多様な需要モデルに適応する最適発注点・発注量同時決定*

村瀬康比古[†]・増田 士朗[†]・福田 収一[†]

Simultaneous Determination of OP and OQ for Various Demand Models *

Yasuhiko MURASE[†], Shiro MASUDA[†] and Shuichi FUKUDA[†]

We have proposed the safety stock model for various demand conditions in the previous papers. The papers gave some solutions for various demand distribution models which change serially and quickly, and proposed the safety stock model whose control is enabled at the fill rate of setting demand sufficiency. This paper is based on the practice of application deployment on the previous study, and we propose the new model which makes the minimum total cost by determining Ordering Point and Order Quantity simultaneously.

1. はじめに

最も一般的な「OP+EOQ」在庫モデルは、発注点 (Ordering Point) と経済的発注量 (Economic Order Quantity) の両立によって顧客満足と需給調整の適正化を意図している。しかし、既存理論を実務に適用した場合に乖離が多々ある。Coleman[1] は、需要分布のモデルが現実と異なるために、目標設定されたサービスレベルと運営結果との間に乖離が生じる問題があると指摘している。また、Silver[2] は、正規分布とは異なる分布の適用について解説しているが、おもな観点は分布の形、変動係数、荷動日率である。Fortuin[3] は Gaussian, Logistic, γ , Weibull, Log-normal 等の分布を比較検討し分布の違いによる影響は少ないとも述べているが、着眼点は分布の形状の違いのみであり、変動係数も 0.16 と小さい場合でしか比較されていない。しかし、実際の需要モデルはより広範囲でかつ複合的な需要分布特性であり、従来のアプローチは変動係数、歪度、断続的需要等のそれぞれに対する個別対応的な取り組みに留まっているといえる。

この問題に対し、最近著者らは広範囲な需要分布特性に統合的に対応するという観点から、

- (1) 実需要分布が正規分布および変動係数が 0.3 を上回り、また断続的に需要が生じることを想定した二項・切断正規分布に準拠した発注点の決定方法。
- (2) 基準発注量の考え方に基づく発注量比率補正型在庫モデルの導入。

を取り入れた新しい在庫モデルを提案した [4,5]。その結果、標準的な「OP+EOQ」在庫モデルに比べ、格段に精度よく結果品切れ量率を設定品切れ量率に制御することが可能であることを示した。

企業経営において在庫モデルを設定する場合、経営理念や方針に基づき選択を行うことが肝要である。既報提案モデルはすでに計算されている経済発注量 (EOQ) に対し顧客満足度の重要な要素である設定需要充足率を一定に維持するよう発注点 (OP) を制御するシステムである。したがって、経済性のある程度犠牲にして顧客満足度に対する方針を優先したモデルといえる。経済性を最重点においた場合は、在庫費、発注費、品切れ損失の 3 要素から構成される在庫にかかわるトータルコストの最小化という観点からの検討が必要である。

トータルコストの算出方法は数種類のバリエーションがあるが、品切れ損失を量で扱う方法として Silver[2] らは McClain and Thomas[6] が提示している方程式を B_2 コストとして示している。さらに、この方程式を発注量 (OQ) と安全係数 (α) について各々偏微分し零と置くことにより同時に最適値が得られる。 B_2 コスト算出式は基本的に需要モデルを正規分布として導出されている。また、 γ , Weibull 等の他の分布についても検討され

* 原稿受付 2003 年 8 月 29 日

[†] 東京都立科学技術大学 Tokyo Metropolitan Institute of Technology; 6-6, Asahigaoka, Hino city, Tokyo 191-0065, JAPAN

Key Words: inventory control, B_2 model, safety stock, truncated normal distribution, binominal distribution.

ている．さらに，Lau and Zaki[7] は需要モデルとして Pearson, Schmeister-Deutsch を用いトータルコストへの影響度を論じている．しかし，これらの研究ではトータルコストに対する需要分布の形状による影響度は小さいとしている．これも先に述べた Fortuin[3] と同様に，扱っている需要モデルの範囲が狭い．いわゆる近正規分布での検討に止まっていることを意味する．

そこで，本論文では既報研究の成果を，発注点と発注量を同時に最適化しトータルコストを最小にするモデルへ展開し，広範囲で時系列変化の激しい需要モデルに適用するモデルを提案する．具体的な検討プロセスは最初に既存の B_2 コスト算出モデルを提示する．つぎに，提案の B_2 コストモデルについては導出過程を含め算出式を提示する．さらに，想定需要モデルである二項・切断正規分布に基づく生成データを用いたシミュレーションによってモデルを比較検討する．最終的には実需要データを用いて検証する．

