システム制御情報学会論文誌, 2 巻, 4 号, pp.109~117 (1989)

東洋医学エキスパートシステムの設計と開発

北村 新三・辻 茂樹・田中 克己
松本 克彦・森 英樹

本論文では東洋医学エキスパートシステムの設計と開発について述べる。本システムを開発する過程において様々な問題点やシステムに必要とされる諸機能が明らかになってきており、特に「可視性」と「可変性」の重要性が明らかになってきた。本論文では、概念スキーマ、ルールベーススキーマ、オブジェクト指向型ユーザインタフェースなどから構成される、高い可視性と可変性を有するエキスパートシステムの概念的なアーキテクチャをまず提案し、つぎに、(完全ではないが)このアーキテクチャに基づいて実現されたわれわれの東洋医学エキスパートシステムについて述べる。

システム制御情報学会論文誌, 2 巻, 4 号, pp.118~127 (1989)

二足歩行ロボットの軌道計画

一倒立振子とニューラルネットワークの組合せ一

呉松 保男・北村 新三・中井 美行

この論文では次のような立場から、二足歩行ロボットの軌道計画について述べている。

- * 進行方向の重心の速度と位置だけを前もって与える。
- * ロボットの重心が倒立振子のように動くと考える。
- * 倒立振子の方程式から計算した重心位置と遊脚足先位置からワールド座標での各関節位置を得るために、Hopfield 的なニューラルネットワークによって逆運動学を解く。
- * この方法についてシミュレーションによって調べた。ここでの方法により定常歩行に満足できる結果が得られ、またインパルスのな外乱に対するロバスト性を示した。ゆえに、ここで提案した方法は簡単化した自律的軌道計画法を与えるものである。

システム制御情報学会論文誌, 2 巻, 4 号, pp.128~134 (1989)

受動的適応ループによる適応観測器の構成

井上 和弘・大場 和久
川野 肇・井上 和夫

動特性が未知であったり、パラメータが変動したりするようなプラントに対しても内部状態が推定できるように、状態観測器にパラメータ同定器部分を設けて、変動するパラメータを同定しつつ内部状態を推定する適応観

測器が提案された。しかし従来の適応観測器は、状態推定に要する時間についてはパラメータ同定に一定の時間が必要であり、従って入力に対するプラント出力の整定時間に比べてパラメータの変動が周期的に頻繁に起こる場合には適応困難となる。

本論文では、補償要素に近似逆関数を使った受動的適応ループを用いることにより、変動するパラメータを同定することなく内部状態を推定できる、入力のリッチネス条件を満たす必要のない構成の容易な適応観測器を提案するものである。

システム制御情報学会論文誌, 2 巻, 4 号, pp.135~140 (1989)

非線形デジタルサーボ系の一設計法

徐 俊傑・平井 一正

実際のシステムでは、非線形特性が必ず存在する。様々な非線形システムに対して、一般的な結論を出すのは難しいが、本論文では非線形要素と線形システムが直列に結合する非線形デジタル制御対象を扱う。このような非線形デジタル制御対象に対して、状態フィードバックによる安定化問題を考え、これに基づいて、ステップ状外乱の影響を除去し、ステップ状目標値に追従するような非線形サーボ系の設計法を提案する。

システム制御情報学会論文誌, 2 巻, 4 号, pp.141~143 (1989)

グラフ位相での収束について

前田 肇・藤田 浩治・児玉 慎三

ロバスト安定性にとって、伝達関数の近さをグラフ位相で定めることが基本的であることが知られている。本研究ではグラフ位相での収束性を判定するのに従来よりも簡便な収束条件を提示する。すなわちグラフ位相での収束することと正規化右既約分解形が一樣収束することと等価なことを示す。

システム制御情報学会論文誌, 2 巻, 4 号, pp.144~146 (1989)

