ロボットマニピュレータの学習的最適軌道計画*

—最適軌道探索回数の一減少法—

逢坂 一正**・小野 敏郎***

A Learning Optimal Trajectory Planning of Robotic Manipulators*

—A Decreasing Method of Computing Iteration Number in Optimal Trajectory Search—

Kazumasa OHSAKA** and Toshiro ONO***

A number of trajectory planning algorithms exist for calculating the joint positions, velocities, and torques which will drive a robotic manipulator along a given geometric path. This paper presents a learning method for optimal trajectory planning of robotic manipulators of which all joints are rotational. When the start and end points of end effector are given in the Cartesian coordinates, the Fourier coefficients representing each joint velocity and interval of motion which specify the optimal trajectory in joint coordinates are searched by using the method of steepest descent. In the searching process, a learning algorithm based on the idea of linear approximation and utilization of the information on the known optimal trajectories is introduced. As numerical examples, the trajectories of two-link manipulator are simulated and the learning effect is confirmed.

1. まえがき

ロボットの知能化に関する研究は重要で、近年、種々の問題が考察されているが、マニピュレータの学習制御もその一つの分野である。ロボットマニピュレータの制御において、軌道制御と軌道計画は非常に重要な問題である。このうち軌道制御問題に学習則を適用した考察は幾つか報告されている^{1,2}。

他方、軌道計画問題については、関節座標系で空間経路が与えられる場合に経路の移動量を用いた簡単なアルゴリズムで最短時間軌道を求めたShinらの報告³、一般の評価関数の場合に動的計画法を用いたVukobratovic

らの報告⁴、一般の評価関数で、実行可能解を逐次改善する方法と動的計画法とを用いる尾崎らの報告⁵などがあるが、軌道計画問題に学習の方法を適用した報告は見当たらないようである。

本報告では、マニピュレータの作業空間でのピックアップ動作を想定し、エンドエフェクタの始点、終点の座標が与えられた場合の最適軌道計画問題を取り上げる。例えば、ベルトコンベア上のワークをマニピュレータハンドでピックアップする作業などでは始点がある程度変動するし、小さなワークを箱に詰める場合などは終点もある程度変動しなければならない。このようなマニピュレータの始点、終点が比較的小さな範囲で繰り返し動作を行なう場合の最適軌道を学習的に探索する問題を考察する。

本研究の目的は、始点、終点の変動領域内の既知の最適軌道の情報を用いて新しく与えられる始点、終点に対応する最適軌道の探索回数を減少させる一つのアルゴリズムを提案し、その有効性をシミュレーションにより確かめることである。学習の一つの定義「経験の積み重ね

* 原稿受付 1988. 3. 1

** 岡山理科大学 工学部 Okayama University of Science; 1-1, Ridai-cho, Okayama 700, JAPAN

*** 大阪府立大学 工学部 College of Engineering, University of Osaka Prefecture; 4-804, Mozu-Umemachi, Sakai 591, JAPAN

Key Words : robotic manipulator, optimal trajectory planning, learning method, learning algorithm, learning effect.

により、ある仕事を以前より効率よく出来るようになること、または以前出来なかったことを出来るようになること」⁶より、このような探索法は一種の学習探索法といえる。

本論文の構成は以下のとおりである。2. では多関節形マニピュレータの最適軌道計画問題を述べ、3. ではこの軌道計画問題を解くための最大傾斜法による解探索過程に、「繰り返し試行」と「知識獲得」の考え方より導かれる探索回数を減少させるための学習的アルゴリズムを提案する。4. では提案したアルゴリズムを最適軌道の解探索に適用して、アルゴリズムの有効性を2関節形マニピュレータのシミュレーション結果により確かめる。最後の5. では提案したアルゴリズムの有効性のまとめと他の問題への発展性について述べる。

2. 多関節マニピュレータの最適軌道計画問題

n 個の回転関節をもつ直鎖状リンクからなる Fig. 1 のようなマニピュレータの先端位置 (エンドエフェクタ M_{n+1} の座標) の始点 $X(0)$ 、終点 $X(T)$ が与えられてマニピュレータを運動させる場合の最適軌道計画問題を考える。ここで時間変数は $t \in [0, T]$ とする。

Fig. 1 n -link manipulator

マニピュレータの運動方程式は次のように表わせる。

$$M(\theta)\ddot{\theta} + f(\dot{\theta}, \theta) = \tau \quad (1)$$

ここで、 $\theta \in R^n$ は関節座標ベクトル、 $\tau \in R^n$ は一般化力ベクトル、 $M(\theta) \in R^{n \times n}$ は慣性行列、 $f(\dot{\theta}, \theta) \in R^n$ は非線形力ベクトルである。

