ダイナミック設備レイアウトにおける多段階近似解法*

Panitarn PEERAPATTANA[†]・平林 直樹[†]・長沢 啓行[†]

A Multi-Phase Heuristic Method in Dynamic Facility Layout*

Panitarn PEERAPATTANA[†], Naoki HIRABAYASHI[†] and Hiroyuki NAGASAWA[†]

Recently, facility layout should be adjusted effectively to meet a dynamic change in product mix under a given system capability as product lifecycle becomes shorter. Since the total work flow depends on a selection of processing routes for all products, it is necessary in recent layout to determine not only a layout but also a set of processing routes in each period. To meet practical requirements, we should deal with different shapes and areas of facilities. Considering these three points, we propose a method in dynamic layout problem with different shapes and areas of facilities and alternative processing routes to minimize the total cost consisting of work flow costs and facility-rearrangement costs over a given planning horizon. The proposed method consists of three phases, such as a static, dynamic and modification phase. In each phase, the original layout problem is decomposed into a work flow decision problem and a layout-position decision problem. An approximate solution is obtained by solving each problem repeatedly. Some simulation experiments are demonstrated to show that the proposed method efficiently yields a near optimal layout with high accuracy.

1. はじめに

生産システムにおいてはマテリアルハンドリングに要するコストの影響は大きく、その最小化を図るためには設備レイアウトの最適化が重要な課題となる。CORELAP[1]やCRAFT[2]に端を発した設備レイアウト法は種々の課題に対して多くの研究がなされており、代表的なものとして、「各設備間の距離×搬送量」の総和の最小化を図る問題がある[3,4]。

この問題に対する従来の解法では、設備間の搬送量は所与とされ、設備間の距離のみが決定変数とされてきた。しかし、近年の生産システムでは、多機能マシンや多機能ワークステーションが使用され、代替加工経路が存在する。この場合、加工経路の選択によって設備間の搬送量は変化する。平林ら[5]は、このような代替加工経路が存在する生産システムに対して、各設備の稼働率制約などの新しい制約のもとで、設備間の搬送量をも決定変

数とする設備レイアウト問題を提示し、その解法を提案している。

しかし、その問題は、二次割当問題として定式化されており、異なる設備の形状や面積を考慮できないため、より現実的なレイアウトを求めることは困難である。異形状、異面積設備への対応は、設備レイアウト問題における重要な研究課題の一つであり、数理計画法、GA、SAによる種々の解法[6-9]が提案されている。

一方、近年の製品ライフサイクルの急速な短縮により、生産対象物の各期ごと、設備間ごとの搬送量の変動が大きくなってきている。したがって、設備レイアウト問題では、レイアウト変更を想定し、レイアウト変更に必要なコストと搬送コストとのトレードオフを考慮し、計画期間にわたる総コスト最小化を評価基準として各期のレイアウトを動的に決定する必要がある。このような動的レイアウトに関する研究が種々進められており[10-12]、レイアウト問題における重点課題の一つとなっている。

本研究では、設備レイアウト問題におけるこれら三つの課題を総合的に扱い、代替加工経路と稼働率制約を考慮した、異形状、異面積設備のダイナミックなレイアウト問題を定式化する。さらに、静的、動的およびレイアウト調整の3段階からなる近似解法を提案し、数値実験

* 原稿受付 2003年9月24日

[†] 大阪府立大学 大学院 工学研究科 Graduate School of Engineering, Osaka Prefecture University; 1-1, Gakuen-cho, Sakai city, Osaka 599-8531, JAPAN

Key Words: facility layout, dynamic layout, alternative processing route, closed queueing network, genetic algorithm.

Fig. 1 Interference relationships between facilities

によりその有効性を検証する。

2. モデルと定式化

本研究では、ワークステーション、ロード／アンロードステーションおよびマテリアルハンドリングシステムで構成される生産システムを設備レイアウトの対象とする。レイアウトモデルの前提条件は以下のとおりである。

- (1) 対象となる敷地および設備の形状は複数個の単位正方格子からなる四角形とする。単位正方格子の辺の長さを単位距離とし、四角形の縦横の長さはいずれも偶数とする。
 - (2) 設備間の距離は、重心間の直交距離とする。
 - (3) 前期からレイアウト位置（重心位置と設備の縦横の配置方向）を変更した場合には、設備 1 台当たり所定のレイアウト変更費用を要する。
 - (4) 各期ごとに定められた設備の利用可能時間内に、需要量を満たさねばならない。
 - (5) 各ジョブはいくつかの代替加工経路をもつ。
- 以上のレイアウト問題は以下のように定式化される。

P1

$$\min \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M F_{ijt} D_{ijt} + \sum_{t=1}^{T-1} \sum_{i=1}^M C_o \delta_{it(t+1)} \quad (1)$$

s.t.

$$\sum_{n=1}^{N_t} \sum_{r=1}^{R_{tn}} d'_{nrt} t_{nrit} \leq u_{it}(\mathbf{d}'_t) C_t, \quad i=1,2,\dots,M, t=1,2,\dots,T \quad (2)$$

$$\sum_{r=1}^{R_{tn}} d'_{nrt} = d_{nt}, \quad n=1,2,\dots,N_t, t=1,2,\dots,T \quad (3)$$

$$\sum_{n=1}^{N_t} \sum_{r=1}^{R_{tn}} d'_{nrt} \gamma_{nrtij} = F_{ijt}, \quad (4)$$

$$i, j=1,2,\dots,M, t=1,2,\dots,T$$

$$\begin{aligned} & |cx_{it} - cx_{jt}| - (1 - z_{it})w_i - z_{it}v_i - (1 - z_{jt})w_j - z_{jt}v_j \\ & \geq -\phi_{ijt}W, \end{aligned} \quad (5)$$

