速度規範モデルを有する適応 D. C. サーボ系の ロバスト性解析*

水戸部 和 久**・足 立 紀 彦***

Robustness Analysis of an Adaptive D. C. Servo System with a Velocity Reference Model*

Kazuhisa MITOBE** and Norihiko ADACHI***

Disturbance instability in an adaptive D. C. servo system is investigated. The system considered in this paper is a simple positioning system with a D. C. servo motor. Although the conventional adaptive algorithm is adopted, complete stability analysis of the system under the existence of disturbances is difficult because of the nonlinearity in the adaptive system. In this paper the drift of the adjustable parameters is discussed by singular perturbation method.

Based on the analysis, some ideas to prevent the adjustable parameters from drifting are presented.

1. ま え が き

直流モータを用いた位置制御系において、負荷の変動が制御系の動特性に与える影響を取り除くために、モデル規範適応制御 (MRAC) 方式により負荷変動の補償を行なうことが考えられる^{1,2}。その際問題になることは、モデル規範適応制御系 (MRACS) の理論において、システムの安定性が保証されているのは、プラントが一定の理想条件を満足する場合に限られていることである³。外乱や寄生要素などの存在する現実的な条件のもとでは、適応制御系の安定性は失われる場合がある⁴。適応サーボ系の場合にも、減速機などによる摩擦や、モータのコイルによる小さな時定数、負荷駆動軸などのたわみによる高周波振動モードがプラントに含まれ、制御系の安定性に悪影響を与えることが考えられる。そのため、外乱や寄生要素に対してのロバスト性を高めることが、実用化にあたっての重要な課題である。近年ロバスト性の高い MRACS の構成法に関する研究が活発に行なわれており、種々の新しい MRACS の構成法が提案されてい

るが、それらのロバスト MRACS (RMRACS) は一般に系の複雑化を伴ない、それらを用いた系の詳細な挙動においては不明の部分が多く、分岐や爆発現象など、非線形系に特有の問題が生ずる場合もあり問題が残る⁵。

MRACS のロバスト性を改善するためには、まず MRACS が外乱などにより不安定化する原因、およびそのメカニズムを十分に明らかにすることが望ましい。しかし、一般に非線形系においては、その解析的な解を求めることができないために不安定現象の原因を一般的な意味で明らかにすることは困難であり、ロバスト MRACS を一般的な形で確立することもまた難しい課題である。MRACS の実用化のためには、具体的な個々の問題において系のロバスト性に関する問題点を明らかにし、ロバスト性向上のための適切な対策を施することが重要である。

適応サーボ系のロバスト性を改善する方法としては、適応機構へのプラントからの信号入力に、ローパスフィルタや不感帯を付加する方法⁶や、外乱を打ち消す補償入力を加える方法⁷などが提案されている。しかし、従来型の MRACS をサーボ系に適用した場合に生ずる不安定現象の原因についてはかならずしも十分明らかにされていないように思われる。本研究においては、D. C. モータを用いた位置制御系において、慣性負荷変動の補償を目的とした適応制御を行なった場合の、系のロバスト性に関する問題点を解析および実験により明らかにす

* 原稿受付 1990. 1. 26

** 新潟大学 大学院 自然科学研究科 (現, 山形大学 工学部)

*** 新潟大学 工学部 Faculty of Engineering, Niigata University; Igarashi, Niigata 970-21, JAPAN

Key Words : adaptive control, servo mechanism, singular perturbation, robustness, instability.

る。さらに、この検討結果に基づいて、ロバスト性の改善のための考えられる対策を提案する。モデル規範型の適応サーボ系の構成法は種々考えられるが、制御系の構成を容易にするために、制御系の構造はできるだけ簡単なものとし、調整パラメータ数を少なくすることが望ましい。本研究で問題とする適応サーボ系は、2. で述べるとおり、対象とするプラントの一部分のみに対応する規範モデルを設けることにより系の単純化を行なったものである。また、ここで扱う問題は D. C. モータひとつを用いた 1 自由度の位置制御系であり、ロボットマニピュレータのような複雑な系の制御と直ちに結びつくものではないが、ここでとりあげるような基本的な問題において適応サーボ系が安定に動作することは、さらに複雑なシステムに対して適応制御を応用するための必要条件である。

2. では、本論文で対象とする適応サーボ系において生ずる、安定性に関する問題点を示し、その原因について解析、シミュレーション、および実験結果により検討する。

3. では、問題とする適応サーボ系のロバスト性の改善方法について考察する。適応制御系のロバスト性を向上させる方法として、パラメータ調整則を修正する方法や、外乱を打ち消す補償入力を加える方法などが提案されているが⁸、ここでは 2. での不安定現象の解析に基づき、従来の積分形パラメータ調整則を用いた場合、規範モデルの形が制御系のロバスト性に影響を与えることを示しその改善策を提案する。さらに実験により、その有効性を示す。