2. 既報研究における提案法の要約

つぎのような課題を想定し提案法を導出した[4,5]．第1に，需要分布が二項・切断正規分布に従うと想定し，さらに発注量基準という考え方を導入した．第2に，ランダム生成した需要データ (N:5000) から設定品切れ量率 (F) とシミュレーション結果の品切れ量率 (F_j) の関係を，分布代表値と制御変数からなる回帰方程式で導出し安全係数を補正する．さらに，発注量比率でその安全係数を補正し発注点の適正值を求めた．最後に，提案法を複数の実需要データを用いて確認し汎用性を検証した．

従来の在庫モデルでは個々の需要分布における状態を平均値と偏差のみを用いて制御していた．提案法では，変動係数，荷動日率，歪度等の需要分布代表値，設定パラメータ等からなる回帰方程式で表し，多面的に需要モデルにまつわる状態をとらえ制御をしている．

既報研究で提示したアルゴリズムを下記に示す．式中に用いられる記号は Table 1 および下記に示す如くである．ただし，本論文で示すアルゴリズムはシミュレーションに用いた形式で表示する．アルゴリズムに使用される記号のうち，たとえば Q_n の添字 n は n 日を意味する．また， $\alpha_{k:n}$ は n 日の α_k を意味する． Q , α_k が他の記号に変わっても同様である．また，品切れ量率は (Shortage Rate = 1 - Fill Rate) と同意義である．

X_n : n 日の需要

Y_n : n 日の調達期間中の需要，

$\sum_{i=0}^{T-1} X_{n-i}$ により算出

$\bar{Y}_n$: n 日の調達期間中需要の 20 日移動平均

$\sigma_{L:n}$: n 日の調達期間中需要の標本標準偏差，

Table 1 Variables for the regression analysis (F_j is a dependent variable, others are independent variables. Symbol is denoted as Syb. henceforth.)

Syb.	Description
F_j	Shortage rate in simulation result. It is regarded as the set value F .
F	Set value for shortage rate. It is regarded as rectified shortage rate (F_e).
T	Replenishment lead time, which 1~5 days
H	Coefficient of variation. This is calculated from data including the demand 0. $\sigma/\bar{X}$
H_p	Coefficient of variation(pure). This is calculated from data excepting the zero demand. $\sigma_p/\bar{X}_p$
C	Intermittent demand ratio. The rate of actual shipment days to operated days
S	Skewness. The value showing the degree of asymmetry of the both sides in the average value of distribution
D_m	Dummy variable. The value of D_m is 3 if $H_p \leq 0.47$, or 1 otherwise.

$$\sqrt{\frac{1}{19} \sum_{i=0}^{19} (Y_{n-i} - \bar{Y}_n)^2} \text{ により算出}$$

R_n : 年間需要量，ユニット/年，240 日操業，

$$12 \sum_{i=0}^{19} X_{n-i} \text{ により算出}$$

Q_n : 発注量，ユニット

$\alpha_{k:n}$: 基準発注量の安全係数

$\alpha_{L:n}$: 最終的な発注点の安全係数

K : 発注費用，円/発注回数

P : 製商品価格，円/ユニット

I : 在庫維持費率，/年

最初に，多面的に需要モデルにまつわる状態をとらえるための回帰方程式は補正設定品切れ率 (1) 式として求め，基準発注量に用いる．ちなみに，(1) 式の自由度修正済み決定係数は 0.966 である．また，(1) 式中の各分布代表値は過去 20 日間の需要データから移動計算によって算出するが，EXCEL 関数により容易に求められる．

$$F_{e:n-1} = \left[\frac{C_{n-1}^{0.305} D_{m:n-1}^{0.092} (F + 0.01)}{0.0867 H_{n-1}^{0.576} (T + 1)^{0.069} (S_{n-1} + 3)^{0.88}} \right]^{1.268} - 0.02 \quad (1)$$

つぎに，(1) 式から安全係数 $\alpha_{k:n-1}$ を求める． $\alpha_{k:n-1}$ は，(2) 式に対応する正規分布表より求める安全係数の値である．これにより基準発注量 (3) 式を算出する．つ