$$i=1,2,\dots,M-1, j=i+1, i+2,\dots,M, t=1,2,\dots,T$$

$$\begin{aligned} & |cy_{it} - cy_{jt}| - (1 - z_{it})v_i - z_{it}w_i - (1 - z_{jt})v_j - z_{jt}w_j \\ & \geq -(1 - \phi_{ijt})W, \end{aligned} \quad (6)$$

$$i=1,2,\dots,M-1, j=i+1, i+2,\dots,M, t=1,2,\dots,T$$

$$\begin{aligned} D_{ijt} &= |cx_{it} - cx_{jt}| + |cy_{it} - cy_{jt}|, \end{aligned} \quad (7)$$

$$i=1,2,\dots,M-1, j=i+1, i+2,\dots,M, t=1,2,\dots,T$$

ただし、各記号の意味は以下のとおりである。

M = 設備台数

T = 計画期間

F_{ijt} = t 期における設備 i と j の間の搬送量

D_{ijt} = t 期における設備 i と j の間の直交距離

C_o = 設備当りレイアウト変更コスト

N_t = t 期におけるジョブ種類数

R_{tn} = t 期におけるジョブ n の代替加工経路数

d_{nt} = t 期におけるジョブ n の需要量

d'_{nrt} = t 期以内に加工経路 r で加工されるジョブ n の量

t_{nrit} = t 期に加工経路 r で加工されるジョブ n の設備 i での加工時間

C_t = t 期における設備の利用可能時間

$u_{it}(\mathbf{d}'_t)$ = t 期における設備 i の稼働率

$$\mathbf{d}'_t = (d'_{11t}, d'_{12t}, \dots, d'_{1R_{1t}t}, d'_{21t}, d'_{22t}, \dots, d'_{2R_{2t}t}, \dots, d'_{N_t 1t}, d'_{N_t 2t}, \dots, d'_{N_t R_{N_t}t})$$

$$\gamma_{nrtij} = \begin{cases} 1, & t \text{ 期においてジョブ } n \text{ の加工経路 } r \text{ に} \\ & \text{設備 } i \rightarrow j \text{ の経路が含まれている場合;} \\ 0, & \text{その他の場合.} \end{cases}$$

w_i, v_i = 設備 i の各辺の半分の長さ ($w_i > v_i$), すなわち、重心から各辺までの距離。前提条件 (1) より整数値となる。

$$z_{it} = \begin{cases} 1, & t \text{ 期における設備 } i \text{ が, } x \text{ 軸方向の長さが} \\ & 2v_i \text{ となるように縦型に配置された場合;} \\ 0, & t \text{ 期における設備 } i \text{ が, } x \text{ 軸方向の長さが} \\ & 2w_i \text{ となるように横型に配置された場合.} \end{cases}$$

$\phi_{ijt} \in \{0,1\}$: $\phi_{ijt}=1$ のとき、設備 i と j は、Fig. 1 の x 軸方向干渉領域にあっても重複配置されないように (6) 式の制約が有効となる。 $\phi_{ijt}=0$ のときには同様に (5) 式が有効になる。

$W = 2 \max_{1 \leq i \leq M} w_i$ より大きな任意の値

(cx_{it}, cy_{it}) = t 期における設備 i の重心の座標、整数値とする。

$\mathbf{x}_{it} = (cx_{it}, cy_{it}, z_{it})$, t 期における設備 i のレイアウト変数

$$\mathbf{x}_t = (\mathbf{x}_{1t}, \mathbf{x}_{2t}, \dots, \mathbf{x}_{Mt})$$

$$\delta_{it(t+1)} = \begin{cases} 1, & \text{レイアウト } \mathbf{x}_{it} \text{ と } \mathbf{x}_{it+1} \text{ が異なる場合;} \\ 0, & \text{その他の場合.} \end{cases}$$

(1) 式の目的関数は、第 1 項の搬送コストと第 2 項の配置変更コストからなる。(2)~(3) 式は、システム運用時の稼働率を考慮した利用可能時間内に、各期に対する需要を満たすための制約である。(5)~(6) 式は、各設備の重複配置を防ぐものであり、Das[6] および Kusiak ら [13] の定式化を用いている。決定変数は、 d'_{nrt} , $r=1 \sim \sum_{n=1}^{N_t} R_{tn}$ と $\mathbf{x}_{it}$ である。本モデルでは (2) 式における稼働率 $u_{it}(\mathbf{d}'_t)$ を閉待ち行列ネットワーク (CQN) モデル [14] を用いて近似的に求める。各設備における期待稼働率は、以下のよう求められる。

$$u_{it}(\mathbf{d}'_t) = (e_{it}/\mu_{it})TH_t(\mathbf{T}_t(\mathbf{d}'_t)), \quad (8)$$

$$i=2,3,\dots,M, t=1,2,\dots,T$$

ここで、 e_{it} , μ_{it} および $TH_t(\mathbf{T}_t(\mathbf{d}'_t))$ は、 t 期における、各設備へのジョブの期待訪問回数、各設備の平均加工率、システムの期待生産率をそれぞれ表す。ただし、 $i=1$ は、システムのロード/アンロードステーションであり、その稼働率は考慮しない。これらはそれぞれ次式で求められる。

$$e_{it} = \frac{\sum_{n=1}^{N_t} \sum_{r=1}^{R_{tn}} d'_{nrt} \varphi(t_{nrit})}{\sum_{n=1}^{N_t} \sum_{r=1}^{R_{tn}} d'_{nrt}}$$

