伸縮脚と円弧足を有する2足歩行システムの Geometric Tracking 制御と安定解析 —円弧足半径と安定性の関係に関する考察*

衣笠 哲也[†]・Christine Chevallereau^{‡§}・Yannick Aoustin^{‡¶}・吉田 浩治[†]

Geometric Tracking Control and Stability Analysis of a Biped with Telescopic Legs and Circular Arc Feet

— Study on a Relationship Between Circular Arc Feet Radius and
Stability*

Tetsuya KINUGASA[†], Christine CHEVALLEREAU^{‡§}, Yannick Aoustin^{‡¶} and Koji YOSHIDA[†]

The purpose of our research is to analyze stability of a geometrically controlled biped. The biped is planar and is composed of five links. Telescopic knee joints are employed to avoid the foot clearance problem. The ankle is not actuated then the robot is underactuated in single support phase. A geometric evolution of the biped configuration is controlled, instead of a temporal evolution. The input-output linearization with a PD control law and a feed forward compensation is used for geometric tracking. The temporal evolution is analyzed using Poincaré map. The map is given by an analytic expression based on the angular momentum around the contact point. As a result, the radius of the circular arc foot affects to stability of walking, and speed of convergence decreases when the radius increases. Moreover a basin of attraction is broadened by choosing larger radius among the stable cyclic motion. Finally we discuss relationships of stability properties between the controlled system and passive dynamic walking.

1. はじめに

近年, 2足歩行に関する研究が多くなされてきている。その中で, 地面との拘束条件を決定する足形状(フラット, 円弧など)が本質的に歩行安定性に影響するため重要であることが明らかになってきた。フラットもしくはそれに準ずる足底をもつ多くのヒューマノイドの制御手法は, Zero Moment Point (ZMP) 拘束内において足首トルクが利用できることを仮定している。一方, 人間の歩行に対して足と足首の振る舞いから円弧支持ととらえられることが‘foot roll-over shape’として知られている[1]。この場合, 接地点もしくは円弧中心は非駆動であるため片足支持期は劣駆動系となる。このような, 円弧足をもつ2足歩行に関する研究は, McGeerの受動的歩行[2]か

ら始まり, 多く存在する(たとえば[3–6])。McGeerは受動歩行において円弧半径が脚長に近づくとき歩行ポアンカレ写像の固有値が1に近づくことを示した。この固有値は‘speed mode’とよばれsynthetic wheelで1となる。このspeed modeは衝突におけるエネルギー消散率に関係している。synthetic wheelでは脚長と円弧半径が一致するため, エネルギーは衝突時に消散せず, つまり, 初期値が各ステップにおいて保存され, 外乱などの影響のみによって変化する[2]。また, McGeerは片足支持期における足の接地範囲を人の足長と衝突時における両脚間の角度から算出し, 円弧半径を脚長の1/3とすることを述べている。Wisseらは歩行安定性ではなく安定化領域の視点から考察し, 足円弧半径の増加が安定化領域の拡大につながることを実験的に示した[3]。彼らも, 適切な円弧半径について述べており, 足長と膝の屈曲の関係から足先端が地面に接触しない条件として脚長の1/3とすることを推奨している。これらの研究は, 円弧足を用いることがバイオミメティクスの観点からだけでなく安定性や安定化領域という物理的観点からも有効であることを示している。さらに, 円弧足はバネによる受動足首関節と等価な性質をもつことが報告されており[5,7], 円弧足から扁平足への拡張にもつながる。

一方, 入出力線形化に基づくgeometric tracking手法

* 原稿受付 2007年4月27日

[†] 岡山理科大学 工学部 Faculty of Engineering, Okayama University of Science; Ridai-cho 1-1, Okayama city, Okayama 700-0005, JAPAN

[‡] IRCCyN, Institut de Recherche en Communication et Cybernétique de Nantes; 1 rue de la Noë - BP 92 101 - 44321, Nantes CEDEX 03, FRANCE

[§] CNRS, Le Centre National de la Recherche Scientifique

[¶] The University of Nantes

Key Words: biped walking, geometric tracking, stability analysis, circular arc feet.

