 論 文

立体の集合演算に用いる凸包体の生成アルゴリズムと その干渉問題への応用*

望 月 達 也**・柚 原 直 弘***

Determining Algorithm of Three-Dimensional Convex Hull Used for Set Operations of Solids and Its Application to Interference Problems*

Tatsuya MOCHIZUKI** and Naohiro YUHARA***

This paper discusses a determining algorithm for the three-dimensional convex hull which is well-fitted to deal with interference problems of solids requiring a three-dimensional convex hull of a given shape for their solution and is available for set operations. The paper also deals with the application of this algorithm to specific interference problems. The proposed algorithm is devised to determine the smallest convex polyhedron containing a concave polyhedron given by a solid model beforehand, as a solid model having the same data structure as that of the concave polyhedron. It features the use of Euler operators, a general method for determining a solid model. This means that the proposed algorithm does not depend on the data structure of a solid model and that all convex polyhedrons obtained during the process of determining a three-dimensional convex hull are also in the form of solid model. Because of such a feature, the three-dimensional convex hull determined by the algorithm can be used for set operations with the given concave polyhedrons, and therefore, the algorithm provides a convenient approach to interference problems of solids requiring a three-dimensional convex hull of a given shape for their solution. As an example of the application of the proposed algorithm to practical purposes, this paper also discusses a study on the extraction of undercuts in mold design using this algorithm. The findings indicate that the proposed algorithm is useful in solving such practical problems.

1. はじめに

近年、機械系 CAD では、立体の表現にソリッドモデル¹を用いている。ソリッドモデルでは、複数の立体の和集合、差集合および積集合を求める立体の集合演算が可能である。この利点は、すでに、形状が与えられている立体どおしの干渉（たとえば、複数のロボットの干渉）問題などに、利用されている。

しかしながら、金型設計で検討される離型時の成形品の干渉のように与えられた凹形状の立体を移動させると

きに、その立体を取り囲んでいる立体と干渉する部位を、与えられた凹形状から見つけ出す問題には、集合演算が、いまだ用いられていない。この種の干渉問題を取り扱うには、与えられた凹形状とその Convex Hull（凸包）体との集合演算が有効であることを、すでに報告した²。この場合、凸包体は与えられた凹形状の立体と同じデータ構造をもつソリッドモデルで生成する必要がある。

凸包を求めるアルゴリズムは、これまでに、いくつか報告されている³⁻⁶。それらは、与えられた点群からその点群を包含する最小な凸多角形や凸多面体を求めるもの、あるいは、簡単なデータ構造をもつ凹多面体からその凹多面体を包含する最小な凸多面体を求めるものである。これらは、ソリッドモデルのデータ構造を意識した凸包体の生成アルゴリズムではないので、与えられた形状の凸包体を必要とするような立体の干渉問題に適する凸包体を効率よく生成するものではない。

そこで、本論では、始めに、ソリッドモデルで与えら

* 原稿受付 1989. 8. 11

** 静岡県工業技術センター（現在、静岡県沼津工業技術センター）Shizuoka Prefectural Industrial Technology Center ; Makigaya, Shizuoka 421-12, JAPAN.

*** 日本大学 理工学部 College of Science and Technology, Nihon University ; Narashinodai, Funabashi 274, JAPAN.

Key Words : three-dimensional convex hull, solid model, Euler operators, set operation, mold designing, undercut.

れた凹形状の立体から、その形状の凸包体を、与えられた凹形状の立体と同じデータ構造をもつソリッドモデルで生成するアルゴリズムを提案する。ついで、提案したアルゴリズムで生成した凸包体を、金型設計における干渉問題に応用したことについて述べる。

2. 凸包体の生成

機械系 CAD では立体を多面体で近似することが多くみられる。それは、平面は線形多項式で表現されるので曲面よりも容易に図形処理が行なえることや、立体を曲面で表現しても多面体で近似しても Boundary Representations (B-reps)⁹ と呼ばれるソリッドモデルを用いれば立体のトポロジカル構造がまったく同じように表わせることなどによるからである。そこで、本論で取り扱う立体も、多面体で近似する。