4. では、ここで解析した適応サーボ系の安定性に関する問題点について整理して述べる。

2. 適応サーボ系に生ずる不安定現象

2.1 適応サーボ系

モデル規範適応制御方式によって D. C. サーボモータの位置制御を行なう場合、対象となるプラントは速度応答部分と積分とに分けて考えることができる。本研究で考察の対象とする適応サーボ系においては、位置制御系全体に対して規範モデルを設けることをせずに、速度応答部分のみに対する規範モデルを設ける。この規範モデルを速度規範モデルと呼ぶことにする。適応サーボ系をこのような構成にできるのは、サーボ系において負荷などの変動による未知パラメータは速度応答部分のみに含まれるからである。こうすることにより、適応サーボ系全体の構成は簡単なものとなり、調整パラメータの数も減少させることができる。こうした考えに基づく適応サーボ系は望遠鏡、船舶のオートパイロット、ロボット

マニピュレータなどに試みられている⁹⁻¹¹。本研究では、速度応答部分を一次遅れと近似し、プラント全体では二次系としてモデル化できる場合について考察する。

本研究において対象とする適応サーボ系のブロック図を Fig. 1 (a) に示す。ここで θ は負荷の回転角度、 y は角速度を表わす。破線で囲まれた部分が速度応答部分であり、この部分のみがモデル規範適応制御系となっている。最も単純な積分型調整則を用いてパラメータ調整を行なった場合、系全体は以下のような式で記述できる。

$$\text{プラント: } \dot{\theta} = y, \quad \theta(0) = \theta^0 \quad (1)$$

$$\dot{y} = -ay + b(k_y y + k_u u + d) \quad (2)$$

$$u = r - \theta$$

$$\text{規範モデル: } \dot{y}_m = -a_m y_m + b_m u \quad (3)$$

$$\text{調整則: } \dot{k}_y = -e y, \quad k_y(0) = k_y^0 \quad (4)$$

$$\dot{k}_u = -e u, \quad k_u(0) = k_u^0, \quad e = y - y_m \quad (5)$$

ここで、 d はプラントに加わる有界外乱を表わす。また、モデルおよびプラントパラメータ a, b, a_m, b_m は正の定数とし、目標入力 $r, \dot{r}$ は有界と仮定する。プラントパラメータ a, b は D. C. モータにおいて、入力を電圧で与える場合の物理的パラメータと対応させて書けば以下のように定義される¹²。

$$a = (D + k_b v_0 / R) / J \quad (6)$$

$$b = k / (R J) \quad (7)$$

ここで、 J はモータ軸からみた慣性モーメント、 k はモータのトルク定数、 k_b は逆起電力定数、 R は電機子抵抗、 D は機械的な摩擦によりモータ軸に加わる粘性摩擦の摩擦定数を表わす。外乱のない場合、つまり、 $d = 0$ ならば、この適応サーボ系の安定性は容易に証明することができる¹³。その結果プラント出力は、系全体に対する規範モデル Fig. 1 (b) の応答に漸近する。外乱など

(a) Adaptive servo system

(b) Reference model for the whole system

Fig. 1

により生ずる適応制御系の不安定現象はいくつか報告されているが¹⁴, 上記の適応サーボ系において生ずる不安定現象のうち実験やシミュレーションにおいてしばしば問題となるものは調整パラメータのドリフトであり, 後述する通り, 有界外乱の存在による結果と考えることができる. 一般に, 積分形のパラメータ調整則を用いた場合には, 有界外乱の大きさに比べて系の状態量の持続的な励振 (P. E 特性) が十分大きい場合には調整パラメータの有界性が保証される¹⁵. また, 系の状態量の P. E 特性は適応制御系への入力信号に含まれる周波数成分 (richness の程度) に依存する. 問題とする適応サーボ系の場合, 速度応答部分への入力 u の richness の程度に応じて, 調整パラメータのドリフトは違った形で現れてくる. これらは, 以下の二つの場合に分けて説明することができる.

I. サーボ系への目標入力 r が一定値をとり続ける場合. 有界外乱の存在により調整パラメータのドリフトが生ずる. 特に, 有界外乱 d が一定のときには, 調整パラメータのうち k_u のみが $+\infty$ へ発散する¹³.

II. 目標入力 r が持続的に変動を続ける場合. このとき外乱の存在により調整パラメータ k_u が $+\infty$ へ, k_y が $-\infty$ へ発散する場合がある.

本研究では, 問題を II の型の不安定現象に限定し, 解析する.

はじめに実際の D. C. モータを用いた実験結果により II の形の不安定現象の発生する例を示す (実験装置の概要を付録 E に示した). 実験装置において, 減速機にはロボットマニピュレータなどに広く使用されているハーモニック減速機を用いた. 目標入力として周期的な台形入力を与えた場合の θ, e, e_θ の変動を Fig. 2 (a) に示した. e_θ は, 系全体に対する規範モデル Fig. 1 (b) に同じ目標入力を与えたときの出力 θ_m と θ の誤差である. ハーモニック減速機を用いた場合, 比較的大きな静止摩擦, クーロン摩擦などの外乱が加わるため, 適応サーボ系のロバスト性に悪影響を与える. Fig. 2 (a) において, e, e_θ はしだいに減衰していくが, 摩擦の影響により完全には 0 にならない. こうした状況で長時間の運転を続けることにより, 調整パラメータのドリフトが生ずる. 長時間の運転により, k_u が増大を続け, k_y が減

(a) θ, e and e_θ for the system in Fig. 1 (a)