による劣駆動系の2足歩行手法がよく知られている（たとえば[8]）。この手法により非常にロバストな歩行を実現できることが実験装置‘Rabbit’によって明らかにされている[9,10]。けれども、制御対象は外力を伴わない点支持モデルであり、外力を伴う場合や円弧足をもつ場合、運動エネルギーが系全体の絶対姿勢角について独立ではなくなるという問題がある。この問題は、外力を伴う点支持モデルにおいてZMPが、円弧支持モデルにおいて支持点が歩行中に移動するために生じる。そのため、過去の結果を円弧支持モデルに直接用いることができない。この問題に対して、Chevallereau[11]はZMP拘束の効果を解析するために、フラット足をもつモデルの安定性をポアンカレ写像によって数値的に解析する手法を与えた。また、Srinivasanら[12]はroll-over shape 仮説に基づいて円弧足をもつ2Dモデルにより人間の歩行を表現し、geometric trackingによる2足歩行を実現している。彼らはこの円弧足モデルに対して拡張した安定解析を行っているが、最終的な解析解は線形化を伴っていた。また、彼らの興味は人の歩行を再現することにあり、円弧足がgeometric trackingによる2足歩行の安定性にどのような影響を与えるのかということに答えてはいない。そこで、本論文では、Sagittal平面内の円弧足と直動関節をもつ劣駆動2足歩行モデルに対してgeometric tracking制御系を設計し、Chevallereau[11]が与えた解析手法を発展させることで解析的にポアンカレ写像を導出し、安定解析を行う。さらに、この安定解析を通してgeometric tracking制御による2足歩行に対する円弧支持効果を詳細に調べたことについて述べる。

2. モデリング

Fig. 1に示した制御対象は1胴2脚の2次元モデルである。脚は直動型膝関節と円弧足をもっている。このモデルは実験装置[13]を意識しているため伸縮脚を与えた。伸縮脚をもつことにより、遊脚が地面に擦るといったコンパスモデルの問題を解消できる。また、衝突時に伸縮脚による衝撃緩和作用も生じることが予想され、より現実的な解析が可能となることを期待している。両脚と膝関節はトルクもしくは力 $\Gamma = [\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3, \Gamma_4]'$ を発生することができる。系全体の絶対姿勢を表す θ_3 は非駆動であるので本系は劣駆動となる。このモデルに対して、歩容は片脚支持期と両脚支持期で構成される。

2.1 片足支持期の運動方程式

片足支持期の運動方程式はラグランジュ手法により以下のように与えられる。

$$D(\theta)\ddot{\theta} + C(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} + G(\theta) = B\Gamma \quad (1)$$

ただし、 $\theta = [\theta_1, \theta_2, \theta_3, l_1, l_2]'$ であり、 D, C, G, B はそれぞれ慣性行列、遠心コリオリ力行列、重力ベクトルおよび入力一般化力に変換する行列である。また、(1)

Fig. 1 A biped model

Above is a single support phase. Below is an impact phase.

式の3行目は外力を持たないことに注意。このモデルに対して、運動エネルギー K の $\dot{\theta}_3$ に関する微分は接地点 N_1 回りの角運動量 σ_{N_1} となっている。つまり、

$$\frac{\partial K}{\partial \dot{\theta}_3} = \sigma_{N_1} = D_3 \cdot \dot{\theta} \quad (2)$$

ただし、 D_3 は慣性行列 D の第3行目である。また、運動方程式(1)は $x = [\theta', \dot{\theta}]'$ とすると次のような状態方程式として表される。

$$\dot{x} = f(x) + g(x)\Gamma \quad (3)$$

両脚間の相対角度、胴体の絶対姿勢および両脚長の関数を $h(x) = [h_1, h_2, h_3, h_4]' = [\theta_2 - \theta_1, \theta_3 - \theta_1 + \pi, l_1, l_2]'$ とし、 h^d を参照軌道とし、出力関数を次式で与える。

$$y = h(x) - h^d \quad (4)$$

2.2 衝突モデル

衝突方程式を得るために、次のようなラグランジュ未定常数を含む一般的運動方程式を与える。

$$D_e(\theta_e)\ddot{\theta}_e + C_e(\theta_e, \dot{\theta}_e)\dot{\theta}_e + G_e(\theta_e) = B_e\Gamma + D_{R_i}(\theta_e)R_i \quad (5)$$

$\theta_e = [\theta', x_H, y_H]'$ であり、 x_H, y_H は腰位置を表している。 $R_i = [R_{x_i}, R_{y_i}]'$ は接地点における床反力ベクトルである。第 i 脚の接地条件から拘束条件は次式となる。

$$D'_{R_i}\ddot{\theta}_e + C_{R_i}(\theta_e, \dot{\theta}_e)\dot{\theta}_e = 0 \quad (6)$$

衝突は非弾性的で瞬間的に起こるものと仮定し、 $\dot{\theta}_e^-$ および $\dot{\theta}_e^+$ を衝突直前直後の角速度、 $I_{m_i} = [I_{m_{x_i}}, I_{m_{y_i}}]'$, ($i=1,2$) を衝突点における力積ベクトルとすると (Fig.1 下), 衝突直後に元の支持脚が地面から離れない場合も含めた衝突方程式は次式で与えられる.

$$\begin{cases} D_e(\theta_e)(\dot{\theta}_e^+ - \dot{\theta}_e^-) = D_R(\theta_e)I_m \\ D'_R(\theta_e)\dot{\theta}_e^+ = 0 \end{cases} \quad (7)$$

