タンク繰りにおける経路探索法*

石井 利昌[†]・永持 仁[‡]・西垣 豊[§]・高橋 健吾[¶]・武田 真人^{||}

A Routing Algorithm on a Storage Tank System*

Toshimasa ISHII[†], Hiroshi NAGAMUCHI[‡], Yutaka NISHIGAKI[§],
Kengo TAKAHASHI[¶] and Makoto TAKEDA^{||}

In the petrochemical industry, we have been required to optimize a production schedule for the efficient management. Determining how to provide naphtha to the petrochemical plant is one of the most crucial problems in the optimization of such production scheduling. Typically, purchased naphtha, which is provided from the sea berth, is first stored temporarily in storage tanks, and after that, is provided to the plant, according to a predetermined production schedule. Then we are required to find pairwise disjoint routes between the sea berth and a tank, between two distinct tanks, or between a tank and the plant. In this paper, we formulate the problem of finding routes in a tank network as a problem of computing disjoint paths in a graph, and propose an algorithm for enumerating all sets of disjoint paths based on the graph theory. Our algorithm first constructs a tree-shaped data structure for each pair of prescribed vertices which represents all paths between the pair of vertices, and then computes disjoint paths efficiently by traversing the tree-shaped data structures. We also evaluate the practical performance of our algorithm by conducting a computational experiment based on the case in Showa Denko K.K.

1. はじめに

石油化学事業は、エチレンプラントの製品であるエチレン、プロピレン等が有機(酢酸, アリルアルコール等)や合成樹脂(ポリエチレン, ポリプロピレン)等の誘導品プラントの原料となっており、製品を生み出していく連産型の事業である[7,8]。その中心であるエチレンプラントの競争力が石油化学事業全体へ及ぼす影響が最も大きいこ

とから、エチレンプラントの運転や生産計画の最適化は重要な研究課題の一つである[3,5,9,12]。

エチレンプラント[11]では、原料であるナフサから熱分解、前蒸留、圧縮、蒸留の各工程を経て、エチレン、プロピレンなど種々の留分が生産される。これらの製品の収率は、分解温度等により若干の変動をさせることができるが、その最大の決定要因はプラントに供給されるナフサの性状である。ナフサはその性状・購入価格の違いからその種類を定めて取り扱われる。効率的な生産活動を行うためには、ナフサの種類・価格に加え、製品価格、設備ネック等を考慮した、適切なナフサ調達計画、プラントへのナフサ供給計画の立案が不可欠である。

ナフサは、主にナフサ船舶からシーバース(港)を通じて、または近隣の石油会社からパイプラインを通じて購入される(Fig.1参照)。購入されたナフサは、プラントに供給される前に、一時的に複数のタンク(ナフサタンク)に受け入れられる。プラントに供給されるナフサの性状が、プラントの運転条件や製品収率に大きな影響を与えるため、これらのナフサタンク間で異なる種類のナフサの移し換え(移液)、混合などの操作を行うことで、適切な性状のナフサを準備した後プラントに供給することがしばしば有効となる。このとき、異なるナフサの移

* 原稿受付 2004年9月16日

[†] 豊橋技術科学大学 工学部 Department of Engineering, Toyohashi University of Technology; 1-1 Tempaku-cho, Toyohashi city, Aichi 441-8580, JAPAN[‡] 京都大学 情報学研究科 Graduate School of Informatics, Kyoto University; Yoshida Honmachi, Sakyo, Kyoto city, Kyoto 606-8501, JAPAN[§] 北海道ビジネスオートメーション(株) Hokkaido Business Automation Co.,Ltd.; Chuo ward, Sapporo city, Hokkaido 060-0003, JAPAN[¶] 中部日本電気ソフトウェア(株) NEC Software Chubu,Ltd.; 500-20 Komenokicho, Nisshin city, Aichi 470-0111, JAPAN^{||} 昭和電工(株) 石油化学事業部門 Showa Denko K.K.; 2 Nakanosu, Oita city, Oita 870-0189, JAPAN

Key Words: algorithm, graph theory, routing.

Fig. 1 A naphtha tank network which consists of a sea berth, tanks and an ethylene plant

液・供給の操作を行うためにはナフサタンク配管網におけるそれらの送給経路は競合しないことが必要である。たとえば、ある計画では、タンク A に貯蔵されているナフサをタンク B に移し換え、タンク C に貯蔵されているナフサをプラントに供給し、さらに、外部から購入されたナフサをタンク D に受け入れる、という操作を同時に行うという場合が想定される。この計画を遂行する際には、異なる種類のナフサが混ざることがないように、タンク A からタンク B への経路、タンク C からプラントへの経路、シーバースからタンク D への経路という三つの経路を互いに途中の配管や弁を共有しないように見つけ出す必要がある。この配管網における経路探索問題は、日々のプラントの運用のみならず、短期・長期の最適生産計画を立案する際や配管の増設による配管網の送給能力を算定する際にも重要な役割を果たす。