多面体を生成する操作の一つにオイラーオペレータ¹⁰があり、各種の市販のソリッドモデリングシステムに用いられている。これらのモデリングシステムでは、Fig. 1 に示すように CAD のユーザが使用するコマンドとしてオイラーオペレータを提供している。このコマンドの実行に伴って、ソリッドモデルが段階的に生成されていく。このとき、ユーザはソリッドモデルのデータ構造を意識しないでソリッドモデルを生成することができる。このことがオイラーオペレータの利点の一つになっている。したがって、オイラーオペレータで凸包体の生成アルゴリズムを記述しておけば、どんなデータ構造のソリッドモデルに対しても、その生成アルゴリズムが利用できる。よって、本論では、凸包体の生成にオイラーオペレータを用いる。

Fig. 1 Function of Euler Operator

本論では、始めに、ソリッドモデルの凹多面体が与えられる。提案するアルゴリズムは、その凹多面体の面、稜線および頂点の情報を用いて、凹多面体と同じデータ構造をもつソリッドモデルで、凹多面体の凸包体(凹多面体を包含する最小な凸多面体)を生成するものである。以下に、本論で提案する凸包体の生成アルゴリズムを、Fig. 2 (a) に示す凹多面体を用いて説明する。なお、こ

† 2 面角の大きさとは、一つの稜線を共有する二つの面(稜線の左側と右側の面)がなす角のことである。

(a) Solid model

(b) Vertex number

Fig. 2 Example

こでは、凹多面体を、Fig. 3 に示すデータ構造をもつソリッドモデルで表わしてある。図の四角はデータを、有向線分はデータへのポイントをそれぞれ表わし、稜線の表現にはループへのポイントをもっている Winged-Edge 法¹¹を用いてある。

2.1 凸包体の生成アルゴリズム

Step 1.

ソリッドモデルで与えられた凹多面体の頂点を、次のいずれに属するか判断し、それぞれ格納する。

Category 1.: 凸包体の内部または面内に包含されることが自明なもの
(IV ; Set of Inside Vertices)

Category 2.: Category 1. 以外のもの

(NV ; Set of Neutral Vertices)

集合 IV の要素になるものは、次の稜線に属する頂点(稜線の始点と終点)である。それは、2 面角の大きさ[†]が形状の外側から見て 180° 未満になる稜線のことである。

例題の形状では、頂点が次のように分類される。数字は Fig. 2 (b) に示す頂点の番号である。

Fig. 3 Schematic diagram of extended winged-edge data structure

$$IV = \{9, 10, 11, 13, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28\}$$
$$NV = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 12, 14, 15, 16\}$$

Step 2.

集合 NV の中から同一平面上にない任意の 4 点を選び、その 4 点で最初の凸多面体となる四面体を、凹多面体と同じデータ構造をもつソリッドモデルで生成する。Fig. 4 は、この生成手順をオイラーオペレータで記述したものである。

例題では，集合 NV の 4 点 (8, 12, 15 および 16 番の頂点) を用いて，Fig.5 に示す凸多面体 (四面体) をソ

Fig. 4 Sequence for generating tetrahedron

$mVSF$; make Vertex, Solid, Face
 mEV ; make Edge, Vertex
 mEF ; make Edge, Face

Fig. 5 Tetrahedron (step 2 in algorithm for convex hull)

リッドモデルで生成している。

Step 3.

集合 IV または NV に格納されている頂点の中から、ソリッドモデルで生成された凸多面体の内部または面上に位置する頂点を検出する。検出された頂点はこれ以降の計算に不要なものであるため、集合 IV または NV から、その頂点を削除しておく。

Step 4.

始めに集合 NV の任意の頂点 (v_0) 一つを選ぶ. この v_0 はこれまでに生成された凸多面体の外側に位置する点である. つぎに, その v_0 を視点とする凸多面体の投影図を求める. それから, 投影図に描かれた凸多面体の形状データ (面, ループ, 稜線, 頂点) を操作して v_0 を頂点に含む新しい凸多面体をソリッドモデルで生成する (この処理の詳細は次に示してある). 最後に, v_0 を集合 NV から削除する.

Step 3. と 4. は, 集合 NV の要素が空になるまで繰り返される.