最終的に脚交換を含む衝突モデルは次式の通りである.

$$\dot{\theta}^0 = T_{LS}\dot{\theta}^+ = T_{LS} \cdot \Delta(\theta) \cdot \dot{\theta}^- = T_{LS} \cdot \Delta(\theta) \cdot \dot{\theta}^f \quad (8)$$

ただし, 上付き添字⁰, ^f はそれぞれ片足支持期における初期および終端状態, $-$, $+$ はそれぞれ脚交換を含まない衝突前後での状態を表し, $-$ と ^f は同じ状態となる. また, T_{LS} は脚交換を表す行列であり, $\Delta(\theta)$ は (7) 式を変形してまとめることで得られる行列である.

3. 制御則

制御は出力関数 $h(x)$ を適当な単調変数 θ_3 に関する参照関数 h^d へ仮想的に拘束するという手法を採る (参照関数は衝突条件を満たすように設計する必要がある). 状態拘束するため次の入出力線形化手法を用いる.

$$\ddot{y} = \ddot{h} - \ddot{h}^d = L_f^2 h(x) + L_g L_f h(x) \Gamma - \ddot{h}^d \quad (9)$$

$L_f h(x)$ は $h(x)$ のベクトル場 f による Lie 微分を表し $L_f h(x) = \partial h / \partial x \cdot f(x)$ で定義され, $\ddot{h}^d$ はフィードフォワード補償項である. 参照軌道は単調変数 θ_3 の次に示す4次多項式で与える.

$$h_d(\theta_3) = a[1, \theta_3^1, \theta_3^2, \theta_3^3, \theta_3^4]' \quad (10)$$

ただし, $a \in \mathbb{R}^{4 \times 5}$ は係数行列である. 追従には以下のPD制御則 [14] を用いた.

$$\ddot{y} = \nu = -K_p y - K_d \dot{y} \quad (11)$$

ただし, K_p , K_d は比例および微分ゲインである. フィードフォワード項は次式で与えられる.

$$\ddot{h}^d = \frac{dh^d}{d\theta_3} \cdot \ddot{\theta}_3 + \frac{d^2 h^d}{d\theta_3^2} \cdot \dot{\theta}_3^2 \quad (12)$$

$\theta_r = [\theta_1, \theta_2, l_1, l_2]'$, $D_{r3} = [d_{31}, d_{32}, d_{34}, d_{35}]$, さらに C_3 と G_3 は C と G の3行目とすると, 運動方程式 (1) の第3式は

$$D_{r3}\ddot{\theta}_r + d_{33}\ddot{\theta}_3 + C_3\dot{\theta} + G_3 = 0 \quad (13)$$

となる. また, 関数 $h(x)$ と座標 θ の間の関係から

$$\ddot{\theta}_r = \begin{bmatrix} -\ddot{h}_2 + \ddot{\theta}_3 \\ \ddot{h}_1 - \ddot{h}_2 + \ddot{\theta}_3 \\ [\ddot{h}_3, \ddot{h}_4]' \end{bmatrix} = \frac{\partial \theta_r}{\partial h} \cdot \ddot{h} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0_{2 \times 1} \end{bmatrix} \ddot{\theta}_3 \quad (14)$$

となる. さらに, (9) 式と (11) 式から

$$\ddot{h} = \ddot{h}^d - K_p(h - h^d) - K_d(\dot{h} - \dot{h}^d) \quad (15)$$

となる. (12) 式から (15) 式までを組み合わせると $\ddot{\theta}_3$ は

$$\ddot{\theta}_3 = \frac{-D_{r3} \frac{\partial \theta_r}{\partial h} \left\{ \frac{d^2 h^d}{d\theta_3^2} \dot{\theta}_3^2 - K_p y - K_d \dot{y} \right\} - C_3 \dot{\theta} - G_3}{D_{r3} \frac{\partial \theta_r}{\partial h} \frac{dh^d}{d\theta_3} + d_{31} + d_{32} + d_{33}}$$

となり, 最終的な制御則が以下のように与えられる.

$$\Gamma = (L_g L_f h(x))^{-1} (\ddot{h}^d - K_p y - K_d \dot{y} - L_f^2 h(x)) \quad (16)$$

4. 安定解析

制御系において出力はゼロへ収束し衝突条件も満足する. 出力は歩数を重ねるごとにゼロに向かう. そこで, 出力が完全にゼロとなる, つまり, 制御系は参照軌道に完全に追従するものと仮定する. このとき制御系は衝突を含むゼロダイナミクスに低次元化される. この低次元化されたシステムに対して周期解の存在および安定性を明らかにすることが本章の主題である.