$$\mu_{it} = \frac{\sum_{n=1}^{N_t} \sum_{r=1}^{R_{tn}} d'_{nrt} \varphi(t_{nrit})}{\sum_{n=1}^{N_t} \sum_{r=1}^{R_{tn}} d'_{nrt} t_{nrit}}$$

$$TH_t(\mathbf{T}_t(\mathbf{d}'_t)) = \frac{G(M-1, NL-1, \mathbf{T}_t(\mathbf{d}'_t))}{G(M-1, NL, \mathbf{T}_t(\mathbf{d}'_t))}$$

$$\varphi(t_{nrit}) = \begin{cases} 1, & t_{nrit} > 0 \text{ の場合;} \\ 0, & \text{その他の場合.} \end{cases}$$

$$\mathbf{T}_t(\mathbf{d}'_t) = (T_{2t}(\mathbf{d}'_t), T_{3t}(\mathbf{d}'_t), \dots, T_{Mt}(\mathbf{d}'_t)), \quad t=1,2,\dots,T$$

$$T_{it}(\mathbf{d}'_t) = \frac{e_{it}}{\mu_{it}} = \frac{\sum_{n=1}^{N_t} \sum_{r=1}^{R_{tn}} d'_{nrt} t_{nrit}}{\sum_{n=1}^{N_t} d_{nt}}, \quad i=2,3,\dots,M$$

$$G(M-1, NL, \mathbf{T}_t(\mathbf{d}'_t)) = \sum_{i=2}^M \prod_{n_i=NL}^M (T_{it}(\mathbf{d}'_t))^{n_i}$$

ただし、 $t=1, 2, \dots, T$ であり、 n_i は設備 i で加工中または待ちの状態にあるジョブの数、 NL は生産システム内のパレット数を表す。

(8) 式および上式を (2) 式に代入すれば、(9) 式が得られる。

$$TH_t(\mathbf{T}_t(\mathbf{d}'_t)) \geq \sum_{n=1}^{N_t} d_{nt}/C_t \quad (9)$$

(2) 式を (9) 式と置き換えることにより、生産率制約を考慮するより容易な形式に変更することができる。しかし、混合整数計画問題である P1 を直接解くことは容易ではない。本研究では、問題 P1 に対する近似解法を提案する。

3. 提案法

3.1 提案法の考え方

本研究では、問題 P1 の緩和問題となるレイアウト決定問題 P2 および搬送量決定問題 P3 を生成し、これらを順次繰り返し解くことにより、近似解を得る方法を提案する。

問題 P1 において、(2)~(3) 式を満たすジョブの加工量 d'_{nrt} を所与と仮定し、(4) 式の $F_{ijt}(d'_{nrt})$ を F'_{ijt} とすれば、以下のレイアウト決定問題 P2 が生成される。

P2

$$\min \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M F'_{ijt} (|cx_{it} - cx_{jt}| + |cy_{it} - cy_{jt}|) + \sum_{t=1}^{T-1} \sum_{i=1}^M C_o \delta_{it(t+1)} \quad (10)$$

s.t.

$$|cx_{it} - cx_{jt}| - (1 - z_{it})w_i - z_{it}v_i - (1 - z_{jt})w_j - z_{jt}v_j \geq -\phi_{ijt}W, \quad (11)$$

$$i=1,2,\dots,M-1, j=i+1,i+2,\dots,M, t=1,2,\dots,T$$

$$|cy_{it} - cy_{jt}| - (1 - z_{it})v_i - z_{it}w_i - (1 - z_{jt})v_j - z_{jt}w_j \geq -(1 - \phi_{ijt})W, \quad (12)$$

$$i=1,2,\dots,M-1, j=i+1,i+2,\dots,M, t=1,2,\dots,T$$

一方、問題 P1 においてレイアウト $\mathbf{x}'_t$ を所与と仮定し、(7) 式の $D_{ijt}(\mathbf{x}'_t)$ を D'_{ijt} とすれば、以下の各期に対する搬送量決定問題 P3 が生成される。

P3

$$\min \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M \left(\sum_{n=1}^{N_t} \sum_{r=1}^{R_{tn}} d'_{nrt} \gamma_{nrtij} \right) D'_{ijt} \quad (13)$$

s.t.

$$TH_t(\mathbf{T}_t(\mathbf{d}'_t)) \geq \theta_t \quad (14)$$

$$\sum_{r=1}^{R_n} d'_{nrt} = d_{nt}, \quad n=1,2,\dots,N_t \quad (15)$$

ただし, $\theta_t = \sum_{n=1}^{N_t} (d_{nt}/C_t)$ であり, d'_{nrt} は連続変数とする.

提案法の基本的な考え方は, 問題 P2 を解くことにより, レイアウト案を順次生成し, その際得られる D'_{ijt} を用いて問題 P3 を解き, 制約式 (9) を満たす搬送量を求め, 元問題 P1 に対する解を得るものである. このように, 本研究では, 搬送量決定問題をレイアウト決定問題に従属するサブ問題と位置づける. ここで, 問題 P1 および問題 P2 で定義される動的問題において, 1 期だけを取り出して他の期との関係を無視する場合を静的問題とする. 提案法では, 近似解を効率的に得るために, 静的問題に対する解を動的問題における初期解として利用する.

3.2 レイアウト決定法

問題 P2 に対して, 本研究では, 遺伝的アルゴリズム (GA) を適用する. 膨大な解空間を持つ動的問題 P2 の解を GA により直接探索し, 収束させることは困難なため, 本研究では, 以下の 3 段階からなる解法を提案する.