ぎに、経済発注量 (4) 式を算出する。

$$F_{k:n-1} = 1.124 F_{e:n-1}^{0.805} \quad (2)$$

$$s_{B:n} = \bar{Y}_{n-1} + \alpha_{k:n-1} \sigma_{L:n-1} \quad (3)$$

$$Q_n = \sqrt{\frac{2R_{n-1}K}{PI}} \quad (4)$$

(2) 式, (3) 式, (4) 式から発注比率補正された品切れ率 (5) 式を算出し, 正規分布表より (5) 式に対応した安全係数 $\alpha_{L:n-1}$ が求められる。これにより発注点 (6) 式が算出される。この (6) 式により適正な発注タイミングをあたえ, 経済発注量 (4) 式を発注する。

$$F_{L:n-1} = F_{k:n-1} \frac{Q_n}{s_{B:n}} = 1.124 F_{e:n-1}^{0.805} \frac{Q_n}{s_{B:n}} \quad (5)$$

$$s_n = \bar{Y}_{n-1} + \alpha_{L:n-1} \sigma_{L:n-1} \quad (6)$$

以上の検討プロセスをまとめ Fig. 1 に示す。図中の (1) 式等は前述したアルゴリズムの式番号である。実務で使用する場合は, Fig. 1 の回帰方程式以降のハッチングされた部分の式を適用すればよい。回帰方程式 (1) 式は汎用性のある補正式であり, 多様な需要モデルにそのまま適用できる。

Fig. 1 Derivation process of safety stock for various demand distribution

3. 既存 B_2 トータルコスト算出式

年間トータルコストは (7) 式で示される [2]。ただし, アルゴリズムはシミュレーションに用いた形式で表示している。第 1 項は年間発注費用, 第 2 項は在庫費用, 第 3 項は量換算された品切れ量率から算出される品切れ損失額を表す。

$$Tc_n = \frac{R_{n-1}K}{Q_n} + \left(\frac{Q_n}{2} + \alpha_n \sigma_{L:n-1} \right) PI + \frac{PB_2 R_{n-1} \sigma_{L:n-1} f(\alpha_n)}{Q_n} \quad (7)$$

α_n : 安全係数

B_2 : 品切れ損失費率, /ユニット

$f(\alpha_n)$: 品切れ量率を見出すための関数で

下記式から求められる

$$f(\alpha_n) = \int_{\alpha_n}^{\infty} (t - \alpha_n) \phi(t) dt \quad (8)$$

ここで, $\phi(t)$ は正規分布である。Silver[2] らや Brown[8] は $f(\alpha)$ と正規分布との関係を換算表で示しているが, 本論文ではこの関係を回帰方程式 (2) 式で表して用いる [5]。ただし, (2) 式で示した回帰方程式の逆関数として (9) 式を用いる。ちなみに, (9) 式の自由度修正済み決定係数は 0.998 である。

$$f(\alpha_n) = \left(\frac{F_{\alpha_n}}{1.124} \right)^{1/0.805} = \left(\frac{\int_{\alpha_n}^{\infty} \phi(t) dt}{1.124} \right)^{1.242} \quad (9)$$

F_{α_n} は安全係数 α_n に対応する正規分布表より求められる品切れ回数率である。これを受け, (7) 式を書き直すと (10) 式となる。

$$Tc_n = \frac{R_{n-1}K}{Q_n} + \left(\frac{Q_n}{2} + \alpha_n \sigma_{L:n-1} \right) PI + \frac{PB_2 R_{n-1} \sigma_{L:n-1}}{Q_n} \left(\frac{\int_{\alpha_n}^{\infty} \phi(t) dt}{1.124} \right)^{1.242} \quad (10)$$

ここで, トータルコストを最小にする発注点と発注量を求めるためには, (10) 式を α_n および Q_n で偏微分して 0 とおくことによって求められる。 α_n で偏微分するのは最適安全係数を求めることが最適な発注点を求めることになるからである。

$$\frac{dTc_n}{d\alpha_n} = \sigma_{L:n-1} PI - \frac{PB_2 R_{n-1} \sigma_{L:n-1}}{0.931 Q_n} \phi(\alpha_n) \left(\int_{\alpha_n}^{\infty} \phi(t) dt \right)^{0.242} \quad (11)$$

$$\frac{dTc_n}{dQ_n} = \frac{PI}{2} - \frac{R_{n-1}K}{Q_n^2} - \frac{PB_2 R_{n-1} \sigma_{L:n-1}}{1.156 Q_n^2} \left(\int_{\alpha_n}^{\infty} \phi(t) dt \right)^{1.242} \quad (12)$$

