スーパーバイザ制御における可観測性とノーマル性の関係*

高井 重昌[†]・石丸 洋平[†]

Relationship between Observability and Normality in Supervisory Control*

Shigemasa TAKAI[†] and Yohei ISHIMARU[†]

1. はじめに

スーパーバイザ制御 [1] は離散事象システムの論理的な制御問題を解くためのシステム理論的アプローチとして知られている。スーパーバイザによって観測できない不可観測事象が存在するような部分観測のもとでのスーパーバイザ制御では、制御仕様として与えられた言語の可制御可観測部分言語を求め、それに対してスーパーバイザが構成される [2,3]。もし、最大可制御可観測部分言語が存在するならば、それに対して構成されたスーパーバイザは最も多くの事象列の生起を許容するという意味で最適なスーパーバイザである。しかし、可観測性が言語の和に関して閉じていないため、最大可制御可観測部分言語は一般には存在しない [2,3]。そこで、可観測性の代わりに、より強い概念であるノーマル性を考えると、ノーマル性は言語の和に関して閉じているため、最大可制御ノーマル部分言語は常に存在する [2,3]。最大可制御可観測部分言語の代わりに、この最大可制御ノーマル部分言語に対してスーパーバイザを構成することが一般的なアプローチとなっている。

しかし、最大可制御ノーマル部分言語は、可制御可観測部分言語の集合ではなく、その部分集合である可制御ノーマル部分言語の集合の最大要素であるに過ぎない。そのため、最大可制御ノーマル部分言語に対して構成されたスーパーバイザによって制御されたシステムの振舞いは一般に保守的になる。そこで本速報では、可制御ノーマル部分言語の集合が可制御可観測部分言語の集合に対してどのような制限を加えたものであるのかを明らかにするため、可制御性のもとでの可観測性とノーマル性の関係について考察する。そして、可制御性のもとで、参考文献 [4] で示された不可観測事象に関するある条件を可観測性に加えるとノーマル性と等価になることを示す。

* 原稿受付 2002年4月2日

[†] 和歌山大学 システム工学部 Faculty of Systems Engineering, Wakayama University; 930 Sakaedani, Wakayama city, Wakayama 640-8510, JAPAN

Key Words: discrete event system, supervisory control, partial observation, observability, normality.

2. 準備

有限の事象集合 Σ をもつ離散事象システム G を考える。 Σ^* は、空列 ε を含んだ、 Σ の要素からなるすべての有限事象列の集合とする。 Σ^* の任意の部分集合を言語とよぶ。任意の事象列 $t \in \Sigma^*$ と $s \in \Sigma^*$ において、 $tu = s$ なる $u \in \Sigma^*$ が存在するとき、 t は s の接頭語であるという。そして任意の言語 $L \subseteq \Sigma^*$ に対して、

$$\bar{L} = \{t \in \Sigma^* \mid \exists u \in \Sigma^*; tu \in L\}$$

とおく。 $L = \bar{L}$ ならば L は閉じているという。

対象とする離散事象システム G の振舞いは、 G によって生成される事象列の集合である閉じた言語 $L(G)$ で記述される。スーパーバイザ制御では、スーパーバイザは対象システム G で生じた事象列を観測し、つぎに生起可能な事象を制限する。本速報では、スーパーバイザは一部の事象の生起のみが観測できる部分観測のもとでのスーパーバイザ制御を考える。そこで、事象の集合 Σ はスーパーバイザが観測できる可観測事象の集合 Σ_o と観測できない不可観測事象の集合 Σ_{uo} とに分割されるとする [3]。そして、写像 $P: \Sigma^* \rightarrow \Sigma_o^*$ を次のように帰納的に定義する。

- $P(\varepsilon) = \varepsilon$
- 任意の $s \in \Sigma^*$ と任意の $\sigma \in \Sigma$ に対して、

$$P(s\sigma) = \begin{cases} P(s)\sigma, & \text{if } \sigma \in \Sigma_o \\ P(s), & \text{otherwise} \end{cases}$$