第 1 段階では, $C_0 = 0$ とし, 各期を独立にみて搬送費用のみを評価基準として費用最小化を図り, 静的問題の解として各期に対するいくつかの候補レイアウトをそれぞれ求める. 第 2 段階では, 第 1 段階で得られた候補レイアウトを組み合わせて動的問題を解き, レイアウト変更費用および搬送費用からなる総費用の最小化を図る. ここでは, 既存の候補レイアウトの組合せを探索するため, 各期に対する新しいレイアウトは生成されない. これに対して, 第 3 段階では, 隣接する期における数台の設備のレイアウト位置を調整し, レイアウト変更費用のさらなる最小化を図る.

第 1 段階の静的問題においては, 設備番号の系列を GA の遺伝子とみなす. 遺伝子から実際のレイアウトを生成するためのデコーディングには, Hamamoto らの手法 [8] を用いた. そこでは, まず, 第 1 遺伝子座の設備を, 敷地の中心に割り付ける. つぎに, この設備の周囲の単位正方格子のそれぞれを次の設備を配置する基点格子とみなし, 各基点格子に対して, 2 番目の遺伝子座の設備を北東, 南東, 南西および北西の 4 方向に配置した場合の搬送費用を算出する. 実行可能かつ搬送費用が最小となる配置案を 2 番目の遺伝子座の設備のレイアウト位置とする. こうして配置された設備の周囲の単位正方格子を次の設備を配置する基点格子とみなし, 同様の操作を繰り返す. 遺伝子座の順に各設備を配置し, 最終のレイアウトを得る. GA の交叉には, 部分一致交叉 [8] を用い, 突然変異は, 任意の遺伝子座ペアの入れ替えとした. 以上の操作を用いて, 各期に対しそれぞれ S 個の候補レイアウトを求める.

第 2 段階の動的問題においては, 静的問題で得られた ST 個の候補レイアウトから, T 期分のレイアウト系列を抽出し, これを遺伝子とみなす. この場合, 隣接する

期の関係を反映させるため, 交叉には 1 点交叉を用いた. なお, 遺伝子はレイアウト番号の順序数となるが, 同一遺伝子内でのレイアウト番号の重複を許しているため, 順序交叉などを用いなくても致死遺伝子は発生しない. 突然変異は, 任意の遺伝子座をランダムに選択し, 当該遺伝子に存在しない候補レイアウトとの入れ替えとした. なお, 第 1, 第 2 いずれの段階においても親の選択には, ルーレット選択を用いた.

第 3 段階のレイアウト調整においては, 解を部分的に変更するため GA は用いない. まず, 隣接する期においてレイアウト位置が異なる設備をレイアウト変更候補設備とする. 候補設備集合からいくつかの設備を選択し, それらのレイアウト位置を前の期あるいは後の期のレイアウト位置に変更することにより, 解の改善を図った.

3.3 搬送量決定法

3.2 で示したレイアウト決定法で順次生成されるレイアウトの設備間距離 D'_{ijt} を用いて問題 P3 を解き, 制約式 (14) (あるいは (9) 式) を満たす搬送量を求めることにより, 元問題 P1 に対する解を得ることができる. レイアウト決定法第 1 段階の静的問題においては, Hamamoto らのデコーディング法により生成されるレイアウトを所与のレイアウト $\mathbf{x}'_t$ とみなし, これに基づく D'_{ijt} を用いて問題 P3 を解き搬送量を求めた. 第 2 段階の動的問題においては, 当該期に対する搬送量 F'_{ijt} は既に静的問題を解く際に求められているため, 制約を満たす搬送量を計算する必要はない. 他方, 各候補レイアウトを当該期以外の期に適用した場合の搬送量および搬送コストについては, GA 操作を行う前に P3 を解くことで一括して求め, これらを保存し利用することにより, 計算時間の短縮を図った. 第 3 段階のレイアウト調整においては, 新たなレイアウトが生成されるごとに問題 P3 を解き搬送量を求めた.

以上のように提案法では, 問題 P3 を繰り返し解く必要があるが, この問題は (14) 式のため, 非線形計画問題となる. 本研究では, 計算時間の短縮を図り, (14) 式を線形化する [5].

まず, システムの期待生産率において設備 ($i = 2, 3, \dots, M$) の負荷量の総和が 1 となるように各設備に対する負荷量を基準化し, 次式を得る.

$$TH_t(\tilde{\mathbf{T}}_t(\mathbf{d}'_t)) \geq \theta_t T_{0t}(\mathbf{d}'_t) \quad (16)$$

ただし,

$$T_{0t}(\mathbf{d}'_t) = \sum_{i=2}^M T_{it}(\mathbf{d}'_t) \quad (17)$$

$$\tilde{\mathbf{T}}_t(\mathbf{d}'_t) = (\tilde{T}_{2t}(\mathbf{d}'_t), \tilde{T}_{3t}(\mathbf{d}'_t), \dots, \tilde{T}_{Mt}(\mathbf{d}'_t)) \quad (18)$$

$$\tilde{T}_{it}(\mathbf{d}'_t) = T_{it}(\mathbf{d}'_t)/T_{0t}(\mathbf{d}'_t), i = 2, 3, \dots, M \quad (19)$$

である.