非干渉系における極配置のための補償器設計

小林 伸明・中溝 高好・笹島 良夫

本報告では、非干渉系の極配置のための補償器の設計に関する新しい手順を、多項式行列分解を用いて与えるものであり、提案する手順に従えば自動的に非干渉系の極配置のための補償器の最小次数、設計パラメータが容易に決定できる。

非線形ディジタルサーボ系の一設計法*

徐 俊傑**・平 井 一 正***

Design of Servomechanism for Nonlinear Digital Systems*

Jun-Jie XU** and Kazumasa HIRAI***

In this paper, the servomechanism synthesis for nonlinear digital systems is considered. Nonlinear characteristics are often found in modeling systems. Nonlinear digital systems with input-channel nonlinearity are treated. Firstly, we present feedback laws that ensure the stability of compensated nonlinear digital systems. Next, using these results, we derive sufficient conditions in order for the controlled systems to satisfy the desired servomechanism performance.

1. はじめに

実際のシステムでは, 例えば増幅器の飽和や鉄心のヒステリシスなどに見られるように非線形特性が必ず存在する. 様々な非線形システムに対して, 一般的な結論を出すのは難しいが, 本論文では非線形要素と線形システムが直列に結合する非線形ディジタル制御対象を扱う.

従来, 非線形要素と線形システムが直列に結合するシステムに対する研究には連続時間系では前田¹, 平山・平井²の研究があり, 離散時間系では線形システムのロバスト制御の立場から扱ったもの^{3,4}がある. しかし, 文献 3) に指摘した方法でロバストセクタの大きさを決めるには問題が多く, 文献 4) による最適制御のロバスト性により求まる結果は不十分である.

このため本論文では

- (1) まず, 基礎となる非線形ディジタル制御対象を状態フィードバックにより安定化するための十分条件を導く.
- (2) (1) で求められた結果に基づいて, ステップ状外乱の影響を除去し, ステップ目標値に追従するような非線形サーボ系の設計法を提案する.

2. 制御対象と問題の設定

連続時間制御対象を

$$\begin{aligned}\dot{x} &= A_c x + b_c f(u) \\ y &= c x\end{aligned}\quad (1)$$

とする. (1) 式において, $x \in R^{n \times 1}$, $u \in R^1$, $y \in R^1$, $A_c \in R^{n \times n}$, $b_c \in R^{n \times 1}$, $c \in R^{1 \times n}$ であり, $f(u)$ は非線形要素である.

(1) 式に対して, 0 次ホールドを用いて, 離散化する

$$\begin{aligned}x_{k+1} &= A x_k + b f(u_k) \\ y_k &= c x_k\end{aligned}\quad (2)$$

が得られる. ただし

$$\begin{aligned}A &= \exp[A_c T] \in R^{n \times n} \\ b &= \int_0^T \exp[A_c \tau] d\tau b_c \in R^{n \times 1}\end{aligned}$$

であり, T はサンプル周期である.

ここで, 制御対象 (1) に対して, 次の仮定が成り立つとする.

仮定 1: 任意の実数 u, v に対して, 非線形特性 $f(\cdot)$ が次式を満たす.

$$\begin{aligned}0 < k_1 \leq (f(u) - f(v)) / (u - v) \leq k_2 \\ f(0) &= 0\end{aligned}\quad (3)$$

仮定 2: システム (A, b, c) は可制御, 可観測である.

仮定 3: システム (A, b, c) が 1 に伝達零点をもたない.

本論文では, 非線形ディジタル制御対象 (2) に対して, システムの外部から加わるステップ状外乱の影響を除去し, ステップ目標値に追従するようなサーボ系の設計問題を考える.

* 原稿受付 1988. 8. 11

** 神戸大学 自然科学研究所 Graduate School of Science and Technology, Kobe University ; Rokkodai-cho, Nada-ku Kobe 657, JAPAN

*** 神戸大学 工学部 Faculty of Engineering, Kobe University ; Rokkodai-cho, Nada-ku, Kobe 657, JAPAN

Key Words: : nonlinear control system, servomechanism, digital control system, feedback stabilization, robust control system.