(b) Drift of adjustable parameters

Fig. 2

少を続けるようすを Fig. 2 (b) に示した. なお, 図中の値において $k_u = 1, k_y = 0$ でモデルとプラントの動特性がほぼ一致するように規範モデルのパラメータを設定している. Fig. 2 (b) においては, 調整パラメータのドリフト現象に注目するため, 初期状態において, モデ

ルとプラントの動特性はほぼ一致させている。

2.2 不安定現象の解析

前節で述べた不安定現象 I, II はいずれも特異摂動法を用いて説明される。その際, I に関してはプラントおよびモデル (1)~(3) 式の応答の速さが (4), (5) 式で表わされるパラメータ調整の速さに比べて十分に速いという仮定が用いられた¹³。これに対して, II の不安定現象は, プラントの応答の中でも, 特に速度応答部分 (2), (3) 式の応答の速さがシステムの他の部分に比べ速いという仮定のもとで解析できる。通常の減速機を有する D. C. サーボ系においては, このような仮定を設けることは妥当と思われる。このことは, (6), (7) 式において, J が十分小さい場合に相当する。 $\varepsilon = J$ とおき, (2), (3) 式を書き直すと,

$$\varepsilon \dot{y} = -a y + b(k_y y + k_u u + d) \quad (8)$$

$$\varepsilon \dot{y}_m = -a_m y_m + b_m u \quad (9)$$

ここで, a, b は, (6), (7) 式と異なり,

$$a = D + k k_v / R, \quad b = k / R$$

であるが, 簡単のためにもとの記号で表わした。 a_m, b_m も同様にもとの記号で表わした。以下では, $\varepsilon \rightarrow 0$ の場合を考え, 特異摂動法を用いて調整パラメータ k_u, k_y の振舞いについて解析する。 $\varepsilon = 0$ とおいたときの θ, y, y_m, k_u, k_y を $\bar{\theta}, \bar{y}, \bar{y}_m, \bar{k}_u, \bar{k}_y$ で表わす。

$$\bar{y} = \frac{b}{a - b \bar{k}_y} \{ \bar{k}_u (r - \bar{\theta}) + d \} \quad (10)$$

$$\bar{y}_m = \frac{b_m}{a_m} (r - \bar{\theta}) \quad (11)$$

$\bar{\theta}(0) = \theta^0, \bar{k}_y(0) = k_y^0, \bar{k}_u(0) = k_u^0$, とする。 $\bar{\theta}, \bar{y}, \bar{y}_m, \bar{k}_y, \bar{k}_u$ を, もとの系の準定常状態と呼ぶ。準定常状態は, モータ軸からみた慣性モーメントを無視したときのシステムの応答を示す。もとの系と準定常状態との関係は, 特異摂動法における Tikhonov の定理 (付録 A 参照) より与えられる。この定理を適用して以下の結果を得る。

命題 1

十分小さな $\eta > 0$ が存在して, $a - b \bar{k}_y(t) > \eta$ ならば任意の区間 $[0, T] (0 < T < \infty)$ に対して, $\tau_1 > 0$ が存在し, $\varepsilon \rightarrow 0$ とすると $[\tau_1, T]$ 上で一様に $(y, y_m) \rightarrow (\bar{y}, \bar{y}_m)$ となり, また, 区間 $[0, T]$ で一様に $(\theta, k_y, k_u) \rightarrow (\bar{\theta}, \bar{k}_y, \bar{k}_u)$ となる。

証明 付録 B に示す。

命題 1 が成立する例を, 計算機シミュレーションにより示すことができる。Fig. 3 は, (1), (4), (5), (8),

Fig. 3 Approximation by reduced model

(9) 式において, 正弦目標入力を与えた場合に, いくつかの ε の値に対する θ, y の応答を比較したものである。

つぎに $\bar{k}_y, \bar{k}_u$ の振舞いについて考察する。その際, 命題 1 における準定常状態により系を近似するために以下の仮定を設ける。

仮定 1 次のような正数 c が存在する。

$$\begin{aligned} a - b \bar{k}_y(t) &> c \\ \bar{k}_u(t) &> c \quad (0 < t < \infty) \end{aligned} \quad (12)$$

実験, シミュレーションによれば, $\bar{k}_y(0), \bar{k}_u(0)$ がこの仮定を満足しない場合でも, ある時刻 $t_1 > 0$ 以降でこの条件を満足し続ける。したがって t_1 を初期時刻にとれば $t > t_1$ において以下と同じ結論が成立する。準定常状態において, $\bar{k}_y, \bar{k}_u$ は以下のとおり記述される。

$$\begin{aligned} \dot{\bar{k}}_y &= - \left\{ \frac{b}{a - b \bar{k}_y} (\bar{k}_u \bar{u} + d) - \frac{b_m}{a_m} \bar{u} \right\} \\ &\quad \times \frac{b}{a - b \bar{k}_y} (\bar{k}_u \bar{u} + d) \end{aligned} \quad (13)$$

$$\dot{\bar{k}}_u = - \left\{ \frac{b}{a - b \bar{k}_y} (\bar{k}_u \bar{u} + d) - \frac{b_m}{a_m} \bar{u} \right\} \bar{u} \quad (14)$$