所与のパレット数のもとでの (16) 式を満たす領域は,

$M=4$ の場合, Fig. 2 に示すような 2 次元グラフ上の曲線内となる. ここで, $TH_t(\tilde{T}_t(\mathbf{d}'_t)) = \theta_t T_{0t}(\mathbf{d}'_t)$ となる $\tilde{T}_t(\mathbf{d}'_t)$ は, $NL \rightarrow \infty$ の場合, Fig. 2 の点 Q_1, Q_2, Q_3 を頂点とする三角形を形成し, それらの座標は既知である [15]. これらの各点と生産率が最大となる均等配分の場合の点 $T_{\max}$ で生成される各直線が, 所与のパレット数のもとで $TH_t(\tilde{T}_t(\mathbf{d}'_t)) = \theta_t T_{0t}(\mathbf{d}'_t)$ となる曲線と交わる各点 $q_1, q'_1, q_2, q'_2, q_3, q'_3$ を頂点とする多角形により線形近似する. 一般には, 点 Q_g と点 $T_{\max}$ とを結んだ直線と当該曲面との交点を点 q_g および q'_g とし, 点 Q_g に近いほうの点を q_g とする. 多角形の各辺 (面) は, 総負荷量 $T_{0t}(\mathbf{d}'_t)$ を所与の値 T_{0t} とした場合,

$$\sum_{i=2}^{M-1} \tilde{a}_{ijt}(T_{0t}) \tilde{T}_{it}(\mathbf{d}'_t) \leq \tilde{b}_{jt}(T_{0t}), \quad (20)$$

$$j=1, 2, \dots, (M-1)(M-2)$$

の式で表すことができ, 各係数は以下の手順により求めることができる.

<手順 1> $M-2$ 次元の各点 q_g および q'_g , $g=1, 2, \dots, M-1$ を求め, $j=1, l=1$ および $k=2$ とする.

<手順 2> q_l と $(M-3)$ 個の q'_h , $h \neq l, k$ からなる点の組を生成する.

<手順 3> 手順 2 で求めた各点の座標 $\tilde{T}_{it}^h$, $i=2, 3, \dots, M-1$, $h \neq k$ を $\sum_{i=2}^{M-1} \tilde{a}_{ijt} \tilde{T}_{it}^h = \tilde{b}_{jt}$, $h \neq k$, に代入して $(M-2)$ 次元連立方程式を解き, $\tilde{a}_{ijt}$, $i=2, 3, \dots, M-1$ と $\tilde{b}_{jt}$ を求める. 点 $T_{\max}$ を含むように不等号を決定する.

<手順 4> $k < M-1$ なら, $k=k+1$ として手順 5 へ進む. それ以外は, $k=1$ として手順 6 へ進む.

<手順 5> $k=l$ なら, $k=k+1$ として手順 4 へ戻る. それ以外は手順 2 へ戻る.

<手順 6> $l=M-1$ ならば停止. それ以外は $l=l+1$ として手順 2 へ戻る.

ところが, $T_{0t}(\mathbf{d}'_t)$ は $\mathbf{d}'_t$ の値に依存するため, $\mathbf{d}'_t$ の値によっては $T_{0t}(\mathbf{d}'_t) = T_{0t}$ とはならないが, $T_{0t}(\mathbf{d}'_t) \leq T_{0t}$ であれば, (16) 式より稼働率制約は満たされる. これを考慮し, (20) 式に (19) 式を代入して得られる制約式と (14) 式を入れ替えることにより, 次の線形問題が生成される.

P3'

$$\min \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M \left(\sum_{n=1}^{N_t} \sum_{r=1}^{R_{tn}} d'_{nrt} \gamma_{nrtij} \right) D'_{ijt} \quad (21)$$

st.

$$\sum_{i=2}^{M-1} \tilde{a}_{ijt}(T_{0t}) T_{it}(\mathbf{d}'_t) \leq \tilde{b}_{jt}(T_{0t}) T_{0t}, \quad (22)$$

$$j=1, 2, \dots, (M-1)(M-2)$$

Fig. 2 Linearization of Eq.(16) ($M=4$, $TH(\tilde{T}(\mathbf{d}'))=2.5$)

$$T_{0t} \geq T_{0t}(\mathbf{d}'_t) \quad (23)$$

$$\sum_{r=1}^{R_{tn}} d'_{nrt} = d_{nt}, \quad n=1, 2, \dots, N_t \quad (24)$$

T_{0t} の値をとりうる最小値から最大値の範囲 $T_{0t}^{\min} \leq T_{0t} \leq T_{0t}^{\max}$ で動かして問題 P3' を繰り返し解くことにより, P3 の解が得られる. 本研究では, 区間 $[T_{0t}^{\min}, T_{0t}^{\max}]$ に対して Fibonacci 探索を行い解を求めた.

4. 提案アルゴリズム

提案法のアルゴリズムは以下になる. 手順 1~9 が静的問題, 手順 10~15 が動的問題, 手順 16~26 がレイアウト調整法にそれぞれ対応する.

<手順 1> $t=1$ とする.

<手順 2> $gen=0$, 静的問題に対する最終世代数を $sfin$, 動的問題に対する最終世代数を $dfin$ とする.

<手順 3> M 台の設備を遺伝子とみなし, sp 個からなる GA の初期世代遺伝子と対応するレイアウトをランダムに生成する.

<手順 4> 手順 3 で求めた各レイアウトにおける D'_{ijt} を用いて問題 P3' をそれぞれ解き, 各レイアウトに対する各設備間の搬送量 F_{ijt} をそれぞれ求める.

<手順 5> 部分一致交叉および突然変異により, sp 個の次世代の個体を生成する. Hamamoto らのデコーディング手法 [8] により, 新しい個体に対するレイアウトを決定する. その際, デコーディングの過程で, 配置済みの設備群に対して逐次求められる搬送コストの算出には, 元になった親個体の F_{ijt} を用いる.

<手順 6> 手順 5 で求めた各レイアウトにおける D'_{ijt} を用いて問題 P3' をそれぞれ解き, 各レイアウトに対する F_{ijt} をそれぞれ算出し, 各個体に対する搬送コストを求める.