軌道の境界条件は次のように与える。

$$\begin{aligned} \theta(0) &= \theta_0, \theta(T) = \theta_T \\ \dot{\theta}(0) &= \dot{\theta}(T) = 0 \\ \ddot{\theta}(0) &= \ddot{\theta}(T) = 0 \end{aligned} \quad (2)$$

ここで、 θ_0 は初期関節座標、 θ_T は終端関節座標である。運動開始時、終了時でマニピュレータは完全に停止するものとする。

評価関数は次のような積分形のものを考える。

$$z = \int_0^T h(\ddot{\theta}, \dot{\theta}, \theta) dt \quad (3)$$

ここで、 $h(\ddot{\theta}, \dot{\theta}, \theta)$ は凸で非負の関数である。

最適軌道計画は、一般に (1) 式、(2) 式を制約条件として (3) 式を最小にする θ を求める問題であるが、本報告では次のように取り扱う。(2) 式を考慮して i 番目のリンクの $\dot{\theta}$ を次のようにフーリエ級数展開できるものとする。

$$\dot{\theta}_i = \sum_{j=1}^m \left\{ a_{ij} \left(\cos \frac{2\pi j}{T} t - 1 \right) + b_{ij} \sin \frac{2\pi j}{T} t \right\} \quad (4)$$

ここで i はリンク番号 ($1, 2, \dots, n$)、 j はフーリエ級数項番号 ($1, 2, \dots, m$)、 a_{ij} 、 b_{ij} はフーリエ係数である。このときフーリエ係数は (2) 式より次式を満足しなければならない。

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^m a_{ij} \times T &= \theta_{io} - \theta_{if} \\ \sum_{j=1}^m (j \times b_{ij}) &= 0 \end{aligned} \quad (5)$$

ここで、 θ_{io} 、 θ_{if} は i 番目リンクの初期、終端関節座標である。

与えられる始点、終点をひとまとめにして $(X'(0), X'(T))' \in R^6$ と表わして以後座標ベクトルと呼ぶ。ただし、 $(\quad)'$ は転置を表わす。結局、本報告での最適軌道計画は、与えられる座標ベクトルに対して、(1) 式、(5) 式を満足して (3) 式を最小にするパラメータベクトル $(a'_{ij}, b'_{ij}, T)' \in R^{2nm+1}$ を求める問題となる。以後、 $(a'_{ij}, b'_{ij}, T)'$ を軌道ベクトルと呼ぶ。

(3) 式を最小にするパラメータベクトルの存在と一意性の仮定のもとに、この問題に最大傾斜法を用いて解を求めることを考える。Fig. 1 のようなマニピュレータの作業座標から関節座標への位置の変換問題を一意的に解く一般的方法は無いが、関節の個数 n が作業座標の次元数より大ならば解は無数にあるので、 $\tau, \dot{\theta}$ の絶対値に制限のあるときでも T を大きい値にとれば実行可能解を見つけるのはそれほど困難ではない。実行可能解のうちの適当な軌道ベクトル $(a'_{ij}, b'_{ij}, T)'$ から出発して繰り返し計算で (3) 式を小さくするように軌道ベクトルを修正していくと、最適軌道ベクトル $(a'_{ij}, b'_{ij}, T)'$ に収束することをシミュレーションにより示した⁷。ただし、一つの最適軌道を決める繰り返し探索回数が 200~300 回 (2 リンクの場合) から 500~700 回 (3 リンクの場合) を要する。この探索回数はかなりの計算時間を要するので、探索回数をできるだけ減らしたい。

3. 学習的最適解探索アルゴリズム

作業空間に基準となる一組の (始点、終点) の座標ベ

クトル $(X'(0), X'(T))'$ (以後、基準座標ベクトルと呼ぶ) とそれに対応する最適軌道ベクトル $(a_{ij}^*, b_{ij}^*, T^*)'$ (以後、基準最適軌道ベクトルと呼ぶ) は分かっているものとする。基準座標ベクトル近傍の与えられる一組の (始点、終点) に対する最適軌道探索では、探索開始時の軌道ベクトルとして基準最適軌道ベクトルを採用することは自然である。

ここで、学習の解探索アルゴリズムにより解が求まるための条件として、次のような仮定をおく。

[仮定]