ここで, $\bar{u} = r - \bar{\theta}$ である。 $\bar{k} = b / (a - b \bar{k}_y)$ とおけば,

$$\dot{\bar{k}} = - \bar{k}^3 (\bar{k}_u \bar{u} + d) \left\{ \bar{k} (\bar{k}_u \bar{u} + d) - \frac{b_m}{a_m} \bar{u} \right\} \quad (15)$$

$\bar{k}_y, \bar{k}_u$ の動きに関して以下の性質が成立する。

命題 2 $V_1 = b_m \bar{k}_u - a_m \bar{k}_y$, とおけば V_1 は単調増大である。

このことは, V_1 の微分が,

$$\dot{V}_1 = a_m \bar{e}^2, \quad \bar{e} = \bar{y} - \bar{y}_m \quad (16)$$

となることにより明らかである。また, (16) 式より, $\bar{e}^2$ の積分が $t \rightarrow \infty$ において収束しなければ, $(\bar{k}_y, \bar{k}_u)$ が有界でないことが直ちにわかる。

命題 3 $V_2 = (\bar{k} \bar{k}_u - b_m / a_m)^2 / 2$ とおく。

(1) 外乱 $d=0$ のとき,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t \bar{u}^2(\tau) d\tau = \infty \text{ ならば } \lim_{t \rightarrow \infty} V_2(t) = 0$$

(2) $d=0$ と限らない場合 $\eta > 0$ が存在し, $|\bar{u}(t)| > \eta (0 < t)$ ならば, V_2 は有界である.

証明 付録 C に示す.

$V_2=0$ とおけば, $\bar{k}_u, \bar{k}_y$ は以下の関係を満足する.

$$a_m \bar{k}_u + b_m \bar{k}_y - (ab_m/b) = 0 \quad (17)$$

有界外乱が存在する場合であっても, V_2 が有界であれば, $(\bar{k}_u, \bar{k}_y)$ は $\bar{k}_y - \bar{k}_u$ 平面上で, (17) 式で表わされる直線の近くにとどまる. また, 命題 2 より, パラメータのドリフトが生ずる場合 $(\bar{k}_u, \bar{k}_y)$ は, $\bar{k}_u$ の増大, $\bar{k}_y$ の減少方向に移動していく.

実際のシステムにおいては $\varepsilon=0$ とみなすことはできないが, ε が小さい場合には k_u, k_y の動きが $\bar{k}_u, \bar{k}_y$ と類似のものとなっていることが命題 1 によって保証される. また, このことは実験によっても確認できる. Fig. 4 は, 実験における調整パラメータの変動を $k_u - k_y$ 平面上にプロットしたものである. 実験条件は Fig. 2 の場合と同じとし, 規範モデルパラメータのみを 3 種類の異なるパラメータとした場合について示してある. パラメータ k_u, k_y は, 直線状に増大, 減少しており, この直線の傾きは (17) 式で与えられたものとよく一致し, 上の予想を裏付けるものである. このことから, 調整パラメータのドリフトは, 有界外乱に起因するものと考えることができ, (k_u, k_y) のドリフトは (17) 式で表わされる直線に沿って生ずることが明らかになった.

Fig. 4 Drift of adjustable parameters on $k_u - k_y$ plane

3. ロバスト性の改善

前節での解析にもとづき調整パラメータのドリフト現象を防ぐための対策について考察する. 調整パラメータ

の有界性を保証するためにすでに種々の方法が提案されている. しかし, 問題とする適応サーボ系においては, それらの方法を用いなくとも調整パラメータのドリフトは制御系の構造, 特に規範モデルの簡単な変更により抑えることができる.

3.1 規範モデルの簡略化

前節で示したとおり, 調整パラメータ (k_u, k_y) は (17) 式で表わされる直線に沿って発散する傾向にある. この直線の傾きは, モデルパラメータ a_m, b_m により与えられる. a_m, b_m の値に依存して, 調整パラメータの発散する方向も変化することが考えられる. いま, $a_m=0$ の場合を考えると (17) 式は, $\bar{k}_y = \text{const}$ となり, 調整パラメータのうち k_y が縮約モデル上では固定されることになることから, パラメータのドリフトが抑えられることが期待できる. 規範モデルのパラメータはサーボ系に求められる動特性を指定するものであり, 設計にあたり任意に値を変えることはできないが, この場合, 適応ループの外部に固定ゲインによるフィードバックを付加することにより, 系全体の動特性が, もとの規範モデルにより指定されたものと同じになるようにすることができる. このようにしたシステムを, Fig. 5 に表わす. 系全体を式で記述すれば以下のとおりである.

$$\dot{\theta} = y \quad (18)$$

$$\dot{y} = -ay + b\{k_u(u - \gamma_m y) + k_y y - Fe\} \quad (19)$$

$$u = r - \theta$$

$$\dot{y}_m = b_m(u - \gamma_m y) \quad (20)$$

$$\dot{k}_u = -e(u - \gamma_m y) \quad (21)$$

$$\dot{k}_y = -ey \quad (22)$$

ここで, $\gamma_m = a_m/b_m$ であり, F は適応系の安定化のための正の設計パラメータである. この場合の理想条件下 $d=0$ での安定性の証明を付録 D に示した.