本論文では、昭和電工(株)における事例を基に、経路探索問題を解く効率的なアルゴリズムを提案する。経路探索問題は 2. で述べるように計算量理論の観点からは効率の良いアルゴリズムを設計するのが困難である問題であり、通常のバックトラック手法に基づく経路の列挙方法では少し問題の規模が大きくなると莫大な計算時間を要する。そこで、本論文では、経路木保存アルゴリズムとよばれる解法を提案する。このアルゴリズムでは、探索に必要となるすべての経路を事前にすべて生成し、生成された経路の集まりを経路木とよばれるコンパクトなデータ構造の形にして格納しておく。実際の複数経路の探索は、前処理において作成した経路木をたどることで実行する。この解法では、保持する経路木の領域量は問題の規模に応じて指数関数的に大きくなり得る欠点があるが、いったん保持に成功すれば、むだな探索ステップの省かれた経路木上のみを探索することで高速に所望の解を見つめることができる利点がある。実際の適用には、現実の配管網の規模や配管網固有の性質等から必要な領域量が実際に扱える範囲に収まることが鍵となる。本論文では、計算機実験を通して提案する経路木保存アルゴリズムの有効性について検証する。なお、本論文で提案する経路木保存アルゴリズムは、実際に昭和電工(株)で

配管網の経路探索システムに実用化されている。

本論文の構成は、以下の通りである。まず、2. で、ナフサタンク配管網における経路探索問題をグラフ問題に定式化する。3. で、経路探索問題に対する素朴なバックトラックアルゴリズムである分岐列挙アルゴリズムを紹介した後、本論文で提案する経路木保存アルゴリズムについて述べる。4. では、昭和電工(株)における事例に基づくグラフやいくつかのグラフのクラスを用いて、提案アルゴリズムと分岐列挙アルゴリズムの比較性能実験を行い、結果の考察を行う。最後に、5. で本論文のまとめ、今後の課題について述べる。

2. グラフ問題への定式化

この章では、ナフサタンク配管網における経路探索問題をグラフ問題へ定式化する方法について述べる。

2.1 有向グラフとパス

$G=(V,E)$ を、 V を節点集合、 E を枝集合とする有向グラフとする [1]。1 要素からなる集合 $\{x\}$ は単に x とも書く。“ $\subset$ ” は、真に包含することを意味し、“ $\subseteq$ ” は、“ $\subset$ ” または “ $=$ ” であることを意味する。節点 u から節点 v へ向かう有向枝は、 (u,v) と表わされる。有向グラフ $G=(V,E)$ において、節点列 $P=[v_1, v_2, \dots, v_k] \subseteq V$ は、各 $i=1, 2, \dots, k-1$ について、 $(v_i, v_{i+1}) \in E$ を満たすならば、始点 v_1 から終点 v_k へのパスとよばれる。ここで、 P は節点列とするが、文脈によっては節点集合と考えることもある。パスは同じ節点を 2 度以上通らないとき単純パスとよばれ、本論文では、特に指定しない限り、パスとは、単純パスのことを意味する。与えられた 2 節点 s, t に対し、 s を始点、 t を終点とするパスを s, t -パスとよぶ。グラフ G において s, t -パスを 1 本求めるのは、 s から G の深さ優先探索 [10] を実行すれば線形時間でできる。

2 組の始点終点ペア $\{s_1, t_1\}, \{s_2, t_2\}$ が与えられたとき、 s_1, t_1 -パス P_1 と s_2, t_2 -パス P_2 は、 $(P_1 - \{s_1, t_1\}) \cap P_2 = \emptyset$ かつ $(P_2 - \{s_2, t_2\}) \cap P_1 = \emptyset$ であるとき、互いに独立であるという。

2.2 配管網からグラフへの変換

ナフサタンク配管網は、ナフサタンク、プラント、購入されたナフサを受け入れるためのポート、ナフサが通る配管、弁、逆止弁(一方向へしか通すことを許さないための弁)、ポンプから成る (Fig. 2 参照)。Fig. 2 では、ポンプは a のように丸と四角を上下に並べた記号で表わされ、弁は、 b のように三角形が向かい合うような記号で表わされ、いずれにおいても両方向にナフサを流すことができる。逆止弁は、弁にさらに一つ三角形が加えられた記号で表わされ、その余分な三角形が向く方向にしかナフサを流すことはできない。たとえば、Fig. 2 中の逆止弁 c において、ナフサは左から右への向きにしか流れない。

Fig. 2 A tank network and its graph representation

配管網を、次の通りにグラフへ置き換える．グラフの節点に対応づけられるのは、ナフサタンク、プラント、ポート、配管で、グラフの枝に対応づけられるのは、弁、逆止弁、ポンプである．このとき、弁、ポンプに対しては、接する二つの配管に対応する2節点を結ぶ有向枝が、両方向にそれぞれ1本ずつ対応づけられ、逆止弁に対しては、ナフサが流れる向きにのみ有向枝が1本対応づけられる．