3. 状態フィードバックによる安定化

本節では、以下に述べる非線形サーボ系設計の基礎となる状態フィードバックによる安定化問題を論じる。

非線形デジタル制御対象を

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= Ax_k + bg(u_k) \\ y_k &= cx_k \end{aligned} \quad (4)$$

とする。ただし、 $A \in R^{n \times n}$, $b \in R^{n \times 1}$, $c \in R^{1 \times n}$, 任意の実数 u に対して、非線形特性 $g(\cdot)$ が次式を満たす。

$$0 < \alpha \leq g(u)/u \leq \beta, \quad g(0) = 0 \quad (5)$$

制御対象 (4) に対して、Fig. 1 に示すような状態フィードバックシステムを構成する。

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= Ax_k + bg(u_k) \\ u_k &= -Fx_k \\ y_k &= cx_k \end{aligned} \quad (6)$$

Fig. 1 Nonlinear digital state feedback system

システム (6) の安定条件を求めるため、まず次の結果を示す。

補題 1: 任意の $\gamma \neq 0$, $\eta \neq 0$ に対して、 (A, b) が可制御ならば、 $(\gamma A, \eta b)$ も可制御である。

補題 2⁵: (A, b) が可制御であり、 $(Q^{1/2}, A)$ が可観測であるとする。そのとき、リカッチ方程式

$$P = A^T P A - A^T P b (1 + b^T P b)^{-1} b^T P A + Q \quad (7)$$

が唯一な対称正定解 P をもつ。ただし、 $Q = Q^T > 0$ 。

以下では、システム (6) が安定であるための十分条件を与える。

定理 1: システム (6) に対して、 (A, b) が可制御であるとする。また、セクタのゲイン条件

$$0 < \alpha \leq \beta \leq [1 + 2(1 + (b_1^T P b_1)^{1/2}) / b_1^T P b_1] \alpha \quad (8)$$

が成り立つとする。フィードバックゲイン行列 F を

$$F = 2(b_1^T P b_1)^{-1} b_1^T P A_1 / (\alpha + \beta) \quad (9)$$

とすると、システム (6) は減衰度 δ で指数安定である。ただし、

$$A_1 = e^\delta A, \quad b_1 = e^\delta b$$

であり、 P は次のリカッチ方程式の対称正定解である。

$$P = A_1^T P A_1 - A_1^T P b_1 (1 + b_1^T P b_1)^{-1} b_1^T P A_1 + Q \quad (10)$$

ここで、行列 Q は $Q = Q^T > 0$, $(Q^{1/2}, A)$ が可観測であることを満足する。

[証明] 補題 1 より、 (A_1, b_1) が可制御であることは明らかである。また、補題 2 より、リカッチ方程式 (10) が唯一な正定対称解 P をもつ。

リヤプノフ関数を

$$V_k = (e^{k\delta} x_k)^T P (e^{k\delta} x_k) > 0$$

とくと

$$\begin{aligned} \Delta V_k &= [e^{(k+1)\delta} x_{k+1}]^T P [e^{(k+1)\delta} x_{k+1}] \\ &\quad - (e^{k\delta} x_k)^T P (e^{k\delta} x_k) \\ &= e^{2k\delta} [(A_1 x_k + b_1 g(u_k))^T P \\ &\quad \cdot (A_1 x_k + b_1 g(u_k)) - x_k^T P x_k] \\ &= e^{2k\delta} [x_k^T (A_1^T P A_1 - P) x_k + 2g(u_k) b_1^T \\ &\quad \cdot P A_1 x_k + g(u_k)^2 b_1^T P b_1] \end{aligned}$$