<手順7> $gen=sfin$ ならば手順8へ進み、それ以外は、 $gen=gen+1$ として手順5へ戻る。

<手順8> 搬送コスト最小の解から上位 S 個の解を候補レイアウトとして選択し、それぞれのレイアウト変数、 x_{tk} , $k=1,2,\dots,S$ とその際の設備間搬送距離 D_{ijtk} および搬送コストを保存する。

<手順9> $t=T$ ならば手順10へ進み、それ以外は、 $t=t+1$ として手順2へ戻る。

<手順10> 得られた ST 個の候補レイアウトに対して、他の期にそのレイアウトを用いた場合の搬送コストを算出する。すなわち、 D_{ijtk} を D'_{ijtk} , $t' \neq t$ とみなした場合の $ST(T-1)$ 個のケースに対する搬送コストを問題 P3' を解くことによって求める。候補レイアウトをナンバリングし直し、候補レイアウト CL_i に対するレイアウト変数 x'_i と対応する搬送コスト FC_{it} , $i=1,2,\dots,ST$, $t=1,2,\dots,T$ を設定する。

<手順11> ST 個の候補レイアウト CL_i から各期に対する T 個のレイアウトをランダムに選択し、これを遺伝子とする。 dp 個からなる GA の初期世代遺伝子をランダムに生成し、 FC_{it} を用いて搬送コスト、隣接する期の x'_i を用いてレイアウト変更コストをそれぞれ算出し、評価基準値を求める。 $gen=0$ とする。

<手順12> 1点交叉および突然変異により、 dp 個の次世代の個体を生成する。

<手順13> 手順12で求めた各レイアウトに対する評価基準値をそれぞれ算出する。

<手順14> $gen=dfin$ ならば手順15へ進み、それ以外は、 $gen=gen+1$ として手順12へ戻る。

<手順15> 最小の評価基準値 OV をもつレイアウト案をレイアウト調整法の初期解 $x_t=(x_{1t}, x_{2t}, \dots, x_{Mt})$, $t=1,2,\dots,T$ とする。

<手順16> $t=1$, $sn=0$ および $imp=0$ とする。

<手順17> t 期および $t+1$ 期のレイアウトが異なる設備 i の集合 $SDF_{t(t+1)}$ を生成する。 $SDF_{t(t+1)} \equiv \{i | x_{it} \neq x_{i(t+1)} \text{ or } \delta_{i(t+1)} = 1, 1 \leq i \leq M\}$ 。

$|SDF_{t(t+1)}| \equiv \sum_{i=1}^M \delta_{i(t+1)} = 0$ ならば手順23へ進む。

<手順18> x_{it} を $x_{i(t+1)}$ (あるいはその逆の $x_{i(t+1)}$ を x_{it}) に変更した候補レイアウトを $i \in SDF_{t(t+1)}$ のすべての場合について生成する。

<手順19> x_{it} および x_{jt} を $x_{i(t+1)}$ および $x_{j(t+1)}$ (あるいはその逆の $x_{i(t+1)}$ および $x_{j(t+1)}$ を x_{it} および x_{jt}) にそれぞれ変更した候補レイアウトを $i, j \in SDF_{t(t+1)}$ のすべての組合せに対して生成する。

<手順20> x_{it} , x_{jt} および x_{kt} を $x_{i(t+1)}$, $x_{j(t+1)}$ および $x_{k(t+1)}$ (あるいはその逆の $x_{i(t+1)}$, $x_{j(t+1)}$ およ

び $x_{k(t+1)}$ を x_{it} , x_{jt} および x_{kt}) にそれぞれ変更した候補レイアウトを $i, j, k \in SDF_{t(t+1)}$ のすべての組合せに対して生成する。

<手順21> $sn=sn+1$ とする。手順18~20で生成した候補レイアウトの中で、実行可能レイアウトの集合を CS_{sn} とする。 $CS_{sn}=\phi$ ならば手順23へ進む。

<手順22> 手順21で求めた実行可能候補レイアウト集合に対して問題 P3' をそれぞれ解き、各候補レイアウトに対する F_{ijt} あるいは $F_{ij(t+1)}$, ならびに搬送コストを求める。

<手順23> $t=t+1$ とし、 $t=T$ ならば、手順25へ進む。

<手順24> t 期および $t+1$ 期のレイアウトが異なる設備 i の集合 $SDF_{t(t+1)}$ を生成する。 $SDF_{t(t+1)} \equiv \{i | x_{it} \neq x_{i(t+1)} \text{ or } \delta_{i(t+1)} = 1, 1 \leq i \leq M\}$ 。

$|SDF_{t(t+1)}| \equiv \sum_{i=1}^M \delta_{i(t+1)} \neq 0$ ならば手順18へ戻る。

<手順25> $\bigcup_{k=1}^{sn} CS_k = \phi$ ならば手順27へ進む。

<手順26> $\bigcup_{k=1}^{sn} CS_k$ の中で、最小の評価基準値 OV' をもつレイアウト x'_ℓ , $\ell=1,2,\dots,T$ を選択する。 $OV' < OV$ ならば、レイアウトを $x_\ell = x'_\ell$, $\ell=1,2,\dots,T$ に更新し、 $OV=OV'$, $sn=0$, ならびに $imp=imp+1$ とする。

<手順27> $t < T-1$ ならば、手順23へ戻る。

<手順28> $imp > 0$ ならば手順16へ戻る。それ以外は、現在のレイアウトを解として終了。

なお、手順8における候補レイアウト数 S の値は、動的問題における計算時間を考慮し、経験的に決められるものとする。

5. 数値実験

5.1 実験条件

提案法によるダイナミックレイアウトの効果を検証するため、数値実験を行った。実験条件は以下のとおりである。

- (1) 設備台数 $M=6, 12$
- (2) 計画期間数 $T=6, 12$
- (3) 設備の形状：各辺の長さを区間 $[2,10]$ の偶数値の一樣乱数で与え、形状が正方形となる設備が総数に占める割合を2割とした。
- (4) 各ジョブの各設備での加工時間は平均3の指数分布に従う。
- (5) 静的問題における候補レイアウト数 $S=10$
- (6) 実験回数は50回とする。
- (7) 実験に用いた計算機は、Pentium 4, 2.4GHz である。