である。

つまり、任意の事象列 $s \in \Sigma^*$ に対して、 $P(s) \in \Sigma_o^*$ は s から Σ_{uo} の要素である不可観測事象を取り除くことによって得られる事象列である。また Σ_c と Σ_{uc} はそれぞれ、スーパーバイザがその生起を禁止できる可制御事象、禁止できない不可制御事象の集合とする [1]。

スーパーバイザ制御において重要な概念である可制御性、可観測性、ノーマル性は次のように定義される。

言語 $L \subseteq L(G)$ は、

- $\bar{L}\Sigma_{uc} \cap L(G) \subseteq \bar{L}$ ならば可制御 [1]
- 任意の $s, s' \in \bar{L}$ と任意の $\sigma \in \Sigma_c$ に対して、

$$[P(s) = P(s')] \wedge [s\sigma \in \bar{L}] \wedge [s'\sigma \in L(G)] \\ \Rightarrow [s'\sigma \in \bar{L}]$$

ならば可観測 [2,3]

- $L(G) \cap P^{-1}P(\bar{L}) \subseteq \bar{L}$ ならばノーマル [2,3]

である。

つぎの命題に述べるように、ノーマル性は可観測性よりも強い概念であることが知られている [2,3]。

【命題 1】 任意の言語 $L \subseteq L(G)$ に対して、 L がノーマルならば可観測である。

また、不可観測事象に関する、ノーマル性の別の必要条件も与えられている [4]。

【命題 2】 任意の言語 $L \subseteq L(G)$ に対して、 L がノーマルならば、

$$\bar{L}\Sigma_{uo} \cap L(G) \subseteq \bar{L} \quad (1)$$

が成り立つ。

(1) 式の直感的な意味は、言語 $L \subseteq L(G)$ をシステムの振舞いとして実現するには、不可観測事象を禁止してはならないということである。

3. 可観測性とノーマル性の関係

3. では、可制御性のもとで、可観測性とノーマル性の関係について考察する。

命題 1, 2 はノーマル性の二つの必要条件を示している。次の定理に示すように、可制御性のもとでは、これら二つの条件は必要十分条件となる。

【定理 1】 任意の可制御言語 $L \subseteq L(G)$ に対して、つぎの二条件は等価である。

- L は可観測、かつ (1) 式が成り立つ
- L はノーマルである

(証明) **命題 1, 2** より、 L が可観測、かつ (1) 式が成り立つならば、 L はノーマルであることを示せばよい。

$L = \emptyset$ ならば、 L はノーマルである。よって、 $L \neq \emptyset$ の場合を考える。 $s \in \Sigma^*$ を $s \in L(G) \cap P^{-1}P(\bar{L})$ なる任意の事象列とする。 s の長さを n とし、 s の長さ i ($i \leq n$) の接頭語を s_i とする。 $L(G)$ は閉じているため、 $s_i \in L(G)$ である。

$L \neq \emptyset$ であるから、

$$s_0 = \varepsilon \in \bar{L}$$

である。いま、任意の j ($j < n$) に対して、 $s_j \in \bar{L}$ と仮定し、そのとき $s_{j+1} \in \bar{L}$ となることを示す。 $s_{j+1} = s_j\sigma$ とおき、以下のように三つの場合に分けて考える。

$\sigma \in \Sigma_{uc}$ ならば、 L の可制御性より、

$$s_{j+1} \in \bar{L}\Sigma_{uc} \cap L(G) \subseteq \bar{L}$$

である。また、 $\sigma \in \Sigma_{uo}$ ならば、(1) 式より、

$$s_{j+1} \in \bar{L}\Sigma_{uo} \cap L(G) \subseteq \bar{L}$$

である。最後に $\sigma \in \Sigma_c \cap \Sigma_o$ の場合を考える。 $s \in L(G) \cap P^{-1}P(\bar{L})$ であるから、 $P(s) = P(s')$ なる $s' \in \bar{L}$ が存在する。さらに、 $\sigma \in \Sigma_o$ であるから、 s' は σ を含むことになり、 $P(s_j) = P(s'_k)$ となるような s' の接頭語 $s'_k\sigma$ が存在する。 $s'_k \in \bar{L}$ 、 $s'_k\sigma \in \bar{L}$ かつ $s_{j+1} = s_j\sigma \in L(G)$ であるから、 L の可観測性より、 $s_{j+1} \in \bar{L}$ である。