(11) 式, (12) 式をそれぞれ 0 とおき, 両式を満足させる α_n および Q_n が最適安全係数 (α_n^*) および最適発注量 (Q_n^*) である。

4. 提案 B_2 トータルコスト算出式

4.1 提案モデルの考え方

提案モデルは既報研究 [4,5] の成果を展開し, 広範囲で時系列変化の激しい需要モデルに適応し, トータルコスト最小化を実現することが目的である。提案モデルの年間トータルコストを (13) 式に示す。

$$Tc_n = \frac{R_{n-1}K}{Q_n} + \left(\frac{Q_n}{2} + \alpha_{L:n} \sigma_{L:n-1} \right) PI + PB_2 R_{n-1} F_n \quad (13)$$

(7) 式に示す既存モデルと提案モデルの違いは、第一に既存モデルは第2項の安全係数(α_n)に対応して第3項に量換算された品切れ量率($f(\alpha_n)$)を用いているが、提案モデルは第3項の品切れ量率(F_n)に対応した第2項の安全係数(α_{L_n})を用いている。これは既存モデルが品切れ回数率基準のOPモデルから展開されているが、提案モデルは品切れ量率基準のOPモデルからの展開であることによっている。

第二に既存モデルは適応する需要モデルの範囲が狭い。いわゆる、近正規分布の範疇でのモデルである。しかし、現実の需要モデルはより広範囲でかつ複合的な需要分布特性である。したがって、既存モデルをそのまま適用した場合、既報研究で明らかにしたように設定と運営結果の品切れ量率が大幅に乖離するという結果と同様に計算値と実績値の間に乖離が発生する。提案モデルは需要モデルが二項・切断正規分布であると想定し導出した回帰方程式により補正し、広範囲でかつ複合的な需要分布特性に適応して(13)式第3項中の品切れ量率(F_n)を満たすような第2項中の安全係数($\alpha_{L:n}$)を構成し、計算値と実績値の近似を目指すことにある。

補正された安全係数($\alpha_{L:n}$)は下記するような過程で導出される。(6)式中で示した補正された安全係数 $\alpha_{L:n}$ は、正規分布表より(5)式で示される補正設定品切れ量率 $1.124F_{e:n-1}^{0.805}Q_n/s_{B:n}$ に対応する値である。しかし、本論文ではトータルコストの最小値を求めるため(13)式を偏微分する必要がある。この過程を容易に行うため、設定品切れ量率 F に対応する安全係数 α_w の関数として補正された安全係数 $\alpha_{L:n}$ を求める。回帰方程式を求めるためのシミュレーションデータや方法は既報研究[5]と同様のものを用いている。

先に述べた(9)式の $f(\alpha)$ と正規分布の関係を安全係数について回帰方程式で表すと下記ようになる。 α_w は、 $f(\alpha)$ に対応する安全係数である。求めた回帰方程式の自由度修正済み決定係数は0.999であった。

$$\alpha_w = 1.0418\alpha - 0.3157 \quad (14)$$

(14)式はシミュレーションデータにおける設定品切れ率の量変換した設定安全係数の換算に用いる。

つぎに、(3)式に相当する、基準発注量の安全係数を求める重回帰分析を行うが、その手順を以下に説明する。まず、作業仮説を立てる必要がある。作業仮説とは当面の分析を進めるための仮説であり、この仮説が棄却された場合には、また別の仮説を立てて再検討するという意味である。作業仮説は下記の内容からなる。

- (1) 第一に従属変数(D.V., 目的要因)と関連する独立変数(I.V., 説明要因)の設定である。
 - (2) 第二に従属変数と独立変数がどのような構造で関係するのか、関数形の設定が必要である。
- 関数形には次のような形があり、今回の分析においては