以下の条件については、システムの規模（設備数）を考慮し、 $M=6$ および $M=12$ のそれぞれの場合について条件を個別に設定した。

- (8) 各期におけるジョブ種類数（各期とも一定）

- $N_t = 4$ ($M = 6$ の場合); 5 ($M = 12$ の場合).
- (9) 各期における各ジョブの需要量 (各期とも一定)
 $d_{nt} = 50$ ($M = 6$ の場合); 100 ($M = 12$ の場合).
- (10) パレット数
 $NL = 50$ ($M = 6$ の場合); 100 ($M = 12$ の場合).
- (11) 各ジョブの代替加工経路数 (各期とも一定)
 $R_{tn} = 2$ ($M = 6$ の場合); 3 ($M = 12$ の場合).
- (12) 各ジョブの各加工経路において利用する設備台数,
 $\sum_{i=2}^M \varphi(t_{nrit})$ は, $[1, 5]$ の一様乱数に従う ($M = 6$ の場合). または, $[4, 6]$ の一様乱数に従う ($M = 12$ の場合).
- (13) システムの利用可能時間 (各期とも一定)
 $C_t = 500$ ($M = 6$ の場合); 1250 ($M = 12$ の場合).
 GA に関する条件は以下のとおりである.
- (14) 静的問題
- ・ 個体数 $sp = 20$
 - ・ 世代数 $sfn = 50$
 - ・ 交叉確率 0.2
 - ・ 突然変異確率 0.1
- (15) 動的問題
- ・ 個体数 $dp = 40$
 - ・ 世代数 $dfn = 3000$
 - ・ 交叉確率 0.6
 - ・ 突然変異確率 0.4

ダイナミックレイアウトの効果は, レイアウト変更費用に依存する. 本研究では, 静的問題を解いた時点で得られる設備間当りの平均搬送コスト $fdc = (\text{設備間平均搬送量}) \times (\text{設備間平均距離})$ を各問題について求め, これを基準値としてレイアウト変更費用を設定した. 具体的には, 提案アルゴリズムの手順8で得られる各期の最良解における F_{ijt} および D_{ijt} を用いて, 各問題に対する fdc を以下のように求めた.

$$fdc = \frac{2 \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M F_{ijt} D_{ijt}}{TM(M-1)} \quad (25)$$

これを用いて, $C_o = 0.1 fdc$, $0.2 fdc$, および $0.3 fdc$ の3ケースをレイアウト変更コストとして設定した.

評価尺度として, 偏差率 $P[\%] = 100(TC - ITC) / ITC$ を用いた. ただし, TC は提案法による総費用, ITC は総費用の理想値 (各期を静的に解いた場合の搬送費用の総和, (25) 式の分子の値) である.

比較の対象として, 設備間搬送量を T 期間の平均値として一つのレイアウトを求め, これを全期にわたって適用する固定レイアウト法を設定した. その手順を以下に示す.

<手順1> 提案アルゴリズムの手順1~9を用いて各期に対する最良解の設備間搬送量 F_{ijt} , $t = 1, 2, \dots, T$ を求める.

<手順2> $F'_{ij} = (\sum_{t=1}^T F_{ijt}) / T$ を算出する.

<手順3> M 台の設備を遺伝子とみなし, sp 個からなるGAの初期世代個体をランダムに生成する.

<手順4> Hamamotoらのデコーディング手法により, 手順3で生成した各個体に対するレイアウトを決定する. その際, デコーディングの過程で配置済みの設備群に対して求められる搬送コストの算出には, F'_{ij} を用いる.

<手順5> 各個体のレイアウトを全期にわたって適用する. すなわち, 個々のレイアウトの設備間搬送距離 D_{ij} に基づき, $D'_{ijt} = D_{ij}$, $t = 1, 2, \dots, T$ として, 問題P3'をそれぞれ解き, 各期に対する F_{ijt} , $t = 1, 2, \dots, T$ をそれぞれ算出し, 各個体に対する $F'_{ij} = (\sum_{t=1}^T F_{ijt}) / T$ および評価基準値 (総搬送コスト) を求める.

<手順6> 部分一致交叉および突然変異により, sp 個の次世代の個体を生成し, Hamamotoらのデコーディング手法により, 新しい個体に対するレイアウトを決定する. その際, デコーディングの過程で配置済みの設備群に対して逐次求められる搬送コストの算出には, 元になった親個体の F'_{ij} を用いる.

<手順7> 最終世代 sfn まで手順5および手順6を繰り返し, 最良の評価基準値を持つレイアウトを選択する.

5.2 実験結果

Table 1は, 各条件における平均偏差率の値を求めたものである. 表中の解法とは, Aはレイアウト調整を行わなかった場合, Bはレイアウト調整を行った場合をそれぞれ表す. Table 1より, 提案法による平均偏差率の値は, レイアウト変更コストの増加および計画期間数の増加と共に大きくなることがわかる. 提案法および固定法の偏差率の値は, 設備台数の増加により小さくなっている. その主な原因として, 実験条件(12)に示す利用設備台数のジョブによるばらつきが, $M = 12$ の場合よりも $M = 6$ のほうが大きいため, 各期における設備間搬送量のばらつきが大きくなったことが考えられる. Table 1より, いずれの実験条件下でも固定法よりも優れた解が提案法AおよびBによって得られていることがわかる. 特に, レイアウト変更費用の値が小さく, 機械台数が多い場合に, 固定法に対する提案法の効果は大きい. なお, 固定法に対して, 世代数を増加させた場合の予備実験も行ったが, 偏差率は改善されなかった. Table 1のAとBの比較により, レイアウト調整を行うBの方が優れていることがわかる.