4.1 片足支持期

片足支持期の状態変数は θ_3 を除いて参照軌道 h^d により決定される. システムが参照軌道に完全に追従していると仮定すると $\theta = \theta^d(\theta_3) = [\theta_3 - h_2^d(\theta_3) + \pi, h_1^d(\theta_3) + \theta_3 - h_2^d(\theta_3) + \pi, \theta_3, h_3^d(\theta_3), h_4^d(\theta_3)]'$ と書くことができる. このとき角運動量 (2) 式は次のように変形できる.

$$\sigma_{N_1} = D_3(\theta_3) \cdot \frac{d\theta^d}{d\theta_3} \cdot \dot{\theta}_3 = I_{\theta_3}(\theta_3) \cdot \dot{\theta}_3 \quad (17)$$

また, 接地点 N_1 が移動することに注意して N_1 回りの釣り合いを考えると, 次式が成り立つ.

$$\dot{\sigma}_{N_1} + M V_{N_1} \times V_G = \vec{N}_1 \vec{G} \times M \vec{g} \quad (18)$$

ただし, V_{N_1} , V_G は $N_1 = [-R\theta_3, 0]'$, 重心 $G = [x_G, y_G]'$ における速度ベクトル, $\vec{g} = [0, -g]'$ は重力加速度ベクトルである. 動的モデル (1) において第1, 2, 4, および5行目の式は入力 (16) によって制御されることで目標軌道に追従し, システムのその他の挙動は第3行目によって決定される. このとき θ は単調変数 θ_3 の関数となり, ゼロダイナミクス上で θ_3 は (18) 式を満たす. したがって, (18) 式は以下のように変形できる.

$$\dot{\sigma}_{N_1} = -Mg(x_G(\theta_3) + R\theta_3) + MR \frac{dy_G(\theta_3)}{d\theta_3} \cdot \dot{\theta}_3^2 \quad (19)$$

(17) 式と (19) 式を組み合わせることで, θ_3 に関する角運動量の変化を表す次式が得られる.

$$\frac{d\sigma_{N_1}}{d\theta_3} = -Mg(x_G + R\theta_3) \frac{I_{\theta_3}}{\sigma_{N_1}} + MR \frac{dy_G}{d\theta_3} \frac{\sigma_{N_1}}{I_{\theta_3}} \quad (20)$$

ここで、新たな変数として $\xi = \sigma_{N_1}^2/2$ を導入すると、(20) 式は以下のように変形することができる。

$$\begin{aligned} \frac{d\xi}{d\theta_3} &= \kappa_1(\theta_3) + 2\kappa_2(\theta_3) \cdot \xi \\ \kappa_1(\theta_3) &= -Mg(x_G + R\theta_3)I_{\theta_3} \\ \kappa_2(\theta_3) &= \frac{MR}{I_{\theta_3}} \left(\frac{\partial y_G(\theta)}{\partial \theta} \right)' \cdot \frac{d\theta^d}{d\theta_3} \end{aligned} \quad (21)$$

得られた (21) 式は 1 階常微分方程式なので、初期値 θ_3^0 に対して次のような一般解を求めることができる。

$$\begin{aligned} \xi(\theta_3) &= \delta_{SS}^2(\theta_3) \cdot \xi(\theta_3^0) + V(\theta_3) \\ \delta_{SS}(\theta_3) &= \exp \left(\int_{\theta_3^0}^{\theta_3} \kappa_2(\tau_2) d\tau_2 \right) \\ V(\theta_3) &= \int_{\theta_3^0}^{\theta_3} \exp \left(\int_{\tau_1}^{\theta_3} 2\kappa_2(\tau_2) d\tau_2 \right) \kappa_1(\tau_1) d\tau_1 \end{aligned} \quad (22)$$

(注意 1) この幾何学的に四つの自由度が拘束された 1 自由度システムは、円弧支持された仮想的な倒立振子と見なすことができる。(17) 式から、 I_{θ_3} は仮想倒立振子の支持点 N_1 回りの慣性モーメント、 ξ はその定義から仮想倒立振子の仮想的な運動エネルギーであり、 V は仮想的なポテンシャルと見なすことができる。△

4.2 衝突期

衝突方程式 (8) は単調変数 θ_3 の関数となるので

$$\left(\frac{\partial \theta^d}{\partial \theta_3}(\theta_3^0) \right) \dot{\theta}_3^0 = T_{LS} \Delta(\theta_{3f}) \left(\frac{\partial \theta^d}{\partial \theta_3}(\theta_{3f}) \right) \dot{\theta}_{3f} \quad (23)$$