(A 1) 一組の (始点、終点) 座標ベクトルに対応する最適軌道ベクトルはただ一つ存在する。

(A 2) 一組の (始点、終点) 座標ベクトルから最適軌道ベクトルへの写像は連続である。

これらの仮定が成立するならば、基準座標ベクトル近傍に与えられた (始点、終点) に対する最適軌道ベクトルは基準最適軌道ベクトルの近傍にある。

基準座標ベクトルからの微小変化量を $(\Delta X'(0), \Delta X'(T))'$ 、これに対応する基準最適軌道ベクトル $(a_{ij}^*, b_{ij}^*, T^*)'$ からの微小変化量を $(\Delta a_{ij}', \Delta b_{ij}', \Delta T)'$ として予測軌道ベクトル $(\bar{a}_{ij}', \bar{b}_{ij}', \bar{T})'$ を次の線形近似式で表わす。

$$(\bar{a}_{ij}', \bar{b}_{ij}', \bar{T})' = (a_{ij}^*, b_{ij}^*, T^*)' + (\Delta a_{ij}', \Delta b_{ij}', \Delta T)' \quad (6)$$

各微小変化量の関係も次の線形近似式で表わされるものとする。

$$\begin{aligned} \Delta a_{ij} &= D_a \Delta X(0) + E_a \Delta X(T) \\ \Delta b_{ij} &= D_b \Delta X(0) + E_b \Delta X(T) \\ \Delta T &= D_T \Delta X(0) + E_T \Delta X(T) \end{aligned} \quad (7)$$

ここで、 $D_a, D_b, E_a, E_b \in R^{n \times 3}$ は定係数行列であり、 $D_T, E_T \in R^3$ は定係数ベクトルである。これらの定係数行列、定係数ベクトルを未知数とする方程式 (7) を解くには基準座標ベクトル近傍の少なくとも 6 個の最適ベクトルが既知であることが必要である。

基準座標ベクトルの近傍にある座標ベクトルに対応する最適軌道ベクトルを求めるのに次のような解探索アルゴリズムを用いることを提案する。

[アルゴリズム]

(I) 与えられた座標ベクトルが既知の最適軌道ベクトルに対応する座標ベクトルに等しければ、その最適軌道ベクトルを解として (I) に戻る。そうでなければ (II) に進む。

(II) 与えられた座標ベクトルに対する予測軌道ベクトルを (6) 式より求め、それを探索開始時の軌道ベクトルとして最適軌道ベクトルを探索して解とし、記憶データ

として (III) に進む。

(III) 求まった最適軌道ベクトルに関する情報を記憶データに追加して最小二乗法により新しい係数行列、係数ベクトルを (7) 式より求めて (I) に戻る。

記憶データは与えた座標ベクトル $(X'(0), X'(T))'$ と最適軌道ベクトル $(a_{ij}^*, b_{ij}^*, T^*)'$ と繰り返し計算回数 k とする。このアルゴリズムは、座標ベクトルを一つ与えるごとにループを一巡するので、探索プログラムが実行されると記憶データがだんだん蓄積され、最終的には記憶容量の制限で探索プログラムは停止する。

本アルゴリズムでは、探索回数の減少 (学習効果) に次の二種類が期待できる。探索開始時の軌道ベクトルとして基準最適軌道の代わりに予測軌道を用いる。予測軌道は求めるべき最適軌道の線形近似なので、基準最適軌道から探索するよりも探索回数の減少 (予測による学習効果) が期待できる。つぎに解探索が進行するにつれてすでに得られた最適予測軌道ベクトルのデータを用いるので予測軌道の精度向上が見込まれ、この精度向上に基づく探索回数の減少 (習熟による学習効果) が期待できる。どの程度探索回数が減少できるかは、基準軌道近傍の非線形性の強さに依存するので、一般的に知る方法はない。

4. 2 関節マニピュレータの数値シミュレーション

前述の探索アルゴリズムの有効性を確かめるために回転形の 2 関節マニピュレータを平面内で運動させる場合を取り上げる。リンク数 $n=2$ とフーリエ項数 $m=5$ (この程度の項数でも十分な精度と滑らかさをもつ解が得られる⁷⁾) を採用する。リンクは断面一様な剛体棒とし、エンドエフェクタは質点とする。また、評価関数の被積分関数には次式を用いる。

$$h(\ddot{\theta}, \dot{\theta}, \theta) = c_1 \tau^2 + c_2 \quad (8)$$

ただし、 c_1, c_2 は正定数である。このとき、(1) 式の慣性項、非線形力項の成分は各リンクの長さや質量ならびにエンドエフェクタの質量をパラメータとして次のように表わされる。