Table 2に, 各条件における平均計算時間を示す. ここで, 第1段階の静的問題における計算時間は期当りのものである. Table 2における固定法の計算時間は, 動

Table 1 Average deviation rate [%]

M	T	Type	Proposed Method			Fixed Method
			0.1fdc	0.2fdc	0.3fdc	
6	6	A	2.12	3.81	5.03	6.08
		B	2.01	3.73	4.86	
	12	A	2.43	4.69	6.39	7.52
		B	2.11	3.97	5.70	
12	6	A	1.03	2.10	2.93	4.95
		B	0.93	1.95	2.69	
	12	A	1.01	2.49	3.71	5.62
		B	0.84	2.10	3.33	

Table 2 Average computation time [s]

M	T	Proposed Method			Fixed Method
		1st stage	2nd stage	3rd stage	
6	6	50	30	2	127
	12		70	6	240
12	6	382	325	230	507
	12		843	1570	1188

的問題との比較のため手順2~7に要した時間を示した。手順1に要する計算時間は提案法に等しい。なお、固定法の手順1における F_{ijt} の値をランダムなレイアウトに基づいて設定した場合についても予備実験を行ったが、偏差率の値は静的問題の解に基づく場合より悪化した。Table 2より、第2段階動的問題の計算時間は世代数が大きいにもかかわらず固定法よりも短い。これは、解く必要のある問題 $P3'$ をあらかじめすべて解いてデータとして保存し、同一の問題 $P3'$ に対する解を逐次参照する方法を用いているためである。レイアウト調整に要する計算時間をみると、 $M=12$ の場合、多大な計算時間を要しており、偏差率の改善効果を考慮するとコストパフォーマンスは低い。偏差率の改善効果は、レイアウト調整の初期段階ほど高いため、設備台数が多い場合には、偏差率の改善と計算時間のトレードオフを考慮したアルゴリズムの停止基準を設定することが必要かもしれない。

6. おわりに

本研究では、代替加工経路と稼働率制約を考慮した、異形状、異面積設備のダイナミックレイアウト問題を定式化した。この問題を、静的、動的およびレイアウト調整の3段階に分割し、それぞれの段階に対して、レイアウト決定問題をGA法、搬送量決定問題をCQN近似解法で順次繰り返し解く近似解法を提案した。数値実験により、提案法による理想値からの偏差率は、全期にわたって同一のレイアウトを適用する固定レイアウト法よりも小さく、レイアウト変更費用の値が小さく、設備台数が多い場合にその効果が大きいことを示した。

参考文献

- [1] R. C. Lee and J. M. Moore: CORELAP- Computerized Relationship Layout Planning; *Journal of Industrial Engineering*, Vol. 18, No. 3, pp. 195-200 (1967)
- [2] E. S. Buffa, G. C. Armour and T. E. Vollmann: Allocating facilities with CRAFT; *Harvard Business Review*, Vol. 42, No. 2, pp. 136-159 (1964)
- [3] E. L. Lawler: The quadratic assignment problem; *Management Science*, Vol. 9, No. 4, pp. 586-599 (1963)
- [4] B. K. Kaku and G. L. Thompson: An exact algorithm for the general quadratic assignment problem; *European Journal of Operational Research*, Vol. 23, No. 3, pp. 382-390 (1986)
- [5] 平林, 羽田, 長沢, 西山: 代替加工経路を考慮した設備レイアウトに関する研究; 日本経営工学会論文誌, Vol. 46, No. 5, pp. 511-517 (1995)
- [6] S. K. Das: A facility layout method for flexible manufacturing systems; *International Journal of Production Research*, Vol. 31, No. 2, pp. 279-297 (1993)
- [7] K. Y. Tam: Genetic algorithms, function optimization, and facility layout design; *European Journal of Operational Research*, Vol. 63, No. 2, pp. 322-346 (1992)
- [8] S. Hamamoto, Y. Yih and G. Salvendy: Development and validation of genetic algorithm-based facility layout; *International Journal of Production Research*, Vol. 37, No. 4, pp. 749-768 (1999)
- [9] 伊呂原, 鈴木, 吉本: 大規模配置問題において異形状、異面積の配置対象物を扱うヒューリスティック技法; 日本経営工学会論文誌, Vol. 48, Nos. 2・3, pp. 140-149 (1997)
- [10] M. J. Rosenblatt: The dynamics of plant layout; *Management Science*, Vol. 32, No. 1, pp. 76-86 (1986)
- [11] T. A. Lacksonen and E. E. Enscore: Quadratic assignment algorithms for the dynamic layout problem; *International Journal of Production Research*, Vol. 31, No. 3, pp. 503-517 (1993)
- [12] T. Yang and B. A. Peters: Flexible machine layout design for dynamic and uncertain production environments; *European Journal of Operational Research*, Vol. 108, No. 1, pp. 49-64 (1998)
- [13] S. S. Heragu and A. Kusiak: Machine layout: an optimization and knowledge-based approach; *International Journal of Production Research*, Vol. 28, No. 4, pp. 615-635 (1990)
- [14] H. Nagasawa, S. C. Jeong and N. Nishiyama: A generalized representation of flexible manufacturing systems using a closed queueing network model; *Bulletin of Univ. of Osaka Pref., Series A*, Vol. 38, No. 2, pp. 113-132 (1989)
- [15] 長沢, 西山: 閉待ち行列ネットワークによる機能分散形FMSの最適設計; 日本経営工学会論文誌, Vol. 47, No. 4, pp. 219-228 (1996)