を得る。(5) 式より

$$(g(u_k) - \alpha u_k)(g(u_k) - \beta u_k) \leq 0$$

すなわち

$$g(u_k)^2 \leq (\alpha + \beta) u_k g(u_k) - \alpha \beta u_k^2$$

を得る。したがって

$$\begin{aligned} \Delta V_k &\leq e^{2k\delta} [x_k^T (A_1^T P A_1 - P) x_k + 2g(u_k) b_1^T \\ &\quad \cdot P A_1 x_k + (\alpha + \beta) u_k g(u_k) b_1^T P b_1 \\ &\quad - \alpha \beta u_k^2 b_1^T P b_1] \\ &= e^{2k\delta} [x_k^T (A_1^T P A_1 - P - \alpha \beta F^T b_1^T P b_1 F) \\ &\quad \cdot x_k + 2g(u_k) b_1^T P A_1 x_k \\ &\quad - (\alpha + \beta) g(u_k) b_1^T P b_1 F x_k] \end{aligned}$$

また (9) 式

$$F = 2(b_1^T P b_1)^{-1} b_1^T P A_1 / (\alpha + \beta)$$

より

$$\begin{aligned} \Delta V_k &\leq e^{2k\delta} x_k^T [(A_1^T P A_1 - (4\alpha\beta / (\alpha + \beta)^2) \\ &\quad \cdot A_1^T P b_1 (b_1^T P b_1)^{-1} b_1^T P A_1 - P)] x_k \end{aligned}$$

を得、さらに、セクタのゲイン条件 (8) 式を用いて

$$\begin{aligned} \Delta V_k &\leq e^{2k\delta} x_k^T [(A_1^T P A_1 - A_1^T P b_1 \\ &\quad \cdot (1 + b_1^T P b_1)^{-1} b_1^T P A_1 - P)] x_k \\ &= -e^{2k\delta} x_k^T Q x_k < 0 \end{aligned}$$

となる。したがって、状態 $(e^{k\delta} x_k)$ は漸近安定である。

すなわち、状態 x_k は減衰度 δ で指数安定である。

[証明終]

であれば, u_e が唯一に定まる. x_e, u_e が唯一に定まったとき, z_e が唯一に定まる必要十分条件は

$$q \neq 0$$

となる. したがって, システム (12) の平衡状態が唯一に存在するための必要十分条件は

- (1) システム (A, b, c) が 1 に伝達零点をもたない.
- (2) $f(\cdot)$ は一対一対応する関数である.
- (3) $q \neq 0$

となる.

システム (12) が唯一な平衡状態 (x_e, u_e, z_e, y_e) をもつとする. 偏差状態を

$$\begin{aligned}\tilde{x}_k &= x_k - x_e \\ \tilde{u}_k &= u_k - u_e \\ \tilde{z}_k &= z_k - z_e \\ \tilde{y}_k &= y_k - y_e \\ \phi(\tilde{u}_k) &= f(u_k + d_2) - f(u_e + d_2)\end{aligned}$$

とおくと, 偏差系は

$$\begin{aligned}\tilde{x}_{k+1} &= A\tilde{x}_k + b\phi(\tilde{u}_k) \\ \tilde{u}_k &= -h\tilde{x}_k + q\tilde{z}_k \\ \tilde{z}_{k+1} &= \tilde{z}_k - c\tilde{x}_k \\ \tilde{y}_k &= c\tilde{x}_k\end{aligned}\quad (15)$$

となる. 仮定 1 より

$$\begin{aligned}0 < k_1 \leq \phi(\tilde{u}_k)/\tilde{u}_k \leq k_2 \\ \phi(0) &= 0\end{aligned}$$

が得られる. (15) 式を変形すると

$$\begin{bmatrix} \tilde{x}_{k+1} \\ \tilde{z}_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -c & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{x}_k \\ \tilde{z}_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b \\ 0 \end{bmatrix} \phi(\tilde{u}_k)\quad (16)$$

$$\tilde{u}_k = -[h, -q] \begin{bmatrix} \tilde{x}_k \\ \tilde{z}_k \end{bmatrix}$$

$$\tilde{y}_k = c\tilde{x}_k$$

を得る. ここで

$$\begin{aligned}A &= \begin{bmatrix} A & 0 \\ -c & 1 \end{bmatrix}, \quad \Gamma = \begin{bmatrix} b \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \tilde{F} = [h, -q] \\ W_k &= \begin{bmatrix} \tilde{x}_k \\ \tilde{z}_k \end{bmatrix}, \quad v_k = \tilde{u}_k, \quad \tilde{c} = [c \quad 0]\end{aligned}$$