例題では Fig. 6 に示すように 8 回のこの操作が行われ、最終結果として Fig. 2 の凸包体を得られた。

2.2 Step 4. の詳細説明

ここでは、Fig. 7 に示す流れ図を用いて、Step 4. の詳細を説明する。

まず, v_0 を視点とする凸多面体の投影図が求められ, その投影図に描かれる凸多面体の形状データが集合 $F_1, F_2, E_1, E_2, E_3, V_1, V_2$ に分類される.

$$\begin{aligned} F_1 &= \{f_1, f_2, f_3, f_4\} \quad k=4, F_2 = \{f_5\} \quad l=1, \\ E_1 &= \{e_1, e_2, e_3, e_4\} \quad m=4, E_2 = \{e_5, e_6, e_7, e_8\} \\ n &= 4, \\ E_3 &= \{e_9, e_{10}, e_{11}, e_{12}\} \quad p=4, \\ V_1 &= \{v_1, v_2, v_3, v_4\} \quad q=4, V_2 = \{v_5, v_6, v_7, v_8\} \\ r &= 4 \end{aligned}$$

ここで、 F_1 は投影図の輪郭線を構成する稜線を有している面の集合、 F_2 は投影図に描かれる面の中で F_1

Fig. 6 Determining three-dimensional convex hull
(step 3 and step 4 in algorithm for convex hull)

Fig. 7 Explanation of step 4 in algorithm for convex hull

に属さないものの集合, E_1 は輪郭線を構成する稜線の集合, E_2 は輪郭線の頂点と結びついているもので E_1 には属さない稜線の集合, E_3 は投影図に描かれる稜線の中で E_1, E_2 に属さないものの集合, V_1 は輪郭線に含まれる頂点の集合, V_2 は投影図に描かれる頂点の中で V_1 に属さないものの集合をそれぞれ表すものである。そして, k, l, m, n, p, q, r は, それぞれ $F_1, F_2, E_1, E_2, E_3, V_1, V_2$ の要素数を表すものである。

アルゴリズムの Step 4. は, 二つの処理部からなっている。一つは, 投影図の輪郭線を構成しない形状データをソリッドモデルの凸多面体から削除するものである (Fig. 7 の (1) と (2))。他の一つは, 輪郭線を構成する

形状データと先に選んだ v_0 とからその v_0 を頂点とする立体角[†]をソリッドモデルの凸多面体に付け加えるものである (Fig. 7 の (3)~(9))。

第一の処理では, 始めに, E_2 または E_3 に属する稜線とその稜線を含む面をソリッドモデルの凸多面体からオイラーオペレータ (kEF) でそれぞれ削除する。この操作は $k+l-1$ 回繰り返されるので, 図では kEF の操作が 4 回繰り返される (Fig. 7 の (1))。ソリッドモデルの凸多面体から削除される稜線や面の順番は, E_2 または E_3 に属する稜線であればどの稜線から削除してもよいので, 図に示すような複数の結果が考えられる。なお, 削除した稜線は集合 E_2 または E_3 から, 面は集合 F_1 または F_2 からそれぞれ削除しておく。

つぎに, 輪郭線を構成する面, 稜線および頂点だけを残すために, E_2 または E_3 に残っている稜線と, それらの稜線に接続している V_2 に属する頂点を, ソリッドモデルの凸多面体からオイラーオペレータ (kEV) でそれぞれ削除する。この操作は $r=(n+p)-(k+l-1)$ 回繰り返されるので, 図では kEV の操作が 4 回繰り返される (Fig. 7 の (2))。ソリッドモデルの凸多面体から削除される稜線や頂点の順番は, E_2 または E_3 に属する稜線であればどの稜線から削除してもよい。なお, 削除した稜線は集合 E_2 または E_3 から, 頂点は集合 V_2 からそれぞれ削除しておく。ここまでの操作で集合 F_2, E_2, E_3 および V_2 の要素はすべて空になり, 集合 E_1, V_1 および F_1 の要素だけが残る。集合 F_1 の要素数は 1 となる。

$$F_1 = \{\text{one of } f_1, f_2, f_3 \text{ and } f_4\}, F_2 = \{\text{null}\},$$

$$E_1 = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}, E_2 = \{\text{null}\}, E_3 = \{\text{null}\},$$

$$V_1 = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}, V_2 = \{\text{null}\}$$

第二の処理では, 始めにオイラーオペレータ (mEV) を用いて, 集合 V_1 に属する任意の頂点一つと, 先に選んだ v_0 とで, 新しい稜線をソリッドモデルの凸多面体に加える (Fig. 7 の (3))。そして, 輪郭線を一巡するようにオイラーオペレータ (mEF) で新しい稜線と面をそれぞれソリッドモデルの凸多面体に加えていく (Fig. 7 の (4), (6) および (7))。このとき, 新しく生成された面と既存の面とが, 同一平面上にあり, かつ, その二つの面を共有する稜線の数が一つなら kEF , 二つなら kEF と kEV の操作を行ない新しく生成した面とその稜線をそれぞれ凸多面体から削除する (Fig. 7 の (5) と (8))。さらに, 複数の稜線が一直線上にあるときは, オイラーオペレータ ($jEkV$) を用いてそれらを一つの稜線に合成する (Fig. 7 の (9))。その結果, v_0 を頂点にもつ新しい凸多面体が生成されることになる。