2.3 経路探索問題

ナフサタンク配管網上での経路探索問題は、配管網において、始点終点ペア対が与えられたとき（始点終点の候補は、タンク、シーバース、プラントである）、配管網において、各始点終点ペア間の経路で互いに途中の配管や弁を共有しないものを求める問題として定義される．この問題は、与えられた有向グラフと2点対集合 $\{\{s_i, t_i\} \mid i = 1, 2, \dots, p\}$ に対して、互いに途中の節点を共有しない、 s_i, t_i -パス P_i の集合を求める問題として定式化できる．次の条件(i),(ii)を満たすパスの p 本のパス集合 $(P_1, P_2, \dots, P_p)$ を実行可能解とよぶ．

- (i) P_i は G の s_i, t_i -パス ($i = 1, 2, \dots, p$).
- (ii) どの二つのパス $P_i, P_j, i \neq j$ も互いに独立である．

以下では、実行可能解をすべて列挙することを考える．すなわち問題は次のように記述することができる．

【問題 1】（経路集合探索問題）入力：有向グラフ $G = (V, E)$ ，始点終点のペアの集合 $\{\{s_i, t_i\} \subseteq V \mid i = 1, 2, \dots, p\}$ ．

出力：実行可能解（条件(i),(ii)を満たす p 本のパス集合）のすべての集合 $\mathcal{P}$ ．

実行可能解の総数は一般にグラフの節点数 n の指数関数個あり、さらに、 $p = 2$ の場合に一つの実行可能解を求める問題ですら NP 困難であることが知られている [2, 6]．そこで、ここでは現実の配管網から作られるグラフや始点終点の選び方の特徴を利用した実用上有用なアルゴリ

ズムについて検討する．実際に現場の経路集合探索問題に関して、以下の特徴が挙げられる．

- (1) 経路探索のための始点、終点の候補となるのは、ナフサタンク、プラント、ポートであり、始点終点ペアはあらかじめ決まっている．一度に要求されるペア数は10以下の数である．
- (2) 配管網から得られるグラフは疎である ($|E| \leq 2|V|$ が成り立つ)．

3. 経路探索アルゴリズム

この章では、問題1を解くためのアルゴリズムとして、分岐列挙アルゴリズム、経路木保存アルゴリズムとよばれる二つのアルゴリズムを与える．分岐列挙アルゴリズムは、分枝限定法 [4] をグラフ探索に適用したバックトラック法に基づく素朴な列挙方法で、特に目新しい手法ではない．一方、本論文で提案する経路木保存アルゴリズムは、分岐列挙アルゴリズムの実行を高速化するために経路木とよばれる特殊なデータ構造を前処理で構築しておく方法である．

3.1 分岐列挙アルゴリズム

始点終点のペア $\{s_i, t_i\}$ ($i = 1, 2, \dots, p$) が p 組与えられたとき、1本の s_1, t_1 -パス P_1 は s_1 を起点とする深さ優先探索 [10] を用いて求めることができる．次に s_2, t_2 -パス P_2 を求めるためには、 s_2 を起点とする深さ優先探索を実行すればよいが、このとき、 P_1 の節点を訪問しているかどうかを調べながら探索することで P_2 を P_1 と独立になるように選ぶことができる．以下同様に、 $P_1, P_2, P_3, \dots$ と順番にパスを固定していき、パス $P_1, \dots, P_{i-1}$ が固定されたとき、パス P_i を、 $P_1, \dots, P_{i-1}$ と独立になるように求める．これを $i = p$ となるまで行えば、実行可能解（条件(i),(ii)を満たす p 本のパス集合）が一つ求められる．

つぎにすべての実行可能解を生成するために分枝限定法の考え方をを用いる．第1パス P_1 から始め、順に $P_2, P_3, \dots, P_{i-1}$ までパスが固定され、いま、 s_i を起点とする深さ優先探索により s_i から一つパス P_i が構築中であるとする (P_i はまだ t_i に達していない)．このとき、 $P_1, \dots, P_{i-1}$ を最初の $i-1$ 本のパスとし、 P_i を延長して t_i に達するパスを第 i パスとし、残りの $p-i$ 本のパスを互いに独立となるように選ぶ実行可能解を考える．このような実行可能解を $(P_1, P_2, \dots, P_{i-1}, P_i)$ に整合する解とよび、 $(P_1, P_2, \dots, P_{i-1}, P_i)$ に整合する解のすべての集合 $\mathcal{P}'$ を返す手続きを $\text{Path}(P_1, P_2, \dots, P_{i-1}, P_i)$ と書く．この手続きが用意されていれば、問題1は次のアルゴリズム FindPath により解くことができる．