したがって、任意の s の接頭語 s_i に対して、 $s_i \in \bar{L}$ となる。 $s = s_n$ であるから、 $s \in \bar{L}$ であることが示された。ゆえに、 L はノーマルである。□

参考文献 [5] の定理 2 では、 $\Sigma_c \subseteq \Sigma_o$ ならば、可制御性のもとで可観測性とノーマル性が等価になることが述べられている。 $\Sigma_c \subseteq \Sigma_o$ という仮定は $\Sigma_{uo} \subseteq \Sigma_{uc}$ と等価である。よってこの仮定のもとでは、 L の可制御性より、

$$\bar{L}\Sigma_{uo} \cap L(G) \subseteq \bar{L}\Sigma_{uc} \cap L(G) \subseteq \bar{L}$$

となり、(1) 式が常に成り立つ。つまり、参考文献 [5] の定理 2 は定理 1 の特別な場合となっている。

部分観測のもとでのスーパーバイザ制御問題では、与えられた言語 $K \subseteq L(G)$ の可制御可観測部分言語を計算し、それに対してスーパーバイザを構成する [2,3]。そこで、 K の可制御可観測部分言語の集合を $CO(K)$ とおく。一般には $CO(K)$ の最大要素である最大可制御可観測部分言語は存在しない [2,3]。しかし、 K の可制御ノーマル部分言語の集合 $CN(K)$ を考えると、 $CN(K) \subseteq CO(K)$ であり、 $CN(K)$ の最大要素である最大可制御ノーマル部分言語が常に存在する [2,3]。そこで、この最大可制御ノーマル部分言語に対して、スーパーバイザを構成することが一般的なアプローチとなっている。定理 1 より、 $CN(K)$ は不可観測事象を禁止してはならない可制御可観測部分言語の集合となっている。したがって、最大可制御ノーマル部分言語に対して構成されたスーパーバイザは、不可観測事象は禁止しないという制御動作の制限のもとで、最も多くの事象列の生起を許容したものと解釈することができる。しかし、その制御動作の制限のため、最大可制御ノーマル部分言語に対して構成されたスーパーバイザによって制御されたシステムの振舞いは一般に保守的になる。

4. おわりに

本速報では、可制御性のもとで、可観測性とノーマル性の関係を明らかにした。そしてその結果から、可観測性の代わりにノーマル性を用いるということは、不可観測事象は禁止しないという制御動作の制限を加えることと等価になることが明らかになった。

参考文献

- [1] P. J. Ramadge and W. M. Wonham: Supervisory control of a class of discrete-event processes; *SIAM J. Contr. Optim.*, Vol. 25, No. 1, pp. 206-230 (1987)
- [2] R. Cieslak, C. Desclaux, A. S. Fawaz and P. Varaiya:

- Supervisory control of discrete-event processes with partial observations; *IEEE Trans. Automat. Contr.*, Vol. 33, No. 3, pp. 249–260 (1988)
- [3] F. Lin and W. M. Wonham: On observability of discrete-event systems; *Inform. Sci.*, Vol. 44, No. 3, pp. 173–198 (1988)
- [4] W. M. Wonham: *Notes on Control of Discrete-Event Systems*, Dept. Elect. Comput. Eng., Univ. Toronto (1999)
- [5] R. Kumar, S. Nelvagal and S. I. Marcus: A discrete event systems approach for protocol conversion; *Discrete Event Dynamic Syst.: Theory and Appl.*, Vol. 7, No. 3, pp. 295–315 (1997)
-