となる。(23) 式は五つの方程式によって構成されているが、最終的にすべてが一致し次式が成り立つ。

$$\dot{\theta}_3^0 = \delta_{\dot{\theta}_3} \cdot \dot{\theta}_3^f \quad (24)$$

また、衝突時、支持点は $N_1^f = N_1^-$ から N_2^+ へ遷移し、脚交換により N_2^+ は N_1^0 となる。このとき角運動量は $\sigma_{N_1}^f$ から最終的に $\sigma_{N_1}^0$ に遷移する。衝突前後の角運動量の変化の比を表す変数を接地点回りの慣性モーメントと角速度に分けて δ_I , $\delta_{\dot{\theta}_3}$ とすると、(17) 式から、

$$\frac{\sigma_{N_1}^0}{\sigma_{N_1}^f} = \frac{\sigma_{N_2}^+}{\sigma_{N_1}^-} = \frac{I_{\theta_3}(\theta_3^0)}{I_{\theta_3}(\theta_3^f)} \cdot \frac{\dot{\theta}_3^0}{\dot{\theta}_3^f} = \delta_I \cdot \delta_{\dot{\theta}_3} \quad (25)$$

となる。ただし、 $\delta_I = I_{\theta_3}(\theta_3^0)/I_{\theta_3}(\theta_3^f)$ である。最終的に変数 ξ を用いた衝突モデルは次式となる。

$$\xi^0 = \delta_I^2 \cdot \delta_{\dot{\theta}_3}^2 \cdot \xi^f \quad (26)$$

4.3 Poincaré map

衝突姿勢は両脚支持なので h^d が与えられると θ_3^0 は既知となる。(22) 式と (26) 式を組み合わせることで、第 k 歩から第 $k+1$ 歩までのポアンカレ写像が得られる。

$$\xi_{k+1}^f = \delta^2(\theta_{3,k+1}^f) \cdot \xi_k^f + V(\theta_{3,k+1}^f) \quad (27)$$

$$\delta(\theta_{3,k+1}^f) = \delta_{SS}(\theta_{3,k+1}^f) \cdot \delta_I \cdot \delta_{\dot{\theta}_3} \quad (28)$$

周期解が存在するならば ξ_{k+1}^f は ξ_k^f に一致するので、(27) 式から不動点 ξ_c^f は次式で与えられる。

$$\xi_c^f = \frac{V(\theta_3^f)}{1 - \delta^2(\theta_3^f)} \quad (29)$$

定義から ξ_c^f は正なので $V(\theta_3^f)$ と $1 - \delta^2(\theta_3^f)$ は必ず同符号をもたなければならない。つまり、以下の三つの場合が考えられる。

Case 1: $\delta^2(\theta_3^f) < 1$ かつ $V(\theta_3^f) > 0$ ならば不動点は安定。

Case 2: もし $\delta^2(\theta_3^f) = 1$ かつ $V(\theta_3^f) = 0$ ならば $\xi_{k+1}^f = \xi_k^f$ 、つまりすべての点が周期解。

Case 3: $\delta^2(\theta_3^f) > 1$ かつ $V(\theta_3^f) < 0$ ならば不安定。

さらに、 $\xi \geq 0$ なので周期解 ξ_c は次の不等式を満たす。

$$\xi_c^f \geq \max_{\theta_3} \frac{-V(\theta_3)}{\delta^2(\theta_3)} \quad (30)$$

4.4 衝突期における角運動量の変化と収束速度

$\delta_I \delta_{\dot{\theta}_3}$ は衝突前後の N_1 における角運動量 σ_{N_1} の比である。したがって、ポアンカレ写像の収束速度は、おもに衝突直前の重心の速度と衝突点間の距離に依存する [16]。 N_1 と N_2 の距離を d とすると (Fig. 1 下) ,

$$N_1 N_2 = d = 2(l - R) \sin(h_1/2) \quad (31)$$

衝突直前の $\sigma_{N_1}^-$ を N_2 における角運動量 $\sigma_{N_2}^-$ に変換すると、次式で表現できる。

$$\sigma_{N_2}^- = \sigma_{N_1}^- - M \cdot d \cdot \dot{y}_G^- \quad (32)$$

衝突において、 N_1 における地面からの力積 I_{m_1} の鉛直方向成分 I_{my_1} を考えると、衝突直後の N_2 における角運動量は N_2 回りのモーメントの釣り合いから、

$$\sigma_{N_2}^+ = \sigma_{N_2}^- - d \cdot I_{my_1} \quad (33)$$

また、衝突の瞬間における重心の運動量変化の鉛直成分は、地面から得られる力積の鉛直成分に等しいので

$$I_{my_1} + I_{my_2} = M(\dot{y}_G^+ - \dot{y}_G^-) \quad (34)$$

となる。ただし、 I_{my_2} は N_2 における地面からの力積 I_{m_2} の鉛直方向成分。衝突において、両脚は地面から離れないので $I_{my_1} > 0$ かつ $I_{my_2} > 0$ である。したがって、