アルゴリズム FindPath

入力：有向グラフ $G = (V, E)$ ，始点終点のペアの集合 $\{\{s_i, t_i\} \subseteq V \mid i = 1, 2, \dots, p\}$ ．

出力：実行可能解（問題1の出力の(i),(ii)を満たすパスの p 本のパス $(P_1, P_2, \dots, P_p)$ ）のすべての集合 $\mathcal{P}$ ．

begin

$\mathcal{P} := \text{Path}(P_1 = [s_1])$ を出力.

end

□

手続き $\text{Path}(P_1, P_2, \dots, P_{i-1}, P_i)$ は再帰的な構造により与えられる. いま, $P_i = [u_i^1 = s_i, u_i^2, \dots, u_i^j]$ としたとき, $(P_1, P_2, \dots, P_{i-1}, P_i)$ に整合する解を漏れなく生成することを考える (手続き $\text{Path}(P_1, P_2, \dots, P_{i-1}, P_i)$ が呼び出されたときの状態を Fig. 3 に示す). このとき, P_i の現在の終点 u_i^j から出ている枝 (u_i^j, u) をすべて1本ずつ選択する (分枝操作). 選択した (u_i^j, u) により現在のパス P_i を $P_i \cup \{u\}$ に更新しても整合する解が存在しないことが直ちにわかれば (u_i^j, u) から先の探索を中止する (限定操作). たとえば, Fig. 3 において破線の枝 (u_i^j, u) は, すでに形成されているパス $P_1, P_2, \dots, P_i$ 上の節点に接続しているため, この節点 u を介するこの先の探索は中止される. そうでない場合は, $u \neq t_i$ であれば, $P_i := P_i \cup \{u\}$ とし, $\text{Path}(P_1, P_2, \dots, P_{i-1}, P_i)$ を呼び起こす. 以下に, $u = t_i$ となる場合の扱いを含めた詳細な手続きの記述を与える.

Fig. 3 Illustration for paths $P_1, P_2, \dots, P_{i-1}$ and P_i when procedure $\text{Path}(P_1, P_2, \dots, P_{i-1}, P_i)$ is invoked, where $P_i = [u_i^1 = s_i, u_i^2, \dots, u_i^j]$.

手続き $\text{Path}(P_1, P_2, \dots, P_{i-1}, P_i)$

入力: s_k から t_k へのパス P_k , $k = 1, 2, \dots, i-1$, s_i を始点とするパス $P_i = [u_i^1 = s_i, u_i^2, \dots, u_i^j]$ (ただし, $P_1, P_2, \dots, P_i$ のどの2本のパスも互いに独立であり, $t_i \notin P_i$).

出力: $P_1, P_2, \dots, P_{i-1}, P_i$ に整合する解 $(P'_1, P'_2, \dots, P'_p)$ (すなわち以下の (iii)-(vi) を満たす実行可能解) の集合 $\mathcal{P}'$.

(iii) 各 P'_k は s_k, t_k -パス.

(iv) $P'_k = P_k$, $k = 1, \dots, i-1$.

(v) P'_i は, P_i を部分パスに持ち, P'_i の部分パス $(P'_i - P_i) \cup \{u_i^j\}$ は, どのパス P'_j , $j \neq i$ とも独立である.

(vi) 各 P'_k , $k = i+1, \dots, p$ は, 他のどのパス P'_j とも独立である.

begin

$\mathcal{P}' := \emptyset$;

for 節点 u_i^j から出ている各枝 (u_i^j, u) **に対し do**

もし, u が (a) $u \notin \bigcup_{k=1}^i P_k$, または

(b) $u = t_i$ かつ $u \in \bigcup_{k=1}^{i-1} \{s_k, t_k\}$ を満たせば,

$u_i^{j+1} := u$, $P_i := P_i \cup \{u_i^{j+1}\}$ とし,

以下の (c-1)-(c-3) のうち該当する場合を実行.

(c-1) $u_i^{j+1} \neq t_i$ なら, $\mathcal{P}' := \mathcal{P}' \cup$

$\text{Path}(P_1, P_2, \dots, P_{i-1}, P_i)$;

(c-2) $u_i^{j+1} = t_i$ かつ $i \neq p$ なら, $\mathcal{P}' := \mathcal{P}' \cup$

$\text{Path}(P_1, P_2, \dots, P_{i-1}, P_i, P_{i+1} = [s_{i+1}])$;

(c-3) $u_i^{j+1} = t_i$ かつ $i = p$ なら, $\mathcal{P}' := \mathcal{P}' \cup$

$\{(P_1, P_2, \dots, P_p)\}$;

end /* for */

$\mathcal{P}'$ を返す.