全てを試みている。

$$\text{加法(線型)}: Y = a_0 + a_1X_1 + a_2X_2 + \cdots a_nX_n$$

$$\text{乗法一べき乗}: Y = a_0X_1^{a_1}X_2^{a_2}\cdots X_n^{a_n}$$

$$\text{指数}: Y = a_0a_1^{X_1}a_2^{X_2}\cdots a_n^{X_n}$$

$$Y: \text{従属変数}, X_i: \text{独立変数}, a_i: \text{係数}, i=1, 2, \dots, n$$

変数については、Table 2に示す α_j に従属変数(D.V.)とし、他は独立変数(I.V.)として最終的に採用されたが、Table 2以外も用いている。乗法関数形の場合は変数を対数化して用いた。加法関数形の場合はTable 2の変数の他に、それらの変数を対数、べき乗および指数にして新たな変数も作成し検討に加えている。解析はEXCELの分析ツールを用いて試行錯誤的に行ったが、おもに、自由度修正済み決定係数(R^2)、理論値・実績値・相関値のグラフの傾向、多重共線性の有無等から作業仮説を評価し、変数の取捨選択および関数形を決定した。

Table 2 Variables for the regression analysis

Syb.	Description
α_j	Safety factor corresponding to the simulation result, it is regarded as the set value α_w .
α_w	Set value for safety factor which is calculated by equation(14). It is regarded as α_k .
T	Replenishment Lead time, which 1~5 days
H_p	Coefficient of variation(pure)
C	Intermittent demand ratio
S	Skewness
K_u	Kurtosis. The value which expresses the degree of acute angle and flatness
D_m	Dummy variable. The same as Table 1.

Table 3 Result of the regression analysis

D.V.	I.V.	Coeff.	St. error
α_j	Sec.	1.0525	0.0223
Statistic	α_w	0.6669	0.0026
R^2	D_m	-0.0244	0.0100
St. error	T	-0.0192	0.0011
Num.of data	C	0.7432	0.0205
	S	-0.3323	0.0106
	K_u	0.0482	0.0019
	H_p	-0.4956	0.0435

4700のシミュレーション結果を多変量解析した結果をTable 3に示すが、自由度修正済み決定係数(R^2)は約0.961であり、高い説明力を示している。ちなみに、乗法関数形におけるべき乗および指数の場合は、自由度修正済み決定係数が0.83および0.85と低く作業仮説を棄却し、Table 3に示す加法関数形を採用した。また、先

述の(1)式, (9)式, (14)式等も同様の手順での分析結果により求められたものである。

Table 3に示す結果安全係数 α_j を従属変数とした解析により, α_j が設定安全係数 α_w とどのような関係になるかを求めることができる。この関係を設定安全係数 α_w について解きなおすことによって結果安全係数を望ましいものに実現する見越し安全係数が求められる。このような考え方にに基づき導出された回帰方程式(15)式はTable 2中の設定安全係数 α_w を見越し設定安全係数 α_k に, α_j は設定安全係数 α_w に読み替えをしたものである。また, $\alpha_{L:n}$ の導出過程は4.2で述べる。

$$\alpha_k = 1.5\alpha_w + G \quad (15)$$

$$G = 0.743H_p - 1.114C + 0.029T + 0.0366D_m - 0.072K_u + 0.498S - 1.578 \quad (16)$$

4.2 提案モデルのアルゴリズム

前節の検討から, アルゴリズムをシミュレーションに用いた形式で記述すると下記ようになる。

(16)式は(17)式のように記述され, 安全係数 $\alpha_{k:n}$ を計算するため(18)式に用いる。(17)式中の各分布代表値は過去20日間の需要データから移動計算によって算出する。

$$G_{n-1} = 0.743H_{p:n-1} - 1.114C_{n-1} + 0.029T + 0.0366D_{m:n-1} - 0.072K_{u:n-1} + 0.498S_{n-1} - 1.578 \quad (17)$$

つぎに, (17)式の結果を(18)式に導入することにより安全係数 $\alpha_{k:n}$ を構成する。

$$\alpha_{k:n} = 1.5\alpha_{w:n} + G_{n-1} \quad (18)$$

そこで, (18)式の結果を(19)式に導入し基準発注量(19)式を構成する。

$$s_{B:n} = \bar{Y}_{n-1} + \alpha_{k:n}\sigma_{L:n-1} \quad (19)$$

さらに, 発注量比率で補正された安全係数 $\alpha_{L:n}$ を求める過程は(3)式の安全係数 $\alpha_{k:n}$ と(6)式の安全係数 $\alpha_{L:n}$ の関係を回帰方程式で求めればよい。回帰方程式は(20)式で示されるが, 自由度修正済み決定係数は0.98であり高い説明力を示している。これが発注点の安全係数 $\alpha_{L:n}$ である。

$$\alpha_{L:n} = 1.143\alpha_{k:n} - \frac{0.39Q_n}{s_{B:n}} + 0.216 \quad (20)$$