2. で示したパラメータドリフトは, モデルおよびプラントの応答の速さが, 入力信号の変動およびパラメータ調整に比べ速い場合に生じた. (18)~(22) 式で表わされる系においては同様の条件下でも, パラメータドリ

Fig. 5 Adaptive servo system with a simplified reference model

フトが生ずることはない。以下にこのことを示す。2.2 での解析と同様の仮定をして、モデルおよび、プラントの応答の速さが入力信号の変動および、パラメータ調整の速さに比べ十分小さいものとする。2.2 と同様に $\varepsilon = J$ とおき、モデル、プラントを書き直す。ただし、ここでも a, a_m などは、簡単にもとの記号 a, a_m などを用いて表わした。

$$\varepsilon \dot{y} = -ay + b\{k_u(u - \gamma_m y) + k_y y - Fe\} + bd \quad (23)$$

$$\varepsilon \dot{y}_m = b_m(u - \gamma_m y) \quad (24)$$

$\varepsilon \rightarrow 0$ とした準定常状態を考える。 $\bar{y}, \bar{y}_m, \bar{k}_u, \bar{k}_y$ は次のとおり与えられる。

$$\bar{y} = \bar{u}/\gamma_m, \quad \bar{u} = r - \bar{\theta} \quad (25)$$

$$\bar{y}_m = \left(1 - \frac{\bar{k}_y - a/b}{F}\right) \frac{\bar{u}}{\gamma_m} - \frac{d}{F} \quad (26)$$

$$\dot{\bar{k}}_u = 0 \quad (27)$$

$$\dot{\bar{k}}_y = -\{(\bar{k}_y - a/b)\bar{u}/\gamma_m + d\}\bar{u}/(F\gamma_m) \quad (28)$$

系の振舞いが準定常状態により表わされるとすると (27) 式より $\bar{k}_u$ が一定となるが、後に示す実験結果に見ることができるよう、実際には $\varepsilon \neq 0$ であるので k_u が完全に固定されることはない。 ε が十分小さく、(27)、(28) 式でパラメータの動きが近似される場合を考える。

Fig. 6 Experimental results for the system in Fig. 5

(28) 式より

$$\begin{aligned} \dot{\bar{k}}_y &= -(\bar{u}^2/F\gamma_m^2)\bar{k}_y + f \\ f &= \bar{u}(d - a\bar{u}/(b\gamma_m))/(F\gamma_m) \end{aligned} \quad (29)$$

$\bar{u}$ がつぎの条件を満足すると仮定する。

任意の $T > 0$ に対して次の $\alpha > 0$ が存在する。

$$\frac{1}{T} \int_0^T \bar{u}^2(\tau) d\tau > \alpha \quad (30)$$

このとき (29) 式において $f = 0$ とおいた系を考えれば、

$$\begin{aligned} |\bar{k}_y(t)| &= \frac{|\bar{k}_y(0)|}{F\gamma_m^2} \exp\left(-\int_0^t \bar{u}^2(\tau) d\tau\right) \\ &\leq M \exp(-\alpha t), \quad M: \text{正の定数} \end{aligned}$$

(30) 式より、この系は指数安定、(25) 式より $\bar{\theta}$ は有界であるので f は有界である。したがって、 $\bar{k}_y(t)$ は有界である。

前節での実験と同じ装置を用い、目標入力などの他の条件を Fig. 2 に示した実験と同じとして、長時間運転を続けた場合のパラメータの変化を Fig. 6 に示した。

なお、図中の値で $k_u = 1, k_y = 2$ でモデルとプラントの動特性がほぼ一致する。ここでは $k_u(0) = 1, k_y(0) = 2$ と与えている。

3.2 慣性負荷のみが未知である場合

上述の適応サーボ系において、プラントパラメータの変動が、慣性負荷の変動によってのみ生ずる場合には、必要とされる調整パラメータ数もまた一つで十分である。そのような場合には、以下のように調整パラメータ数を減少させることができる。調整パラメータ数を減少させることは相対的に入力信号の richness の程度を高めることになり、システムのロバスト性に好影響を与えと考えられる。(6)、(7) 式より明らかなように、プラントの有する未知パラメータが慣性負荷のみである場合はプラントパラメータ a, b のそれぞれは未知であるが、それらの比 a/b の値が既知であり、一定である場合に相当する。 a/b の値はモータの速度応答の静的なゲインの逆数であり、簡単に測定できる値である。また、この値は上で示した系における調整パラメータ k_y の目標値にあたるので、この値が十分精度よく同定できるならば、

$$k_y = \text{const} = a/b \quad (23)$$

と固定することにより、調整パラメータ数をひとつにすることができる。この場合の実験結果を Fig. 7 に示した。なお、 $\gamma_m = 0$ の場合、同

Fig. 7 Experimental results for the system with one adjustable gain

様な構造の適応制御系はダイレクトドライブ方式のサーボ系に試みられている¹¹⁾.