□

$\text{Path}(P_1, P_2, \dots, P_{i-1}, P_i)$ は, s_k, t_k -パス P_k , $k = 1, 2, \dots, i-1$, s_i, u_i^j -パス P_i , $u_i^j \neq t_i$ (Fig. 3 では, 破線の枝, 黒く塗りつぶされた節点, およびその黒い節点に入る枝すべてを除いた部分) に整合する解のすべての集合 $\mathcal{P}'$ を返すアルゴリズムである (厳密には, Path は, P_k , $k \leq i$ 同士の独立性がなくても動作することに注意されたい). 節点 u の候補は, 黒く塗りつぶされた節点で表わされている.

アルゴリズム FindPath の正当性を証明するために, 手続き $\text{Path}(P_1, P_2, \dots, P_{i-1}, P_i)$, $i = 1, 2, \dots, p$ の正当性を帰納法により示す. まず, $i = p$ のときに, 条件 (a)(b) を満たす枝がない場合, または条件 (a)(b) を満たす枝が (u_p^j, t_p) のみである場合は, 手続き Path の正当性は明らかである. よって, $\text{Path}(P_1, P_2, \dots, P_{i-1}, P_i)$ の正当性を示すには, 手続き中で再帰的に呼び出される処理が正しく動作するという前提のもとで, $\text{Path}(P_1, P_2, \dots, P_{i-1}, P_i)$ が正しく動作することを示せば十分である. まず, P_i に独立性の条件を破ることなく加えることのできる節点 u をすべて見つけ, そのような各節点 u に対し, (c-1)-(c-3) のうち適切な手続きを行う. $u \neq t_i$ ならば, (c-1) で $\text{Path}(P_1, P_2, \dots, P_{i-1}, P_i \cup \{u\})$ を再帰的に呼び出し, $u = t_i$ かつ $i < p$ が成り立つならば, (c-2) で $\text{Path}(P_1, P_2, \dots, P_{i-1}, P_i \cup \{u\}, P_{i+1} = [s_{i+1}])$ を再帰的に呼び出すことで, P_k , $k \leq i-1$, $P_i \cup \{u\}$ に整合する解すべてが $\mathcal{P}'$ に加えられる. $u = t_i$ かつ $i = p$ ならば, (c-3) で得られたパスの p 対 $(P_1, P_2, \dots, P_p \cup \{t_p\})$ が $\mathcal{P}'$ に加えられる. 以上により, $\text{Path}(P_1, P_2, \dots, P_{i-1}, P_i)$ が正しく動作することが証明される.

3.2 経路木保存アルゴリズム

我々の提案する経路木保存アルゴリズムは, 直接グラフ G 上を探索しない. まず, 前処理として, 各ペア $\{s_i, t_i\}$ に対して, 始点 s_i から終点 t_i へのすべてのパスを表わす経路木 T_i を作成する. 経路木 T_i とは以下の性質を持つ根付き木である.

- T_i の根は s_i に対応し, 葉節点はすべて t_i に対応する.
- T_i 上において s_i から葉節点へたどることによって得られ

る節点の順列が、 G 上の一つの s_i から t_i へのパスに一対一対応する。

- また、 s_i から t_i への異なる二つのパス P, P' について、 s_i からある節点 u までの節点の順列が共通であれば、 P, P' に対応する T_i 上の二つの葉節点は必ず節点 u を根とする T_i の部分木に含まれる。

Path は深さ優先探索に基づいていることから、経路木 T_i は、手続き $\text{Path}(P_i = [s_i])$ を実行し、生成した s_i, t_i -パスを木状に格納することで構築できる。

Fig. 4 A tree which represents all possible directed paths from s_1 to t_1

経路木 T_i の性質から、 $\text{Path}(P'_i = [s_i, \dots, u])$ によって新たに見つかるパスに対応する葉節点はすべて、 T_i 上では、根 s_i からパス P'_i を介してたどりつける節点 u を根とする部分木に含まれる。Fig. 4 に、すべての s_1, t_1 -パスを表わす経路木 T_1 の例を示す。ここで、部分木 T_a は節点列が $[s_1, a]$ から始まるすべての s_1, t_1 -パスを表現する。同様に、 T_b, T_c, T_d, T_e は、節点列がそれぞれ $[s_1, b], [s_1, c], [s_1, a, d], [s_1, a, e]$ から始まるすべての s_1, t_1 -パスを表している。

経路木保存アルゴリズムは、FindPath を前処理で得られた経路木集合上で適用することにより所望のパス集合を求める。分岐列挙アルゴリズムでは、その時点で固定しているパス集合のみを保持しているだけで所望のパス集合を計算できる。これに対し、経路木保存アルゴリズムは、経路木集合を読み込んでから探索を行うため、各ペア間に存在するパス数が多ければ多いほど領域量を消費するという欠点があるが、いったん、経路木構造が格納できれば、余分な情報を前処理で取り除いているため、高速に所望のパス集合を構築できる利点がある。