$$0 < I_{my_1} < M(\dot{y}_G^+ - \dot{y}_G^-) \quad (35)$$

(32) 式、および (33) 式と (35) 式を組み合わせると、衝突直後の角運動量 $\sigma_{N_2}^+$ に関して次式が得られる。

$$\begin{aligned} \sigma_{N_1}^- - M \cdot d \cdot \dot{y}_G^+ &< \sigma_{N_2}^+ < \sigma_{N_1}^- - M \cdot d \cdot \dot{y}_G^-, \text{ if } d > 0 \\ \sigma_{N_2}^+ &= \sigma_{N_1}^-, \text{ if } d = 0 \\ \sigma_{N_1}^- - M \cdot d \cdot \dot{y}_G^- &< \sigma_{N_2}^+ < \sigma_{N_1}^- - M \cdot d \cdot \dot{y}_G^+, \text{ if } d < 0 \end{aligned}$$

慣性モーメントは正 ($I_{\theta_3} > 0$) で、支持脚の角速度は負 ($\dot{\theta}_3 < 0$) なので $\sigma_{N_1}^- < 0$ である。以上の関係と (25) 式か

ら、最終的に $\delta_I \delta_{\dot{\theta}_3}$ に関して以下の関係が成り立つ。

$$\begin{aligned} 1 - M \cdot d \cdot \frac{\dot{y}_G^-}{\sigma_{N_1}^-} &< \delta_I \delta_{\dot{\theta}_3} < 1 - M \cdot d \cdot \frac{\dot{y}_G^+}{\sigma_{N_1}^+}, \quad (d > 0) \\ \delta_I \delta_{\dot{\theta}_3} &= 1, \quad (d = 0) \\ 1 - M \cdot d \cdot \frac{\dot{y}_G^+}{\sigma_{N_1}^+} &< \delta_I \delta_{\dot{\theta}_3} < 1 - M \cdot d \cdot \frac{\dot{y}_G^-}{\sigma_{N_1}^-}, \quad (d < 0) \end{aligned} \quad (36)$$

(注意 2) (36) 式は、衝突前後の角運動量の変化率が支持点 N_1 と衝突点 N_2 間の距離 d に依存することを意味している。衝突時両脚長が一致している場合、 d は円弧半径が脚長に近づくにつれて0になる。したがって、 $\delta_I \delta_{\dot{\theta}_3}$ は円弧半径に依存する関数といえる。△

5. シミュレーション

つぎに、シミュレーション結果について述べる。Table 1 にシミュレーションで用いた物理パラメータを示す。歩行途中で遊脚先端が接地することを避けるために、遊脚は縮み、支持脚は伸びる。衝突時の両脚長は0.8[m]である。参照軌道は、初期および終端の両脚間角度を $|\theta_2^f - \theta_1^f| = 0.24[\text{rad}]$ 、脚長を0.8[m]とし、中間姿勢における脚長を支持脚が0.01[m]長く、遊脚が0.02[m]短くなるようにしている。終端速度は任意に与えることができ、初期速度は衝突問題を解くことで終端速度に対して一意に決定される。上体傾斜角は ξ_c^f に影響するので円弧足半径 R の変化に対して ξ_c^f が一定になるように衝突時の上体傾斜角を決定している。実際に用いた制御系のゲインは

$$\begin{cases} K_p = \text{diag}([10^5, 10^4, 10^5, 5 \times 10^4]) \\ K_d = \text{diag}([5 \times 10^2, 5 \times 10^2, 10^3, 5 \times 10^2]) \end{cases} \quad (37)$$

とした。参照軌道の係数行列は、たとえば $R=0.5$ のとき

$$a|_{R=0.5} = \begin{bmatrix} 0 & -3.02 & -0.158 & 70.8 & 10.9 \\ -0.0201 & 0.0002 & 0.255 & -0.0106 & -8.89 \\ 0.810 & -0.122 & -1.58 & 8.50 & 61.2 \\ 0.780 & -0.0037 & 1.91 & 0.254 & -36.5 \end{bmatrix} \quad (38)$$

である。Fig. 2 に歩行例として $R=0[\text{m}]$ (左上), $0.2[\text{m}]$ (右上), $0.5[\text{m}]$ (左下) および $0.8[\text{m}]$ (右下) におけるスティック線図を表す。Fig. 3 は片足支持期における解析解 (27) の変数表している。Fig. 4 はポアンカレ写像の安定性に関わる (28) 式内の変数 δ_{SS}^2 , $\delta_{d\theta_3}^2$, $\delta_{I\theta_3}^2$, δ^2 と円弧半径 R の関係性を衝突時の歩幅を変化させて調べたものである。Fig. 5 において2本実線は V と $\delta^2 - 1$ を表しており、両者が異符号であれば周期解が存在し (30) 式が満たされる。 $R < 0.8[\text{m}]$ ならば歩行は安定で、 $R > 0.8[\text{m}]$ ならば不安定。 $R = 0.8[\text{m}]$ の場合、すべての ξ_c が周期解となる。Fig. 6 に引込み領域を示す。 ξ_{min}^f は (30) 式で与えられる下限を表している。これは、片足支持期に