(20)式により, 発注点(21)式が構成される。

$$s_n = \bar{Y}_{n-1} + \alpha_{L:n}\sigma_{L:n-1} \quad (21)$$

ここで, 費用最小化のための目的式は(13)式の第三項 F_n を α_w に関して展開すると(22)式と表記される。

$$Tc_n = \frac{R_{n-1}K}{Q_n} + (Q_n/2 + \alpha_{L:n}\sigma_{L:n-1})PI + R_{n-1}PB_2 \int_{\alpha_{w:n}}^{\infty} \phi(t)dt \quad (22)$$

そしてさらに, (22)式を α_w に関する式として表すために, 式の導入順序は逆番になるが(20)式, (19)式, (18)式を順次導入し(23)式を得る。

$$Tc_n = \frac{R_{n-1}K}{Q_n} + \frac{Q_nPI}{2} + 1.143(1.5\alpha_w + G_{n-1})\sigma_{L:n-1}PI - \frac{0.39Q_n}{(\bar{Y}_{n-1} + (1.5\alpha_w + G_{n-1})\sigma_{L:n-1})} \sigma_{L:n-1}PI + 0.216\sigma_{L:n-1}PI + R_{n-1}PB_2 \int_{\alpha_{w:n}}^{\infty} \phi(t)dt \quad (23)$$

ここで, トータルコストを最小にする発注点と発注量を求めるためには, (23)式を $\alpha_{w:n}$ および Q_n で偏微分して0とおくことによって求められる。すなわち, 最適な安全係数 $\alpha_{w:n}^*$ を求めるための条件式を(24)式とし, 最適な発注量 Q_n^* を求めるための条件式を(25)式とする。

$$\frac{dTc_n}{d\alpha_{w:n}} = \sigma_{L:n-1}PI \left(\frac{0.585\sigma_{L:n-1}Q_n}{s_{B:n}^2} + 1.715 \right) - PB_2R_{n-1}\phi(\alpha_{w:n}) \quad (24)$$

$$\frac{dTc_n}{dQ_n} = PI \left(0.5 - \frac{0.39\sigma_{L:n-1}}{s_{B:n}} \right) - \frac{R_{n-1}K}{Q_n^2} \quad (25)$$

5. シミュレーションによる検証

5.1 シミュレーションの方法

シミュレーションの具体的な方法はEXCELのソルバー機能を用い, 近似方法は二次式, 探索方法は準ニュートン法で行った。パラメータは既存法と提案法についての次のように設定した。

- 既存 B_2 トータルコスト算出
 - － 最小化目的方程式：(10)式
 - － 変化させる変数： α_n および Q_n
 - － 条件式：(11)式, (12)式の左辺を0と置いた式
- 提案 B_2 トータルコスト算出
 - － 最小化目的方程式：(22)式
 - － 変化させる変数： $\alpha_{w:n}$ および Q_n
 - － 条件式：(24)式, (25)式の左辺を0と置いた式

また, 目的式および条件式中の変数で需要モデルに関する平均値, 調達期間中の需要の標準偏差, 歪み度等の各種の分布代表値は過去20日間のデータにより算出する。ソルバー機能による最適化計算は日毎に行い, 上述の目的式の値が最小になるよう繰り返し計算され最適な $\alpha_{w:n}^*$, Q_n^* が決定される。さらに, シミュレーション結果を解析するために, 個別需要データ毎にトータルコスト最小費用, 平均在庫, 品切れ量, 発注量, 安全係数, 発注量, 安全在庫, 発注回数を採取した。

検討結果の評価方法は提案モデルが既存モデルに比べ需要モデルの適用範囲の拡張を可能とするという目的を考慮し、制御変数や分布代表値など多面的な切り口から比較評価する。また、特性が明確な想定需要モデルである生成データと 6. で検討するが特性が不明確な実需要データのシミュレーション結果の分析により提案モデルおよび想定需要モデルの妥当性を確認する。