4. 実験結果

経路木保存アルゴリズムと分岐列挙アルゴリズムの性能を計算時間とメモリ消費量の観点から比較するため、昭和電工(株)の配管図から変換したグラフ(以下、SDK グラフとよぶ)、格子状グラフ、クラスタグラフとよばれるグラフの3種類を用いて計算機実験を行った。実験環境は、OS: Windows2000, CPU: Intel Pentium4 2.00GHz, Memory: 512MB である。なお、以下に示す

図では、分岐列挙アルゴリズムと経路木保存アルゴリズムを、それぞれ FindPath, FindPath-Tree と表わす。

4.1 SDK グラフ

SDK グラフの節点数、枝数は、ともにおよそ 100 程度である。始点終点ペア数に関しては、実際の運用実績に従い、1~6 に設定した。それぞれのペア数に対し、問題例(始点終点ペアの取り方)を 10 パターンずつ作り、計算時間、メモリ消費量の平均をとっている。また、7 以上のペア数の計測については、分岐列挙アルゴリズムの実行に莫大な時間がかかった。また、経路木保存アルゴリズムに必要な経路木集合はあらかじめ生成してあるとする。経路木集合を生成するのに要した時間は 4 秒程度であった。

Fig. 5 は、計算時間の比較を表わしている。ペア数が増加するにつれて、分岐列挙アルゴリズムの計算時間が指数関数的に増えていることがわかる。一方で、経路木保存アルゴリズムは、ペア数が増えても計算時間の増分は極めて少ない。ただし、2 ペア程度であれば二つのアルゴリズムの計算時間に大きな差はない。

Fig. 6 は、メモリ消費量の比較を表わしている。縦軸のメモリ消費量は、木集合に使用されている節点数で評価している。経路木保存アルゴリズムのメモリ消費量は、ペア数が増えていくに従って、指数関数的に増加している。一方で、分岐列挙アルゴリズムではメモリ消費量の変動はほとんど見られない。ただし、2 ペア程度であれば二つのアルゴリズムのメモリ消費量に大きな差はない。

Fig. 5 Run times of algorithms FindPath and FindPath-Tree for SDK graphs

4.2 格子状グラフ

つぎに、SDK グラフと同程度に疎なグラフの一例として、Fig. 7 のように縦の節点数が n 、横の節点数が n の格子状のグラフを用いた。各枝は、基本的には右か下にしか進めない一方向の枝だが、10%の確率で左右、または上下に向かう両方向の枝が張られている。またそれとは別に、各2節点間において、10%の確率で枝が張られないようにしている。このグラフにおける始点終点のペアに関して、始点は上端と左端からランダムに選び、

Fig. 6 Memory spaces used by algorithms FindPath and FindPath-Tree for SDK graphs

Fig. 7 An $n \times n$ grid graph

終点は下端と右端からランダムに選んでいる。

始点終点ペアの数を3に固定し、グラフのサイズをそれぞれ $n=4, 8, 12, 13, 14$ とした場合に変化させた。それぞれのグラフサイズで10パターン測定し、その平均を取っている。SDKグラフの規模は、格子グラフでは $n=12$ の場合に相当する。本実験では、 $n=14$ の場合、経路木保存アルゴリズムでは、3ペアの経路を求めることができなかった。また、これ以上のペア数の計測は分岐列挙アルゴリズムで莫大な時間がかかるため計測を行っていない。また、経路木保存アルゴリズムではあらかじめ必要な経路木集合を生成してある。経路木集合を生成するのに今回要した時間は以下の Table 1 の通りである。

Table 1 Run time for constructing a set of trees as the preprocess of algorithm FindPath-Tree in grid graphs

Graph size	4×4	8×8	12×12	13×13
Time [s]	0.764	2.866	5.788	10.023

計算時間の比較では、グラフサイズの増加によって分岐列挙アルゴリズムは指数関数的に増加している (Fig. 8 参照)。 $n=12$ から経路木保存アルゴリズムと差が出始めている。前述の通り、SDKグラフの規模がちょうどこの辺りに該当し、経路木保存アルゴリズムがSDKグラ

Fig. 8 Run times of algorithms FindPath and FindPath-Tree for an $n \times n$ grid graph with 3 pairs

Fig. 9 Memory spaces used by algorithms FindPath and FindPath-Tree for an $n \times n$ grid graph with 3 pairs

フでは有効であることがわかる。

メモリ消費量の比較では、グラフサイズの増加に伴い、経路木保存アルゴリズムのメモリ消費量が指数関数的に増加し、 $n=14$ の場合の測定は行えなかった (Fig. 9 参照)。しかし、メモリ消費量が少ない分岐列挙アルゴリズムにおいては実行することができた。よって、 n が14~20程度の格子グラフに対しては分岐列挙アルゴリズムの方が有効であるといえる。