[†] 立体角とは, 1 点 (頂点) から閉曲線上のすべての点に引いた直線によってつくられる空間の部分である。

Table 1 Number of Faces, Edges and Vertices in polyhedron due to operations

Topological Data	Existing Polyhedron	Euler Operator									New Polyhedron
		$kEF \times 4$	$kEV \times 4$	mEV	mEF	kEF	mEF	mEF	kEF	$jEkV$	
Face	1 0	-4	0	0	+1	-1	+1	+1	-1	0	7
Edge	2 0	-4	-4	+1	+1	-1	+1	+1	-1	-1	13
Vertex	1 2	0	-4	+1	0	0	0	0	0	-1	8

procedure polyhedron (v_0 : vertex);

(* F_1, F_2 : set of faces, E_1, E_2, E_3 : set of edges,
 V_1, V_2 : set of vertices, k, l, m, n, p, q, r : number
of elements in $F_1, F_2, E_1, E_2, E_3, V_1, V_2$ *)

begin

(* ----- eliminate shape data ----- *)

for $i:=1$ to $k+l-1$ do

begin

($e, f | e \in (E_2 \cup E_3), e \in (f \cap f^*),$
 $(f, f^*) \in (F_1 \cup F_2), f \neq f^*$)

$kEF(e, f)$;

eliminate- e -in- E_2 -or- E_3 , - f -in- F_1 -or- F_2 ;

end;

for $i:=1$ to r do (* $r=(n+p)-(k+l-1)$ *)

begin

($e, v | (e, e_1, \dots, e_j, \dots, e_{r-1}) \in (E_2 \cup E_3), e \neq e_j,$
 $v \in V_2, (v \in e) \cap (v \notin e_j), j=1, \dots, r-1$)

$kEV(e, v)$;

eliminate- e -in- E_2 -or- E_3 , - v -in- V_2 ;

end;

(* eliminated data set; F_2, E_2, E_3, V_2 *)

(* remained data set; F_1, E_1, V_1 *)

(* ----- generate a new polyhedron ----- *)

($v | v \in V_1$)

$mEV(v_0, v, new-e)$; (* $new-e$: created edge *)

$v^* := v$; $e^* := new-e$; eliminate- v -in- V_1 ;

for $i:=1$ to $q-1$ do

begin

($v | e \in E_1, v^* \in (e^* \cap e), e^* \neq e,$
 $e \ni (v, v^*), v \neq v^*, v \in V_1$)

$mEF(v_0, v, new-e, new-f)$;

(* $new-e, new-f$: created edge, face,
 $new-e \ni (v_0, v), new-f \ni new-e$ *)

($e_d | e_d \in (new-f \cap existed-f), existed-f \in solid,$
 $Face_angle(new-f, existed-f) = 180^\circ$)

if ($e_d < > null$)

then begin

case number-of- e_d of

1: $kEF(e_d, new-f)$;

2: begin (* (e_d) = (e_{d1}, e_{d2}) *)

$kEF(e_{d1}, new-f)$;

$kEV(e_{d2}, v)$;

end; (* ($v \in e_{d2}$) $\cap$ ($v \notin e$), $e_{d2} \neq e$ *)

end;

end;

$v^* := v$; $e^* := new-e$; eliminate- v -in- V_1 ;

end;

1: ($e, e_r | (e, e_1, \dots, e_r, \dots) \in solid,$
 $(e // e_r) \cap ((e \cap e_r) \in v)$)

if ($(e, e_r) < > null$)

then begin $jEkV(e, e_r)$; goto 1; end;

end;

Fig. 8 Procedure for generating polyhedron

kEF ; kill Edge, Face

kEV ; kill Edge, Vertex

mEV ; make Edge, Vertex

mEF ; make Edge, Face

$jEkV$; join Edges, kill Vertex

Fig. 8 は、アルゴリズムの Step 4. を、PASCAL 言語の手続き文として記述したものである。手続き文の中では、形状データの包含関係を $solid \ni face \ni edge \ni vertex$ で表わしている。また、Table 1 は、Fig. 7 に示したオイラーオペレータの操作で生じた面、稜線および頂点の数の増減を、オイラーオペレータの操作手順にそってまとめたものである。