4. まとめ

本研究では、簡単な構成の適応サーボ系において実際に生ずる不安定現象について解析を行なった。問題とするシステムにおいては調整パラメータのドリフトが生じ、外乱に起因するものであるとして説明できることを示した。また、有界外乱の存在下での調整パラメータの振舞いについて考察した。また、ここで解析したパラメータのドリフトは、制御系の構造の簡単な修正により抑えることができることを示した。

問題とする適応サーボ系は、適応制御系としては簡単な構成であるが、非線形システムであり、その特性は複雑なものとなる。目標値が変動するような場合には、本論文で提案したような工夫によって安定化がはかれるが、長時間にわたって一定位置を保つことの必要なサーボ系においては別の型の不安定性が問題となり、そのような場合にはさらに調整則の検討が必要となる。

参考文献

- 1) 柴田, 丸岡, 平井, 畑: マイコンによる直流電動機の適応制御; 計測自動制御学会論文集, 21巻, 3号, pp. 308~310 (1985)

- 2) 藤井, 水野, 今泉: 簡潔な構造をもつ離散時間適応サーボ系の設計と2次元サーボ系への応用; 計測自動制御学会論文集, 24巻, 7号, pp. 685~692 (1988)
- 3) 金井, 内門: ロバスト適応制御; 計測と制御, 26巻, 5号, pp. 406~412 (1987)
- 4) C. E. Rohrs, L. Valavani, M. Athans & G. Stein: Robustness of Adaptive Control Algorithms in the Presence of Unmodeled Dynamics; IEEE Trans. Vol. AC-30, No. 9, pp. 881~889 (1985)
- 5) Fathi M. A. Salam & Shi Bai: Complicated Dynamics of a Prototype Continuous-Time Adaptive Control System; IEEE Trans. Vol. CAS-35, No. 7, pp. 842~849 (1988)
- 6) N. Sadeh & R. O. Horowitz: A Robust Discrete Time Adaptive Servo; Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, Vol. 110, pp. 189~196 (1988)
- 7) P. N. Nikiforuk & K. Tamura: Design of a Disturbance Accommodating Adaptive Control System and Its Application to a DC-Servo Motor System with Coulomb Friction; Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, Vol. 110, pp. 343~349 (1988)
- 8) 寺尾, 金井: ロバスト適応制御入門, オーム社 (1989)
- 9) J. W. Gilbert & G. C. Winston: Adaptive Compensation for an Optical Tracking Telescope; Automatica, Vol. 10, pp. 125~131 (1974)
- 10) J. Van Amerongen & A. J. Udink Ten Cate: Model Reference Adaptive Autopilots for Ships; Automatica, Vol. 11, pp. 441~450 (1975)
- 11) M. Tomizuka, R. Horowitz & G. Anwar: Adaptive Techniques for Motion Controls of Robotic Manipulators; Japan-U.S.A Symposium on Flexible Automation pp. 217~224 (1986)
- 12) 増淵: 自動制御基礎理論, コロナ社 (1964)
- 13) 川崎, 水戸部, 足立: 部分的な規範モデルを有する適応サーボ系の安定性; システム制御情報学会論文誌, 2巻, 9号, pp. 313~321 (1989)
- 14) P. A. Ioannou & P. V. Kokotovic: Instability Analysis and Improvement of Robustness of Adaptive Control; Automatica, Vol. 20, pp. 583~594 (1984)
- 15) K. S. Narendra & A. M. Annaswamy: Robust Adaptive Control in the Presence of Bounded Disturbances; IEEE Trans. Vol. AC-31, No. 4, pp. 306~315 (1986)
- 16) Kokotovic, Khalil & O'Reilly: Singular Perturbation Methods in Control, Academic Press (1986)

付録 A Tikhonov の定理¹⁶⁾

次の常微分方程式を考える。

$$\dot{x} = f(x, z, \varepsilon, t), \quad x(t_0) = x^0, \quad x \in R^n \quad (A-1)$$

$$\varepsilon \dot{z} = g(x, z, \varepsilon, t), \quad z(t_0) = z^0, \quad z \in R^m \quad (A-2)$$

ただし, ε は小さな正のパラメータである。なお, f, g は各変数について必要な回数だけ微分可能であるとする。

$\varepsilon = 0$ とすると (A-2) は

$$g(\bar{x}, \bar{z}, 0, t) = 0 \quad (A-3)$$

となる。

仮定 1 (A-3) 式は $k(\geq 1)$ 個の異なった根

$$\bar{z} = \bar{\phi}_i(\bar{x}, t), \quad i = 1, 2, \dots, k \quad (\text{A-4})$$

をもつ。

(A-4) 式を (A-1) 式に代入すると

$$\begin{aligned} \dot{\bar{x}} &= f(\bar{x}, \bar{\phi}_i(\bar{x}, t), 0, t) \\ \bar{x}(t_0) &= x^0 \end{aligned} \quad (\text{A-5})$$

(A-5) 式を準定常状態モデルまたは縮約モデルという。
(以下 i 番目の根 $\bar{\phi}_i$ にのみ注目し、簡単のため添え字 i を省略する)

$$\bar{x}(t), \bar{z}(t) = \phi(\bar{x}(t), t) \quad (\text{A-6})$$

をもとのシステム (A-1), (A-2) 式の準定常状態という。
(A-1), (A-2) 式において時間スケールを

$$\tau = (t - t_0)/\varepsilon \quad (\text{A-7})$$

によって t から τ へ変換すると

$$\frac{dx}{d\tau} = \varepsilon f(x(\tau), z(\tau), \varepsilon, t_0 + \varepsilon\tau) \quad (\text{A-8})$$

$$\frac{dz}{d\tau} = g(x(\tau), z(\tau), \varepsilon, t_0 + \varepsilon\tau) \quad (\text{A-9})$$