5.2 生成データによる結果

本研究で用いるランダム生成のデータは既報研究 [4,5] と同様に二項・切断正規分布を用いる。データは次のごとく生成し、シミュレーションのための需要データとした。平均値を 100 とし変動比を 4 レベル (0.3, 1, 2, 3) で切断正規分布の数値列 ($N=1300$) を作成し、さらに P 値 (荷動日率と同義) が 4 レベル (0.3, 0.5, 0.7, 1) の二項分布の乱数を発生させ、掛け合わせて、需要数値列とした (以後、生成データと称する)。シミュレーション設定条件を下記に示すが、実需データの実績に近似したパラメータ値を設定した。

$$K : 2000, P : 1000, I : 0.25, B_2 : 0.075$$

シミュレーション結果の解析を Figs. 2-5 に示す。Figs. 2, 3 はシミュレーション結果の抜粋であるが、

Fig. 2 Relationships between Tc ratio and T by the conventional model (random generated data)

Fig. 3 Relationships between Tc ratio and T by the proposed model (random generated data)

分母を最適化計算により算出された最小トータルコストとし、分子を実績値から算出された最小コストとした比 (以後、 Tc 比と称する) を縦軸に横軸に調達期間を置いた図である。図中凡例の 0.3:1 は生成データ作成時の変動係数が 0.3, 荷動日率が 1 であることを示す。実績値の最小トータルコスト Tc の計算は、「 $Tc = \text{平均在庫} * PI + \text{発注回数} * K + \text{品切れ量} * PB_2$ 」により算出した。

Fig. 2 の観察から、既存モデルは広範囲な需要モデルに対しバラツキが大きく、実績値が最適値として算出

されたトータルコストを大幅に上回り、乖離している。Fig. 3 の観察から、提案モデルは比率が 1 近辺であり最適計算値と実績値がほぼ近似、収束している。しかし、Figs. 2, 3 は調達期間を切り口とし、また凡例に示すように変動係数・荷動日率からなる複合的な需要分布特性で層別したものであり、分析・評価として不十分である。

そこで、さらに変動係数、荷動日率を切り口として層別し多面的に評価を加えた。Figs. 4, 5 は横軸を計算上の変動係数とした図である。ちなみに、生成データ作成時の変動係数・荷動日率 ($H_{nominal}:C$) で示す名目上の分布の状態と計算される変動係数 (H) の対比を Table 4 に示す。

Fig. 4 Relationships between Tc ratio and H by the conventional model (random generated data)

Fig. 5 Relationships between Tc ratio and H by the proposed model (random generated data)

Table 4 Comparison of the nominal and calculated H (random generated data)

$H_{nominal}:C$	0.3:1	1:1	2:1	3:1
H	0.3	0.62	0.7	0.72
$H_{nominal}:C$	0.3:0.7	1:0.7	2:0.7	3:0.7
H	0.75	0.98	1.07	1.08
$H_{nominal}:C$	0.3:0.5	1:0.5	2:0.5	3:0.5
H	1.1	1.34	1.40	1.47
$H_{nominal}:C$	0.3:0.3	1:0.3	2:0.3	3:0.3
H	1.64	1.89	1.95	2.00

既存モデルは変動係数が大になるにしたがって、実績のトータルコストは最適計算から算出されるトータルコストに比べて乖離が顕著となる。変動係数が大で、荷動日率が小さいほどその傾向が激しい。提案モデルは既存

モデルに比べ変動係数の変化に対し、一定のレベルで制御されている。そこで、さらに Figs. 6, 7 の解析を行った。これらは Figs. 4, 5 と同様に T_c 比の平均を縦軸に、横軸を荷動日率とした図である。荷動日率の変化に対し影響をみようとするものであるが、提案法は既存法に比べ一定のレベルで制御されていることが示されている。

Fig. 6 Relationships between T_c ratio and C by the conventional model (random generated data)

Fig. 7 Relationships between T_c ratio and C by the proposed model (random generated data)

以上の検討から判断できることは、既存モデルは変動係数および荷動日率が大になるほど最小計算値と現実値との乖離が大きくなることを示している。それに対し、提案法は最適計算から算出されたトータルコストと実績値がほぼ一致し、現実の経済活動における多様で広範囲な需要モデルに適應可能であることを示している。

6. 実需要データによる検証

実需要データの概要は Table 5 に示すが、著者が入手した某企業のある品種で 434 品目・103 日のデータである。表中の荷動日率は操業日数における出荷のあった日数の割合であり、変動係数は標準偏差/平均値である。表示するような荷動日率、変動係数の区分で各品目の需要を層別し、品目数、月平均出荷量の累計で品種の需要特性を示した。ただし、生成データと水準統一のためデータのうち荷動日率が 0.3 以上、変動係数が 2.5 以下の 362 品目・月平均出荷数：840,000 を検討に使用した。