つぎにグラフのサイズを $n=12$ に固定し、ペア数を3, 6, 9, 12と変化させたときの計算時間とメモリ消費量を調べた。ペア数が12のときの分岐列挙アルゴリズムの計算時間は莫大な時間がかかるため計測していない。Fig. 10によると、分岐列挙アルゴリズムでは、これまでの結果と同様にペア数の増加に従って指数関数的に計算時間が増加している。9ペアの結果を求めるのに、3時間30分ほどかかる。また、経路木保存アルゴリズムはその場合でさえ4分弱で計算を終えている。ただ、12ペアのときでは経路木保存アルゴリズムでも26分程度かかっている。

メモリ消費量の比較に関しては、Fig. 11に示されている通り、分岐列挙アルゴリズムでは、9ペアのときでもほとんどメモリを消費していないのに対し、経路木保存アルゴリズムはペア数に比例してメモリ消費量が増加

Fig. 10 Run times of algorithms FindPath and FindPath-Tree for a 12×12 grid graph

Fig. 11 Space complexity (a 12×12 grid graph)

している。これは、ペア数が1増えるたびに、保持する経路木が一つ増え、またどのペア間でもそれほど経路本数の差がないためである。本来であればSDKグラフにおけるメモリ消費量でもこのような形を取るはずであるが、SDKグラフでは、始点終点ペア間の経路数がペアによってかなり異なるため、Fig. 6のような結果になったと思われる。

4.3 クラスタグラフ

$n \times n$ グラフは2次元的な構造を持つが、それとは別な構造を持つグラフとして、クラスタグラフとよばれる、密な部分と疎な部分が存在するグラフに対して実験を行った。ここで扱われるクラスタグラフとは、Fig. 12のように、節点集合 V を $\{V_1, V_2, \dots, V_t\}$ に分割し、各 V_i が誘導する部分グラフを密とし、異なる V_i, V_j 間を接続する部分を疎とすることで得られるグラフのことをいう。

詳細な作り方は以下の通りである。まず各節点を、いずれかの V_i にランダムに割り振る。つぎに、すべての2節点間に確率 ρ_2 で枝を張る。最後に、各枝に対し、その両端点が同じ V_i に含まれていなければ確率 ρ_1 で枝を残す。

本実験では、節点数を50、ペア数を3、分割数を10に固定し、枝を張る確率 ρ_2 、異なる V_i, V_j 間を結ぶ枝を残す確率 ρ_1 を変化させて実験を行った。具体的には、 ρ_1 を

Fig. 12 A clustered graph

10%に固定し、 ρ_2 を20%, 30%, 40%, 50%, 60%, 70%に変化させる場合と、 ρ_2 を30%に固定し、 ρ_1 を10%, 20%, 30%に変化させる場合に分けて、測定を行った。それぞれ10パターン測定し、その平均を取っている。なお、 ρ_2 が70%の場合、分岐列挙アルゴリズムでは莫大な時間を要するため測定していない。また、経路木保存アルゴリズムについては、あらかじめ必要な経路木集合を生成してある。経路木集合を生成するのに要した時間は、以下のTables 2, 3の通りである。

Table 2 Run time for constructing a set of trees as the preprocess of algorithm FindPath-Tree in clustered graphs with $\rho_1 = 10\%$

$\rho_2(\%)$	20	30	40
Time [s]	0.015	0.015	2.123
50	60	70	
3.786	16.865	42.873	

Table 3 Run time for constructing a set of trees as the preprocess of algorithm FindPath-Tree for clustered graphs with $\rho_2 = 30\%$

$\rho_1(\%)$	10	20	30
Time [s]	0.015	2.186	5.968

まず、 ρ_1 を10%に固定した場合の結果について考察する。Fig. 13は、 ρ_2 を変化させた場合の計算時間の変化を表わしている。分岐列挙アルゴリズムでは、 ρ_2 が50%を超え始めると急に計算時間が増加している。また、 ρ_2 が70%のときは経路木保存アルゴリズムでも30分程度かかっており、どちらの方法でも、 ρ_2 の増加に伴い計算時間が指数関数的に増加することがわかる。

一方、Fig. 14は、メモリ消費量の変化を表わしている。メモリ消費量に関しては、経路木保存アルゴリズムで、 ρ_2 が50%を超える辺りから大きく変化しており、 ρ_2 の増加に伴い指数関数的に消費量が大きくなっていることがわかる。分岐列挙アルゴリズムに関しては、 ρ_2 の値に関わらずメモリ消費量の変化は微小である。

Fig. 13 Run times of algorithms FindPath and FindPath-Tree for a clustered graph with 3 pairs, 50 vertices and $\rho_1 = 10\%$

Fig. 14 Memory spaces used by algorithms FindPath and FindPath-Tree for a clustered graph with 3 pairs, 50 vertices and $\rho_1 = 10\%$

Fig. 15 Run times of algorithms FindPath and FindPath-Tree for a clustered graph with 3 pairs, 50 vertices and $\rho_2 = 30\%$