となる。(A-8), (A-9) 式はもとのシステム (A-1), (A-2) 式を速い時間スケールで表わしたものである。
 $\hat{z} = z - \bar{z}$ として次の境界層システムを考える。

$$\frac{d\hat{z}}{d\tau} = g(x^0, \hat{z}(\tau) - \bar{z}(t_0), 0, t_0) \quad (\text{A-10})$$

$$\hat{z}(0) = z^0 - \bar{z}(t_0)$$

仮定 2 (A-10) 式の平衡点 $z(\tau) = 0$ は x^0, t_0 に関して一様に漸近安定である。

仮定 3 $\partial g(\bar{x}(t), \bar{z}(t), 0, t)/\partial z$ の固有値の実部はある一定の負値より小さい。すなわち、

$$\operatorname{Re} \lambda \left\{ \frac{\partial g}{\partial z} \right\} \leq -c < 0 \quad (\text{A-11})$$

$\partial g/\partial z$ は g のヤコビ行列において $x = \bar{x}(t), z = \bar{z}(t), \varepsilon = 0$ を代入した値である。

定理 (Tikhonov)

準定常状態 $x(t), z(t)$ が区間 $[t_0, T], t_0 < T < \infty$ で定義されているとする。仮定 1~3 のもとで

(i)

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} x(t) = \bar{x}(t) \quad (\text{A-12})$$

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} z(t) = \bar{z}(t) + \hat{z}((t - t_0)/\varepsilon) \quad t \in [t_0, T] \quad (\text{A-13})$$

(ii) ある $t_1 > t_0$ が存在して $t \in [t_1, T]$ に対して

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} z(t) = \bar{z}(t) \quad (\text{A-14})$$

(i), (ii) の収束はいずれの t に関しても一様である。

付録 B 命題 1 の証明

(8), (9) 式の境界層システムを (A-10) に従って表わすと、

$$\frac{d\hat{y}}{d\tau} = -a\hat{y} + b\{k_y^0\hat{y} + k_u^0(r^0 - \theta^0) + d^0\} \quad (\text{B-1})$$

$$\frac{d\hat{y}_m}{d\tau} = -a_m\hat{y}_m + b_m(r^0 - \theta^0) \quad (\text{B-2})$$

k_u^0, k_y^0 などは、 $k_u(0), k_y(0)$ などを表わす。

$a_m > 0$ であるので、仮定 1, 2, 3 が成立するためには $a - b\bar{k}_y(t) > \eta$ であればよい。□

付録 C 命題 3 の証明

(1) $d = 0$ のとき

$$\dot{V}_2 = -\bar{k}\bar{u}^2(\bar{k}^2\bar{k}_u^2 + 1)V_2 \quad (\text{C-1})$$

積分して、

$$\begin{aligned} V_2(t) &= V_2(0) \exp \left\{ - \int_0^t \bar{k}\bar{u}^2(\bar{k}^2\bar{k}_u^2 + 1) d\tau \right\} \\ &\leq V_2(0) \exp \left(-M \int_0^t \bar{u}^2 d\tau \right) \\ M &= \inf_{0 \leq t} \{ \bar{k}(\bar{k}^2\bar{k}_u^2 + 1) \} > 0 \end{aligned} \quad (\text{C-2})$$

したがって、 $\bar{u}^2$ の積分が、 $t \rightarrow \infty$ において収束しなければ $\lim_{t \rightarrow \infty} V_2 = 0$ となる。

(2) $d = 0$ と限らない場合 V_2 の微分は、

$$\dot{V}_2 = -\bar{k}(\alpha_4\tilde{V}^4 + \alpha_3\tilde{V}^3 + \alpha_2\tilde{V}^2 + \alpha_1\tilde{V}) \quad (\text{C-3})$$

ここで、

$$\begin{aligned} \tilde{V} &= \bar{k}\bar{k}_u - b_m/a_m \\ \alpha_1 &= \bar{k}d\{(b_m/a_m)^2 + \bar{k}d(b_m/a_m) + \bar{u}\} \\ \alpha_2 &= (b_m/a_m)^2\bar{u}^2 + 3\bar{k}d\bar{u}(b_m/a_m) + \bar{k}d^2 + \bar{u}^2 \\ \alpha_3 &= 2\bar{u}\{(b_m/a_m)\bar{u} + \bar{k}d\} \\ \alpha_4 &= \bar{u}^2 \end{aligned}$$

(10) 式より

$$\frac{d}{dt} \bar{\theta}^2 = -\bar{k}\{\bar{k}_u\bar{\theta}^2 + \bar{\theta}(\bar{k}_u r + d)\}$$

仮定 1 より、 $\bar{k}, \bar{k}_u > 0$ なので $|\bar{\theta}|$ が十分大きいとき上式右辺は負となる。したがって $\bar{\theta}$ は有界、 $\bar{u}$ も有界である。また、 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ も有界である。