Figs. 8, 9 は縦軸を T_c 比とし、横軸を変動係数とした図である。Figs. 10, 11 は Figs. 6, 7 と同様の図である。

先述の生成データによるシミュレーション結果と比較すると、変動係数および荷動日率の変化に対しほぼ同様の傾向にある。以上の検討結果と既報研究 [4] で検証し

Table 5 Profile of the actual demand data (C.N is cumulative number of items and C.D. is the cumulative demand.)

C	≤ 0.3	≤ 0.5	≤ 0.8	≤ 1
C.N.(%)	15.8	34.1	63.2	100
C.D.(%)	7.6	13.2	24.6	100
H	≤ 0.8	≤ 1.2	≤ 1.8	$1.8 <$
C.N.(%)	14.9	45.5	74.8	100
C.D.(%)	51.5	73.8	87.9	100

Fig. 8 Relationships between T_c Ratio and H by the conventional model (actual data)

Fig. 9 Relationships between T_c ratio and H by the proposed model (actual data)

Fig. 10 Relationships between T_c ratio and C by the conventional model (actual data)

たように、実需要データにおける突発需要などの異常値の存在を考慮すれば、提案モデルは既存モデルに比べ変化が速くかつ広範囲な実需要モデルに対し正確に適應しており、提案法の妥当性を示すものと判断できる。また同時に、想定需要モデルと実需要モデルの傾向が近似していることは需要モデルが二項・切断正規分布とした想定

Fig. 11 Relationships between T_c ratio and C by the proposed model (actual data)

7. おわりに

現実のビジネスプロセスにおける需要は変化の速度が速くかつ変動の中も大きい。先行研究においてもこの点に着眼し、多様な分布について検討がなされている。しかし、理論展開の容易さから変動係数が0.5以内の近正規分布の範疇での検討であり、また個別対応的な取り組みであった。したがって、在庫総費用最小化問題に関しても、その影響度は少ないという見解が多い。本論文の検討結果からも、変動係数が0.7以内では最適計算値と実績値がほぼ近い値になっていることから裏付けられる。

しかし、松丸[9]らも指摘しているように、現実の市場はさらに変化が激しく、先行研究の需要モデルの範囲を超えるウェイトも需要量の約50~60%を占めている。本研究の提案による、統合的に多様な需要モデルに対応し、最適計算値と実績が一致するモデルは市場の変化に直面する現実のビジネスプロセスに資すると考える。さらにこの成果を発展させ様々なパラメータの変化とビジネスモデルのあり方の関連について今後の課題としたい。

参考文献

- [1] B. J. Coleman: Determining the correct service level target; *Production and Inventory Management Journal*, Vol. 41, No. 1, pp. 19-23 (2000)
- [2] E. A. Silver, D. F. Pyke and R. Peterson: Inventory management and production planning and scheduling, 3rd edit, John Wiley & Sons, pp. 272-273 (1998)
- [3] L. Fortuin: Stock-control models; *Journal of the Operational Research Society*, Vol. 31, No. 10, pp. 937-942 (1980)
- [4] 村瀬, 増田, 福田: 二項・切断正規分布に準拠する回帰変換・発注量比率補正型在庫モデルの提案; 日本経営システム学会論文誌, Vol. 20, No. 1, pp. 41-51 (2003)
- [5] 村瀬, 増田, 福田: 量基準安全係数による回帰変換・発注量比率補正型在庫モデルの提案; 第30回日本経営システム学会全国研究発表大会論文誌, pp. 195-198 (2003)

- [6] J. O. McClain and L. J. Thomas: Operations management: *Production of Goods and Service*, Prentice-Hall (1980)
- [7] H. Lau and A. Zaki: The sensitivity of inventory decisions to the shape of lead time-demand distribution; *AIIE TRANSACTIONS*, Vol. 14, No. 4, pp. 265-271 (1982)
- [8] R. G. Brown: Economical safety stock; Fifth Annual Meeting of ORSA (1957)
- [9] 松丸, 山下: 「柔らかい SCM」の概念; 第30回日本経営システム学会全国研究発表大会講演論文誌, pp. 65-68 (2003)