本論で提案するアルゴリズムの特徴は、ソリッドモデルを生成するための一般的な操作法であるオイラーオペレータを用いていることである。このことは、このアルゴリズムが、ソリッドモデルのデータ構造に依存しないことと、凸包体を生成する過程で得られる凸多面体もすべてソリッドモデルになっていることを意味している。

これによって、アルゴリズムの Step 1. で分類した集合 NV に属する頂点の中で、凸包体を生成する過程で得られる凸多面体に包含されてしまう頂点は、アルゴリズム

Fig. 9 CPU time versus number of vertices in polyhedron

ムの Step 4. を操作する前に、集合 NV から削除される。このことは、提案するアルゴリズムが、ソリッドモデルの凸包体を効率よく生成していることを意味する。Fig. 9 は、9 個の形状の異なる凹多面体について、それぞれの凸包体が得られるまでの演算時間を求めたものである（使用計算機；HP 9000 Model 550）。

3. 凸包体の金型設計への応用

金型はおも型に彫りこまれたキャビティ形状を転写することにより形状を造り出す成形工具であり、従来から自動車用部品のような複雑な形状を大量に成形するのに使用されている。複雑な形状を成形する金型の設計において、最も初期に解決しておかなければならないものに離型における金型と成形品との干涉問題がある（一般に、この干涉をアンダーカットと呼んでいる）。たとえば、Fig. 10 (a) に示す把手付きコップを成形するための金型を同図 (b), (c) のように設計すると、どちらもコップを金型から取り外すときに金型と干涉する部分（■の部分）が生ずる。

この干涉問題の解決を図るには、同図 (d) のように与えられた形状からアンダーカットを形成する可能性のある部分（以後、潜在的アンダーカットと記す）を抽出することが必要である。この潜在的アンダーカットの抽出に、本論で述べてきた凸包体を応用することができる。以下、そのことについて述べる。

Fig. 10 Undercut and potential-undercut in mold

Fig. 11 は具体的な形状によって潜在的アンダーカットの抽出方法を示したものである。まず、2. の手順に従って形状の凸包体を求める。そして、図のように凸包体と

Fig. 11 Extraction of potential-undercut

与えられた形状との差集合演算を実行することで潜在的アンダーカットが得られる。

このようにして得られた潜在的アンダーカットは金型の一部分を構成するものとなるので、成形品の抜き方向に移動できる潜在的アンダーカットはアンダーカットにならず、それ以外のものがアンダーカットになる。ここで、Fig. 12 のように成形品の抜き方向を指定すると、潜在的アンダーカットはTable 2 に示すとおり与えられた形状と干涉せずにそれぞれ移動させることができ、アンダーカットが生じないことになる。このことは、潜在的アンダーカットがアンダーカットとして顕在化しなかったことを意味する。

Fig. 12 Direction of withdrawal

Table 2 Result of undercut extraction

	V	$\bar{V}$
1	False	True
2	True	False
3	True	True
Undercut	0	

つぎに、別の形状を取りあげる。Fig. 13に形状を、Fig. 14にその凸包体を示す。そして、この凸包体と与えられた形状との差集合演算を実行すると、Fig. 15に示す潜在的アンダーカットが得られる。ここで、Fig. 16のように成形品の抜き方向を指定すると、Table 3に示すとおり3番と4番の潜在的アンダーカットが与え

Fig. 13 Concave polyhedron

Fig. 14 Three-dimensional convex hull

Fig. 15 Potential-undercut

Fig. 16 Direction of withdrawal

Table 3 Result of undercut extraction

	V	$\bar{V}$
1	True	False
2	False	True
3	False	False
4	False	False
5	True	True
Undercut	2	

られた形状と干渉するものとなりアンダーカットとして顕在化する。アンダーカットになるものは成形品を金型から押し出す以前にシリンダやアンギュラピンなどを用いて移動させる必要がある。そのための機構がスライドコアや割り型と呼ばれているものである。

このようにソリッドモデルで凸包体を表現することにより、金型設計における潜在的アンダーカットが自動抽出できる。さらに、成形品の抜き方向を指定することで、顕在化するアンダーカットも検出できる。これによって、著者らが先に報告した参考文献12)の課題の解決が図られることになる。