$|\bar{u}| > \varepsilon$ なので $\alpha_4 > \varepsilon^2$ 、したがって、十分大きな $|\tilde{V}|$ に対して $\dot{V}_2 < 0$ なので V_2 は有界。□

付録 D 3.1 の系の理想条件下での安定性

命題 3 (18)~(21) 式において、 $r, \dot{r}$ が有界ならば k_u, k_y は有界であり、

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0 \quad (\text{D-1})$$

また、系全体に対する規範モデルを以下のとおり表わし、

$$\dot{\bar{\theta}}_m = \bar{y}_m \quad (\text{D-2})$$

$$\dot{\bar{y}}_m = -a_m \bar{y}_m + b_m(r - \theta) \quad (D-3)$$

$e_\theta = \theta - \bar{\theta}_m$, $e_y = y - \bar{y}_m$ とおけば,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e_\theta = 0 \quad (D-4)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e_y = 0 \quad (D-5)$$

証明 (19), (20), (21) 式より

$$\dot{e} = -bFe + b\{\phi(u - \gamma_m y) + \phi y\}$$

$$\phi = k_u - b_m/b, \quad \phi = k_y - a/b$$

$$\dot{\phi} = -e(u - \gamma_m y)$$

$$\dot{\phi} = -ey$$

リアプノフ関数 $V = (e^2 + b\phi^2 + b\phi^2)/2$ を考えれば $\dot{V} = -bFe^2 < 0$ なので, $e, \phi, \dot{\phi}$ は有界である. $\lim_{t \rightarrow \infty} e = 0$ を示すためには, θ, y, y_m の有界性が必要となるが, $y = y_m + e$ より

$$\dot{y} = b_m(r - \gamma_m y - \theta) + \dot{e}$$

$$\ddot{\theta} + a_m \dot{\theta} + b_m \theta = b_m r + \dot{e} \quad (D-6)$$

これより, $\theta(t)$ は次のように表わせる.

$$\theta(t) = \frac{b_m}{s^2 + a_m s + b_m} r(t) + \frac{s}{s^2 + a_m s + b_m} e(t)$$

ここで, s は複素数である. $e(\cdot), r(\cdot)$ が有界であり $a_m, b_m > 0$ なので $\theta(\cdot)$ は有界, 同様に (20) 式より,

$$\dot{y}_m + a_m y_m = b_m(r - \gamma_m e - \theta) \quad (D-7)$$

これより,

$$y_m(t) = \frac{b_m}{s + a_m} (r - \gamma_m e(t) - \theta(t))$$

上の議論より, $e(\cdot), \theta(\cdot)$ が有界なので $y_m(\cdot)$ は有界である.

このことから, $\ddot{e}(\cdot)$ の有界性が示されるので $\dot{e}(\cdot)$ は一様連続である. $e^2(\cdot)$ は $[0, \infty]$ で可積分であることに注意すると $e \rightarrow 0$. これより, $\ddot{e}$ が有界であるもので $\dot{e} \rightarrow 0$ となる. (D-2), (D-3) 式より e_y, e_θ に関する誤差方程式を導くと,

$$\dot{e}_\theta = e_y \quad (D-8)$$

$$\dot{e}_y = -b_m e_\theta - a_m e_y + \dot{e} \quad (D-9)$$

$$\dot{e} \rightarrow 0 \text{ より } \lim_{t \rightarrow \infty} e_y = 0, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} e_\theta = 0 \quad \square$$

付録 E 実験装置の概要

実験装置の概要を Table 1 に示した. コントローラは計算機内にソフトウェアにより実現した. サンプルングの周期は 3 [msec] とした. 各設計パラメータの値は以下のとおりである.

位置フィードバックゲイン: 74.6 [V/rad]

(Fig. 1, Fig. 5 においては簡単に 1 として表わした)

Table 1

Specification of experimental equipment

Experimental equipment	Type
D. C. servo motor encoder	TS 1983N (30W D. C. motor + 400C/T encoder) Tamagawa Seiki Co. Ltd
Reduction gear	CS-14-100-2A-R Hermonic Drive Systems Co. Ltd
D. C. Amp.	Handmade (24V 2A)

Time constant and gain constant

Time constant	0.03 [sec]
Gain constant	16.3 [rad·V/sec]

誤差フィードバックゲイン $F: 14.3$ [V·sec/rad]

(Fig. 5 のシステムのみ)

パラメータ調整のゲインはいずれのシステムにおいても以下のとおり与えた.

$$\dot{k}_u = -1.2 \cdot e \text{ [rad/sec]} \cdot y \text{ [rad/sec]}$$

$$\dot{k}_y = -2.5 \cdot e \text{ [rad/sec]} \cdot u \text{ [V]}$$

Fig. 2, Fig. 6, Fig. 7 の各実験において用いた. 規範モデルパラメータおよびプラントパラメータは, ハーモニック減速機の減速比 (1/100) を考えて表わせば次のとおりである.

$$a_m = 33 \text{ [1/sec]}, \quad b_m = 12 \text{ [rad} \cdot \text{v/sec}^2]$$

$$a = 33 \text{ [1/sec]}, \quad b = 5.4 \text{ [rad} \cdot \text{v/sec}^2]$$