とおくと, システム (16) が

$$\begin{aligned}W_{k+1} &= \Lambda W_k + \Gamma \phi(v_k) \\ v_k &= -\tilde{F} W_k \\ \tilde{y}_k &= \tilde{c} W_k\end{aligned}\quad (17)$$

となる. 偏差系 (17) が安定ならば, システム (12) の制御量 y_k が目標値 r に追従することは明らかである. したがって, サーボ系の設計問題は偏差系の安定問題に帰

着して考えればよいことがわかる.

補題 3 条件

- (1) システム (A, b, c) は可制御, 可観測である.
 - (2) システム (A, b, c) が 1 に伝達零点をもたない.
- が成り立つとする. そのとき, (Λ, Γ) は可制御である.

定理 2 次の条件が成り立つとする.

- (a) 仮定 1, 仮定 2, 仮定 3 が成立する.
- (b) セクタのゲイン条件

$$0 < k_1 \leq k_2 \leq [1 + 2(1 + (\Gamma_1^T P \Gamma_1)^{1/2}) / \Gamma_1^T P \Gamma_1] k_1 \quad (18)$$

が成り立つとする. フィードバックゲイン行列 $\tilde{F}$ を

$$\tilde{F} = 2(\Gamma_1^T P \Gamma_1)^{-1} \Gamma_1^T P \Lambda_1 / (k_1 + k_2)$$

とすると, システム (9) は減衰度 δ でステップ状外乱 d_1 と d_2 の影響を除去し, ステップ目標値に追従することができる. ただし,

$$\Gamma_1 = e^\delta \Gamma, \quad \Lambda_1 = e^\delta \Lambda$$

であり, P はリカッチ方程式

$$P = \Lambda_1^T P \Lambda_1 - \Lambda_1^T P \Gamma_1 (1 + \Gamma_1^T P \Gamma_1)^{-1} \cdot \Gamma_1^T P \Lambda_1 + \tilde{Q} \quad (19)$$

の対称正定解である. ここで, $\tilde{Q} = \tilde{Q}^T > 0$.

[証明] 仮定 1 より, $f(\cdot)$ が一対一対応する関数であることは明らかである. したがって, 条件 (a) がサーボ系 (12) が唯一な平衡状態をもつことを保証する. また, 補題 3 より, (Λ, Γ) は可制御である. 定理 1 より, 定理 2 が成立する.

5. シミュレーション

本節では, ステップ入力に追従するようなサーボ系を設計する例を示す. 連続制御対象の線形システム行列は

$$A_c = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}, \quad b_c = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad c = [1 \quad 1]$$

であり, 非線形要素は Fig. 3 に示すように

$$f(u) = \begin{cases} k_1 u & -2 \leq u \leq 2 \\ k_2 u - 2(k_2 - k_1) & u > 2 \\ k_2 u + 2(k_2 - k_1) & u < -2 \end{cases}$$

とする. さらに, 目標値が $r = 1$ であり, 外乱が

$$d_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad d_2 = 1$$

であるものを考える. 離散化した行列は

$$A = \begin{bmatrix} e^T & 0 \\ 0 & e^{2T} \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} e^T - 1 \\ 0.5(e^{2T} - 1) \end{bmatrix}$$

となる. ただし, T はサンプル周期である. 減衰度 $\delta =$

Fig. 3 An example of nonlinearity

0.1 とおく。

以下では、パラメータの変化がどのようにサーボ系の追従性に影響を与えるかを検討する。

(1) $T = 0.1$, $\tilde{Q} = 0.0001 I$ と選び、リカッチ方程式 (19) を解くと、

$$P = \begin{bmatrix} 1130 & -1310 & -3.18 \\ -1310 & 1570 & 3.38 \\ -3.18 & 3.38 & 0.05 \end{bmatrix}$$