4. 結言

本論は、与えられた形状の凸包体を必要とするような立体の干渉問題を取り扱うのに適する、集合演算が可能な凸包体を生成するアルゴリズムと、そのアルゴリズムで生成した凸包体の干渉問題への応用について述べたものである。本論で提案するアルゴリズムは、あらかじめソリッドモデルで与えてある凹多面体を包含するような

最小の凸多面体を、凹多面体と同じデータ構造をもつソリッドモデルとして生成するものである。このアルゴリズムの特徴は、ソリッドモデルを生成するための一般的な操作法であるオイラーオペレータを用いていることである。このことは、提案するアルゴリズムが、ソリッドモデルのデータ構造に依存しないことと、凸包体を生成する過程で得られる凸多面体もすべてソリッドモデルになっていることを意味している。

提案する凸包体の生成アルゴリズムは、次の四つのステップから構成されている。第1ステップは、凸包体の生成に要する頂点を、与えられた凹形状の立体から抽出するものである。第2ステップは、抽出された頂点を用いて最初の凸多面体となる四面体をソリッドモデルで生成するものである。第3ステップは、凸包体を生成する過程で得られた凸多面体に包含される頂点を見つけるものである。第4ステップは、凸包体を生成する過程で得られた凸多面体と、その凸多面体外の一点とから、その一点を頂点とする新しい凸多面体をソリッドモデルで逐次生成するものである。第3と第4のステップは、第1ステップで抽出した頂点のすべてを包含する凸多面体得られるまで繰り返される。

本論では、提案するアルゴリズムの応用例として、金型設計におけるアンダーカットの抽出を取り扱い、本アルゴリズムの有用性を示した。

最後に、本研究を遂行するにあたり、有益な御助言を頂きました矢崎化工株式会社の方々に謝意を表します。さらに、本論を担当された校閲委員の方には、懇切丁寧な査読ならびに御教示をいただき、心からお礼を申し上げます。

参 考 文 献

- 1) たとえば, H. B. Voelcker & A. A. G. Requicha : Geometric Modeling of Mechanical Parts and Processes ; IEEE Computer, Vol. 10, No. 12, pp. 48~57(1977)
- 2) 望月, 柚原 : 金型設計における潜在的アンダーカットの抽出法と最適抜き方向の決定法 ; 精密工学会誌, 56 巻, 3 号, pp. 491~496(1990)
- 3) D. R. Chand & S. S. Kapur : An Algorithm for Convex Polytopes ; Journal of the Association for Computing Machinery, Vol. 17, No. 1, pp. 78~86 (1970)
- 4) R. L. Graham : An Efficient Algorithm for Determining the Convex Hull of a Finite Planar Set ; Information Processing Letters 1, pp. 132~133 (1972)
- 5) R. A. Jarvis : On the Identification of the Convex Hull of a Finite Set of Points in the Plane ; Information Processing Letters 2, pp. 18~21 (1973)
- 6) A. Appel & P. M. Will : Determining the Three-dimensional Convex Hull of a Polyhedron ; IBM J. Res. Develop., Vol. 20, No. 6, November, pp. 590~601 (1976)
- 7) F. P. Preparata & S. J. Hong : Convex Hulls of Finite Sets of Points in Two and Three Dimensions ; Communications of the ACM, Vol. 20, No. 2, pp. 87~93 (1977)
- 8) 古川 : 3次元空間における有限個の点の高速 Convex Hull アルゴリズム ; 精密機械, 50 巻, 11 号, pp. 1771~1776 (1984)
- 9) A. A. G. Requicha : Representations for Rigid Solids : Theory, Methods and Systems ; Computing Surveys, Vol. 12, No. 4, pp. 437~464 (1980)
- 10) M. Mantyla & R. Sulonen : GWS : A Solid Modeler with Euler Operators ; IEEE Computer Graphics & Applications, Vol. 2, No. 7, September, pp. 17~31(1982)
- 11) I. C. Braid et al. : Stepwise Construction of Polyhedra in Geometric Modelling ; Mathematical Methods in Computer Graphics and Design (Ed. by K. W. Brodlie), Academic Press, pp. 123~141 (1980)
- 12) 望月, 柚原 : 金型仕様書作成のための意思決定支援システムの開発について ; システム制御情報学会論文誌, 1 巻, 7 号, pp. 239~247 (1988)