$$\begin{aligned} M_{11}(\theta) &= \left(\frac{1}{3} m_1 + m_2 + m_3\right) L_1^2 + \left(\frac{1}{3} m_2 + m_3\right) L_2^2 \\ &\quad + (m_2 + 2m_3) L_1 L_2 \cos(\theta_2) \\ M_{12}(\theta) &= M_{21}(\theta) = \left(\frac{1}{3} m_2 + m_3\right) L_2^2 \\ &\quad + \left(\frac{1}{2} m_2 + m_3\right) L_1 L_2 \cos(\theta_2) \\ M_{22}(\theta) &= \left(\frac{1}{3} m_2 + m_3\right) L_2^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_1(\dot{\theta}, \theta) &= -(m_2 + 2m_3) \left(\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 + \frac{1}{2} \dot{\theta}_2^2 \right) L_1 L_2 \sin(\theta_2) \\
&\quad + g \left(\frac{1}{2} m_1 + m_2 + m_3 \right) L_1 \cos(\theta_1) \\
&\quad + g \left(\frac{1}{2} m_2 + m_3 \right) L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \\
f_2(\dot{\theta}, \theta) &= \left(\frac{1}{2} m_2 + m_3 \right) \dot{\theta}_1^2 \cdot L_1 L_2 \sin(\theta_2) \\
&\quad + g \left(\frac{1}{2} m_2 + m_3 \right) L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2)
\end{aligned} \quad (9)$$

ただし, g は重力加速度である. なお摩擦力は無視できるものとした.

軌道ベクトルは関節座標を定めるが, 関節座標から作業空間座標への変換は次式で表わされる.

$$\begin{aligned}
X_1 &= L_1 \cos(\theta_1) + L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \\
X_2 &= L_1 \sin(\theta_1) + L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2)
\end{aligned} \quad (10)$$

与えられた $X(0)$, $X(T)$ から初期時刻での θ_{i0} , θ_{if} への変換は (10) 式から一意には決まらないが, 本例ではマニピュレータの初期状態は停止しているとしているので, マニピュレータに働く重力が最小になるように θ_{i0} , θ_{if} を決める.

Fig. 2 に作業空間座標 (X_1 , X_2) と一つの基準座標ベクトル (0.5, 0.0, 0.3, 0.31)' と始点, 終点の近傍を表わすための局所座標 (λ_1 , λ_2) を示す. (9) 式のリンク, エンドエフェクタの諸元は Table 1 のとおりである. $c_1 = 1$, $c_2 = 10^5$ とする. c_1 に比べて c_2 に大きな比重をかけて

Fig. 2 Base coordinates and local coordinates

Table 1 Dimension and mass of links

L_1	0.25 (m)
m_1	23.30 (kg)
L_2	0.36 (m)
m_2	4.72 (kg)
m_3	2.00 (kg)

いるのではほぼ最短時間制御を目指していることになるが, 得られる軌道は人間の腕の軌道に近い自然なものと思われる (Fig. 3 の軌道略図参照). 最適軌道ベクトルに収束したかどうかの判定は, 軌道ベクトルの各成分の繰返し計算一回当たりの相対変動量の絶対値

$$\left| \frac{a_{ij}^k - a_{ij}^{k-1}}{a_{ij}^k} \right| \left| \frac{b_{ij}^k - b_{ij}^{k-1}}{b_{ij}^k} \right| \left| \frac{T^k - T^{k-1}}{T^k} \right|$$

の平均値が 10^{-4} 以下になれば, 収束したものとする. ここで k は繰返し計算回数である.

基準座標ベクトルに対応する基準最適軌道ベクトルとその略図を Table 2 と Fig. 3 に示す. 人間が重いものを持ち上げるときの腕の軌道に近い自然な軌道であることが読み取れる.