を得る。セクタのゲイン条件は

$$0 < k_1 \leq k_2 \leq 4.04 k_1$$

となる。 $k_1 = 1$, $k_2 = 3$ のとき、Fig. 4 (a) に示すような出力応答を得る。

(2) $T = 0.1$, $\tilde{Q} = 0.1 I$ と選び、リカッチ方程式 (19) を解くと、

$$P = \begin{bmatrix} 3950 & -4210 & -5.83 \\ -4210 & 4560 & 5.87 \\ -5.83 & 5.87 & 1.69 \end{bmatrix}$$

を得る。セクタのゲイン条件は

$$0 < k_1 \leq k_2 \leq 3.44 k_1$$

となる。 $k_1 = 1$, $k_2 = 3$ のとき、Fig. 4 (b) に示すような出力応答を得る。(1) の場合に比べて、追従性があまり変わらないが、求めたセクタの大きさは小さくなっていることがわかる。

(3) $T = 0.2$, $\tilde{Q} = 0.001 I$ と選び、リカッチ方程式 (19) を解くと、

$$P = \begin{bmatrix} 283 & -349 & -1.28 \\ -349 & 454 & 1.41 \\ -1.28 & 1.41 & 0.04 \end{bmatrix}$$

を得る。セクタのゲイン条件は

$$0 < k_1 \leq k_2 \leq 2.59 k_1$$

となる。 $k_1 = 1$, $k_2 = 2.3$ と $k_1 = 1$, $k_2 = 2.45$ の場合の出力応答はそれぞれ Fig. 4 (c), Fig. 4 (d) のようである。

(a) $T = 0.1$, $Q = 0.0001 I$, $k_1 = 1$, $k_2 = 3$ (b) $T = 0.1$, $Q = 0.1 I$, $k_1 = 1$, $k_2 = 3$ (c) $T = 0.2$, $Q_1 = 0.001 I$, $k_1 = 1$, $k_2 = 2.3$ (d) $T = 0.2$, $Q = 0.001 I$, $k_1 = 1$, $k_2 = 2.45$ Fig. 4 Output response y_k

両図を比較すればわかるように、同じ T に対して、セクタの大きさが小さいほど、追従性がよいことを示している。

また、 $T = 0.1$ の場合に比べて、 $T = 0.2$ の場合はゲイン条件により定まるセクタの大きさが小さいことを確かめた。

6. むすび

本研究では、非線形要素と線形システムが直列に結合したディジタル制御対象を、状態フィードバックにより安定化問題を考察した。さらに、この制御対象に対するサーボ系の設計法を提案した。ここでは、線形システムの最適制御のリカッチ方程式の正定解を用いて、サーボ系が設計できるための十分条件を与えた。

参考文献

- 1) 前田：非線形システムの状態フィードバックによる大域指数安定化；計測自動制御学会論文集，7巻，2号，pp. 68～73 (1971)
- 2) 平山，平井：非線形多変数サーボ系の一設計法；計測自動制御学会論文集，20巻，10号，pp. 28～32 (1984)
- 3) S. H. Lee & T. T. Lee：Synthesis of Discrete-Time Compensators with Specified Gain and Phase Margins；Int. J. Control, Vol. 44, No. 5, pp. 1415～1426 (1986)
- 4) U. Shaked：Guaranteed Stability Margins for the Discrete-Time Linear Quadratic Optimal Regulator；

IEEE Trans. Automat. Control, Vol. AC-31, No. 2, pp. 162~165 (1986)

- 5) 児玉, 須田: システム制御のためのマトリクス理論, 計測自動制御学会 (1978)
 - 6) 美多: デジタル最適制御系のロバスト安定性—連続系との比較—, システムと制御, 31 巻, 5 号, pp. 348~351 (1987)
-