Table 1 Physical parameters for the dynamic model

m_s	1 [kg]	I_s	0.05 [kgm ²]	l_1	0.8~0.85 [m]
m_f	1 [kg]	I_f	0.05 [kgm ²]	l_2	0.75~0.8 [m]
m_b	15 [kg]	I_b	3 [kgm ²]	R	0~1.0 [m]
s_h	0.4 [m]	f_m	0.2 [m]	s_b	0.1 [m]

Fig. 2 The stick diagrams of walking

において系全体のポテンシャル最上点を乗り越えるために最低限必要な初期運動エネルギーと考えてもよい。 ξ_{max}^f は接地点における床反力の鉛直成分がゼロとなる線である。これより大きな値をとるとき床反力は負となり、実際には地面を離れる走行に移行するものと考えられる。つまり、用いた制御則によって物理的に可能な範囲全体で歩行が実現されており、引込み領域は円弧半径の増加によって拡大されることがわかる。Fig. 7 は第1脚の位相時間変化を表している。それぞれ円弧足半径 $R=0[\text{m}]$ (左上, 安定), $0.5[\text{m}]$ (右上, 安定), $0.8[\text{m}]$ (左下, neutral) および $1.3[\text{m}]$ (右下, 不安定) の場合である。

5.1 議論

ゼロダイナミクス上で満たされるポアンカレ写像 (27) 式の傾き δ^2 は片足支持期 δ_{SS} と衝突 $\delta_I \cdot \delta_{\dot{\theta}_3}$ に依存する (Fig. 4)。シミュレーション結果から、衝突時 δ_{SS} はほぼ1なので衝突時における接地点 N_1 回りの角運動量の変化の影響が強いといえる。Fig. 8 上図をみると $\dot{y}_G^- < \dot{y}_G^+ < 0$ なので、(36) 式から円弧足半径 R と衝突点間の距離 d について以下の関係を得ることができる。

- もし $R < l$ かつ $d > 0$ ならば、 $\delta_I \delta_{\dot{\theta}_3} < 1$
- もし $R = l$ かつ $d = 0$ ならば、 $\delta_I \delta_{\dot{\theta}_3} = 1$
- もし $R > l$ かつ $d < 0$ ならば、 $\delta_I \delta_{\dot{\theta}_3} > 1$

選んだ参照軌道から、結果的に、衝突直前の重心速度 $\dot{y}_G$ の絶対値が円弧半径 R の増加に従って減少している。 $\dot{y}_G$ は脚長にもある程度依存するが、 d は純粋に円弧半径 R の関数である。 R が脚長に近づけば d が小さくなり、 $\delta_I \delta_{\dot{\theta}_3}$ は1に近づく。したがって、得られた結果は円弧足の変化によるものといえる。

Fig. 3 Analytic solutions for SS phase

Fig. 4 Slope of the Poincaré return map

Fig. 5 The property of stability

受動的歩行の研究において、 R と収束速度つまり固有値の関係はMcGeer[2]によって“speed mode”として同様の結果が示されている。引込み領域についてWisse[3]は、実験により円弧半径の増大が領域拡大に有効である

Fig. 6 Basin of attraction of ξ

Fig. 7 Time evolutions of phases

Fig. 8 Positions and velocities of CoM

ことを示している。つまり、本制御系の円弧足半径に対する安定性および引込み領域に関する特性が受動的歩行の特性と類似していることがわかる。Adamczyk[15]らは、人間の呼気に含まれる酸素と二酸化炭素の含有量から円弧足と代謝コストの関係を明らかにし、脚長の30%の円弧半径を採用するとき最も効率がよいという結果を得て

いる．安定性と引込み領域とのトレードオフや歩幅と足長の幾何学的関係[2]とfoot clearance問題[3]などの観点も含めると，円弧半径は脚長の1/3程度にすることが蹠行動物を意識した歩行を再現するためには望ましいといえる．

本制御手法において，衝突直前の質量中心速度の絶対値は円弧半径の増加とともに減少するため（Fig. 8 下），衝突による散逸エネルギーもまた減少し，歩行全体の消費エネルギーが減少する（Fig. 9 上）．消費エネルギー E_c は，次式により周期歩行の一步に対して計算した．

$$E_c = \int_0^T |\dot{\theta}' \cdot B \cdot \Gamma| dt \quad (39)$$

ただし， T は一步にかかる時間である．この結果から，消費エネルギーは質量中心の運動に左右されるといえる．

（注意 3）歩行中の支持脚角速度は円弧半径の増加とともに減少している（Fig. 9 下）ため，平均歩行速度を一定にして比較すると，さらに消費エネルギーは円弧半径の増加とともに減少するものと考えられる．△