予測による学習効果の例を Fig. 4 に示す. これは $X(T)$ を固定して $X(0)$ を局所座標の (1) 方向に動かしたときの無次元距離 (局所座標の移動距離を基準点間距離で割ったもの) d と最適軌道ベクトルを求めたときの探索回数 k の関係である. 点線は軌道ベクトルの初期値に基準最適軌道ベクトルを用いた場合であり, 実線は (6) 式の予測軌道ベクトルを用いた場合である. どの d についても約 200 回探索回数が節約でき, 提案したア

Fig. 3 An optimal reference trajectory

Table 2 Fourier coefficients and motion interval of an optimal reference trajectory

j	a_1^*	b_1^*	a_2^*	b_2^*	
1	-0.3953	-0.1195	-0.2359	0.3424	[rad/s]
2	-0.0905	0.0066	-0.0690	-0.0192	
3	-0.0409	0.0105	-0.0301	-0.0310	
4	-0.0234	0.0092	-0.0161	-0.0269	
5	-0.0154	0.0076	-0.0097	-0.0207	
$T^* = 0.1701$ [s]

Fig. 4 Iteration number of search in the case of $X(0)$: changed and $X(T)$: fixed

ルゴリズムを用いれば探索回数が約6分の1から2分の1に減少する。局所座標の各方向ごとの探索回数の減少量をFig. 5に示す。 $d = 0.1$ の場合であり、探索回数は局所座標で方向性があることが分かる。

$X(0)$, $X(T)$ の両方を同時に局所座標の(4)方向に動かしたときの d と k の関係をFig. 6に示す。横軸の d は $X(0)$, $X(T)$ 各変動の和である。 $d = 1$ 程度までは学習効果が認められる。

習熟による学習効果の例として、 $(X'(0), X'(T))' = (0.4972, 0.0028, 0.2972, 0.3128)'$ に対応する最適軌道を求めたときの探索回数 k をFig. 7に示す。アルゴリズムのループごとに一樣乱数を用いて $\Delta X(0)$, $\Delta X(T)$ を発生し、(7)式の係数ベクトル、係数行列を求め、それらを用いた予測軌道からの探索回数 k をループ回数 N に対してプロットしたものである。 N が200程度までは僅かながら k のトレンドの減少が認められる。これは習熟による学習効果といえる。

Fig. 5 Iteration number of search in the neighborhood of a reference point

Fig. 6 Iteration number of search in the case of $X(0)$: changed and $X(T)$: changed

Fig. 7 Iteration number of search in a training process

5. あとがき

マニピュレータの始点、終点が指定される最適軌道計画問題において、一つの学習的探索アルゴリズムを提案し、そのアルゴリズムの有効性を2リンクマニピュレータのシミュレーション結果より検討した。その結果は以下のようにまとめられる。

(1) 探索回数の減少(学習効果)には二種類ある。一つは予測軌道を用いることによる探索回数の減少(予測効果)であり、もう一つは予測軌道の改良による探索回数の減少(習熟効果)である。

(2) 予測効果による学習効果は基準最適軌道ベクトルに近い探索程大きい。非常に近い場合は基準値の6分の1程度の探索回数となるし、また基準座標ベクトルからどの方向にマニピュレータを動かすかによって探索回数の減少に差がある。

(3) 習熟効果については、アルゴリズムのループ回数が200程度までは僅かながら認められる。

探索領域近傍の解の情報を用いて予測解を作るという本論文で提案したアルゴリズムは、種々の探索問題に適用が可能と思われる。例えば、ペイロードの変動する場合のマニピュレータの最適軌道探索には本報告と全く同じ手法が適用できる。

最後に本研究の遂行にあたりシミュレーションに従事

した岡山理科大学大学院学生の鎌田優君に感謝する。

参 考 文 献

- 1) 川村, 宮崎, 有本: ロボットマニピュレータの運動学習制御; 計測自動制御学会論文集, 22 巻, 4 号, pp. 69~76 (1986)
 - 2) 菅沼, 伊藤: 制御における熟練の獲得と知識表現—多リンク系への応用—; 計測自動制御学会論文集, 22 巻, 1 号, pp. 84~91 (1986)
 - 3) K. G. Shin & N. D. McKay: A Dynamic Programming Approach to Trajectory Planning of Robotic Manipulators; IEEE Trans. Automat. Contr., Vol. AC-31, No. 6, pp. 491~500 (1986)
 - 4) M. Vukobratovic & M. Kircanski: A Method for Optimal Synthesis of Manipulation Robot Trajectories; ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, Vol. 104, pp. 188~193 (1982)
 - 5) 尾崎, 山本, 毛利: 空間経路が指定されるマニピュレータ動作の軌道計画; 計測自動制御学会論文集, 23 巻, 3 号, pp. 82~87 (1987)
 - 6) O. Barteinstein: ロボティクスにおける学習システム; 日本ロボット学会誌, 5 巻, 6 号, pp. 495~500 (1987)
 - 7) 逢坂, 小野, 倉橋: ロボットマニピュレータの一最適制御; 第4回日本ロボット学会学術講演会予稿集, pp. 49~50 (1986)
-