つぎに、 ρ_2 を 30% に固定した場合の結果について考察する。Fig. 15, Fig. 16 は、それぞれ ρ_1 を変動させたときの計算時間およびメモリ消費量の変化を表わしている。

ρ_1 を固定した場合と同様に、分岐列挙アルゴリズムについては計算時間が、経路木保存アルゴリズムについてはメモリ消費量が、 ρ_1 の増加に伴い指数関数的に増加していることがわかる。

Fig. 16 Memory spaces used by algorithms FindPath and FindPath-Tree for a clustered graph with 3 pairs, 50 vertices and $\rho_2 = 30\%$

これらの結果は、 ρ_1 または ρ_2 が増えることで、指定された始点終点間に存在する経路数が増加することが原因であると推測される。

5. おわりに

本論文では、始点終点对の集合が与えられたとき、指定された始点終点間の互いに独立なパスの組合せすべてを求める、経路木保存アルゴリズムとよばれるアルゴリズムを提案した。計算機実験により、素朴なアルゴリズムである分岐列挙アルゴリズムとともに性能評価を行い、両アルゴリズムについて、実用的に解ける範囲のグラフのサイズや始点終点ペア数を調査した。

昭和電工 (株) における事例では、要求されている節点数 100 程度、枝数 100 程度、ペア数 6 程度であり、経路木保存アルゴリズムはこのような場合には効率よく動作することがわかった。昭和電工 (株) における従来法は担当者の経験に基づくもので計算機上にシステム化されていなかった。そのため、使用可能な経路の確認にかなりの時間を要していた。また、配管網上に確保可能な経路が存在していながら担当者がそのような経路を思いつかない場合、結果としてナフサの効率的な送給に利用できず、収益を減少させていた。現在、昭和電工 (株) の経路探索システムでは、経路木保存アルゴリズムが実際の日々の運用に使用され、経路確保の高速確認や運転条件による経路の最適な変更が行えるようになり、この結果が収益の増加につながっている。また、このアルゴリズムは、すべてのパスの組合せを列挙するため、なるべく使用したくない枝 (弁) に対してコストをつけることで、実行可能解に順位付けを与えて出力することも可能であり、現場の要求に応えやすい柔軟なアルゴリズムといえる。たとえば、すべての枝にコスト 1 をつけることで、最短距離の経路を選択することが可能になる。実際に昭和電工 (株) の経路探索システムに組み込まれている経路木保存アルゴリズムでは枝コストを用いて弁の使用頻度や経路長等が考慮されている。

また、本論文では、昭和電工(株)における事例のほかにも、格子状グラフ、クラスタグラフとよばれるグラフにおいても計算機実験を行い、ほかへの適用の可能性を調べた。実験結果からは、存在するパスの組合せ数の増加に従い、経路木保存アルゴリズムについてはメモリ消費量が、分岐列挙アルゴリズムについては計算時間が、増加する傾向があることがわかった。

今後の課題としては他の一般的なグラフに対しての性能評価、また計算時間と領域量のトレードオフを制御することのできるアルゴリズムの開発が挙げられる。

参考文献

- [1] 浅野: 情報と構造, 日本評論社 (1994)
- [2] S. Fournelle, J. Hopcroft and J. Wyllie: The directed subgraph homeomorphism problem; *Theoretical Computer Science*, Vol. 10, pp. 111–121 (1980)
- [3] 藤田, 江本, 竹下, 佐中: 化学産業における最適化技術の適用; オペレーションズ・リサーチ, Vol. 48, No. 8, pp. 549–554 (2003)
- [4] 茨木, 福島: 最適化の手法, 共立出版 (1993)
- [5] 情報システムと情報技術辞典編集委員会: 石油化学コンプレックスにおける生産管理システム; 情報システムの実践, Vol. 3, pp. 92–99 (2003)
- [6] Y. Perl and Y. Shiloach: Finding two disjoint paths between two pairs of vertices in a graph; *Journal of the Association for Computing Machinery*, Vol. 25, No. 1, pp. 1–9 (1978)
- [7] 石油化学工業協会: 石油化学ガイドブック (2002)
- [8] 石油化学工業協会: 石油化学工業の現状 2003 年 (2003)
- [9] 竹下, 朝倉, M. Turkay, 藤田: 大規模石油化学工場における生産計画最適化システム; 2000 年度日本オペレーションズ・リサーチ学会秋季研究発表会アブストラクト集, pp. 216–217 (2000)
- [10] R. E. Tarjan: Depth-first search and linear graph algorithms; *SIAM Journal on Computing*, Vol. 1, pp. 146–160 (1972)
- [11] 安波: エチレンプラント; 化学工業, 第 47 巻, 第 3 号, pp. 188–191 (1983)
- [12] A. J. Young, 増淵: プロセス制御系の設計, コロナ社 (1956)