また，伸縮脚によりfoot clearance問題は存在しない．引込み領域を大きく採ることが実験成功率に強く影響するという点も考慮すると，収束速度をある程度犠牲にして円弧足半径を脚長に近づけることも有効である．

Fig. 9 Consumed energy (above) and angular velocity of the stance leg (below)

6. おわりに

本報告ではgeometric tracking手法を用いた2足歩行に対する円弧足半径の影響について考察した．その結果，geometric trackingによる制御系に対してポアンカレ写像の解析解が与えられ，

- 円弧足半径の増加は歩行安定性における収束速度を減少させ，半径が脚長より大きくなると不安定になる

- 不動点の引込み領域は円弧半径の増加とともに拡大され，半径が脚長と一致したとき最大となる．また，用いた制御則によって物理的に可能な範囲全体で歩行が安定化される
- 安定性はおもに衝突時の速度変化率と両脚の接地点間の距離によって決まる．逆に，片足支持期は安定性にはあまり関係しない

という結果が得られた．はじめの二つの結果は受動的歩行の安定性および安定化領域の円弧足半径に対する性質によく似ている．けれども，三つ目の結果は受動歩行の研究における安定解析において明確にされていない．これは，コンパスモデルの安定解析において，ポアンカレ写像の固有値が片足支持期と衝突期に分けることができないためである．この点においては，geometric tracking手法と受動歩行は異なる性質を持っているといえる．また，質量中心の運動や消費エネルギーについて異なる結果を得た．これは，伸縮脚モデルと上体を扱ったことで，擬人的簡略モデルでは採りにくい参照軌道を用いたことが原因である．

参考文献

- [1] A. H. Hansen, et al.: Roll-over shapes of human locomotor systems: Effects of walking speed; *Clinical Biomechanics*, Vol. 19, No. 4, pp. 407–414 (2004)
- [2] T. McGeer: Passive dynamic walking; *IJRR*, Vol. 9, pp. 62–82 (1990)
- [3] M. Wisse and J. van Frankenhuyzen: Design and construction of mike; a 2d autonomous biped based on passive dynamic walking; *Proc. of Conf. on AMAM*, Paper No. WeP-I-1 (2003)
- [4] M. Wisse et al.: How to keep from falling forward: Elementary swing leg action for passive dynamic walkers; *IEEE Transactions on robotics*, Vol. 21, No. 2, pp. 394–401 (2005)
- [5] M. Wisse et al.: Ankle springs instead of arc-shaped feet for passive dynamic walkers; *Proceedings of Humanoids 2006*, pp. 110–116 (2006)
- [6] S. Collins, et al.: Efficient bipedal robots based on passive-dynamic walkers; *Science*, No. 5712, pp. 1082–1084 (2005)
- [7] F. Asano and ZW Luo: The effect of semicircular feet on energy dissipation by heel-strike in dynamic biped locomotion; *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation 2007*, pp. 3976–3981 (2007)
- [8] J. Grizzle, et al.: Asymptotically stable walking for biped robots: Analysis via systems with impulse effects; *IEEE Trans. on AC*, Vol. 46, No. 1, pp. 51–64 (2001)
- [9] C. Chevallereau, et al.: Rabbit: A test bed for advanced control theory; *IEEE Control System Magazine*, Vol. 23, No. 5, pp. 57–78 (2003)
- [10] E. R. Westervelt, et al.: Experimental validation of

- a framework for the design of controllers that induce stable walking in planar bipeds; *IJRR*, Vol. 24, No. 6, pp. 559–582 (2004)
- [11] C. Chevallereau and D. Djoudi: Feet can improve the stability property of a control law for a walking robot; *Proc. of ICRA2006*, pp. 1206–1212 (2006)
- [12] S. Srinivasan, et al.: A low-dimensional sagittal plane model for normal human walking; <http://www.mecheng.ohio-state.edu/~westerve/> (2007)
- [13] 衣笠, 大須賀, 三輪: 膝の伸縮と胴体の姿勢制御による 2 足歩行と周波数応答解析; 日本ロボット学会誌, Vol. 25, No. 2, pp. 116–123 (2007)
- [14] B. Morris and J. W. Grizzle: A restricted Poincare map for determining exponentially stable periodic orbits in systems with impulse effects: Application to bipedal robots; *Proceedings of CDC 2005*, pp. 4199–4206 (2005)
- [15] P. G. Adamczyk, S. H. Collins and A. D. Kuo: The advantages of a rolling foot in human walking; *J. of Experimental Biology*, 209, pp. 3953–3963 (2006)
- [16] C. Chevallereau, A. Formal'sky et D. Djoudi: Tracking of a joint path for the walking of an underactuated biped; *Robotica*, Vol. 22, pp. 15–28 (2004)
-