_4	C_1	C_2
C_1	1	1/2
C_2		1

Table 4 Weights of criteria for A_1

A_1	C_1	C_2	Weight of criterion
C_1	1	$\sqrt{1 \times 2}$	0.586
C_2		1	0.414

Table 5 Weights of criteria for each alternative

	C_1	C_2
A_1	0.586	0.414
A_2	0.551	0.449
A_3	0.414	0.586
A_4	0.414	0.586
A_5	0.551	0.449
A_6	0.634	0.367

Table 6 Global weights of the example

Alternative	Global weight
A_1	0.853
A_2	0.705
A_3	0.584
A_4	0.758
A_5	0.675
A_6	1.000

Table 5 のようになる。

Table 2, 5 の結果よりスーパーマトリクスを構成し、代替案の総合重要度を算出した結果を、Table 6 に示す。なお、この計算は、参考文献 [12] にあるパワー法を用いて行った。

Table 6 より、集団としての意思決定の結果、代替案 A_6 の重要度が最も大きく、この集団は A_6 を最も高く評価していることがわかる。このように、本手法では、不完全情報の場合にも各意思決定者の選好を集約し、集団としての選好を得ることができた。

4. おわりに

本論文では、集団意思決定において、不完全情報となる場合にも対応できる、新たな集団意思決定法を提案した。提案する手法では、それぞれの評価基準のもとでの代替案の重要度の統合、評価基準の重要度の統合、総合重要度の算出の三つの部分からなる。評価基準のもとでの代替案の重要度は、各意思決定者が算出した、代替案の重要度の相対的な比の値の誤差を最小とするような二次計画問題により統合した。それぞれの代替案を評価する評価基準の重要度は、その代替案を評価した意思決定者のみの評価基準に対する一対比較行列から求めた。こうすると、代替案ごとに評価基準の重要度が異なるため、

総合重要度を求めるために、ANP のスーパーマトリクス法を用いた。簡単な例題に対し、提案した手法を適用した結果、不完全情報となる集団意思決定問題に対しても、集団としての重要度を求めることができた。

ここで提案した方法は、ANP を集団意思決定問題に拡張したものを見なすことができる。しかしながら、提案した方法は一つの枠組みにすぎない。また、本手法によって求められた結果は、そのままの形で採用される必要はなく、合意形成を目指すためには、他の集団 AHP と同様、フィードバック・アプローチを重視しなければならない。たとえば、(1) 式の結果である w^* や最適値 D を各意思決定者にフィードバックすることで、評価値の修正を促し、 w^* や D の変化から、集団としてどのように合意形成がなされるかを分析することが可能となると考えられる。このためには、定性的だけではなく定量的な評価をするための、詳細な研究が必要である。このほかにも、実際の集団意思決定に応用するにあたり、以下のような研究課題があると考えられる。

- 提案した方法では、それぞれの評価基準のもとでの重要度の統合を、(1) 式により行った。この部分に、大規模 AHP や、集団ストレス法を用いることも可能であり、これらとの比較が必要である。
- 提案した方法では、評価基準の重要度の統合を幾何平均で行っている。しかし、幾何平均は、どの意思決定者にとっても満足できない結果を生じるともいわれており、この部分にもその他の統合手法を用いることが考えられる。
- 提案した方法では、評価基準と代替案の二階層しか考慮されておらず、また、いわゆる外部従属法の状況しか考慮されていない。しかし、評価基準が多階層になることや、評価基準間での依存関係が存在することは、意思決定において不自然なことではない。したがって、本論文での枠組みを、このような状況にも対応できるように拡張することが考えられる。

参考文献

- [1] T. L. Saaty: *The Analytic Hierarchy Process*, McGraw Hill (1980)
- [2] T. L. Saaty: *The Analytic Network Process*, RWS Publications (1996)
- [3] 木下：孫子の兵法の数学モデル，講談社 (1998)
- [4] 刀根：ゲーム感覚意思決定法，日科技連 (1986)
- [5] 山田，杉山，八巻：合意形成モデルを用いたグループ AHP；*Journal of the Operations Research Society of Japan*, Vol. 40, pp. 236-244 (1997)
- [6] 中西，木下：集団意思決定ストレス法の集団 AHP への適用；*Journal of the Operations Research Society of Japan*, Vol. 41, pp. 560-571 (1998)
- [7] M. Nakanishi and E. Kinoshita: Inter-viewpoint stress methods and group decision making stress method; *Proceedings of the Fifth International Sym-*

- posium on the Analytic Hierarchy Process*, p. 290 (1999)
- [8] P. T. Harker: Incomplete pairwise comparisons in the Analytic Hierarchy Process; *Mathematical Modelling*, Vol. 9, pp. 837–848 (1987)
 - [9] 高橋：AHP から ANP への諸問題；オペレーションズ・リサーチ, Vol. 43, No. 2, pp. 100–104 (1998)
 - [10] 八巻, 関谷: 複数の評価者を想定した大規模 AHP の提案と人事評価への適用; *Journal of the Operations Research Society of Japan*, Vol. 42, pp. 405–420 (1999)
 - [11] P. T. Harker and L. G. Vargas: The theory of ratio scale estimation: Saaty's Analytic Hierarchy Process; *Management Science*, Vol. 33, pp. 1383–1403 (1987)
 - [12] K. Tajiri, Y. Sagayama and H. Tamura: On a revised Analytic Network Process (ANP) for avoiding irrational rank reversal – A revised normalization procedure and calculation method –; *Proceedings of the Fifth International Symposium on the Analytic Hierarchy Process*, pp. 141–146 (1999)
-