論文要旨

システム制御情報学会論文誌, 3 巻, 4 号, pp. 93~102 (1990)

可能性分布間の相互関係を考慮したファジィ関係の拡張とファジィ線形計画問題への応用

乾口 雅弘・久米 靖文

本報告では、ファジィ数値計画問題の最適解、有効解に関する従来の定義における問題点を指摘し、その問題点を克服するための基礎として、可能性分布間に相互関係がある場合のファジィ関係の拡張方法を提案する。拡張されたファジィ関係の性質を調べ、拡張されたファジィ関係を用いて、ファジィ線形計画問題の最適解の定義を修正する。修正された定義では、定義の問題点から生じていた修正前の欠点が改善されていることが示される。

システム制御情報学会論文誌, 3 巻, 4 号, pp. 103~109 (1990)

列車運転時隔を短縮するための新しい制御方式の提案

大島 弘安・東口 實

列車の運転時隔を短縮することは輸送力増強の上で大きな意味を持つ。ATC を従来よりも多段とし列車速度がこれを越えた時は停車まで緩まないブレーキを作動させることと、これに内接するパターンをもうけこれにそって列車速度を自動制御することと、列車後部検知を細分化することにより、一例では現行 ATC での最小運転時隔 140 秒である駅間を 116 秒まで短縮できることを明らかにした。これは 17% の輸送力増強にあたる。

システム制御情報学会論文誌, 3 巻, 4 号, pp. 110~117 (1990)

画像情報を利用した移動体の位置姿勢計測法

藤原 直史・米澤 徹・津村 俊弘

本論文では、TV カメラを用いた移動体（ビークル）の位置・姿勢計測手法を提案する。このシステムは、移動体に搭載したカメラと位置が既知である目標物（ターゲット）からなり、カメラの位置・姿勢を、ターゲットの画像を解析することにより計測する。またカメラがターゲットの方向を常に向くように追尾制御がなされる。この手法を用いて実験を行ない、位置・姿勢計測の有効性を確認した。

システム制御情報学会論文誌, 3 巻, 4 号, pp. 118~120 (1990)

区間パラメータをもつ線形システムのロバスト安定条件

小亀 英己・木田 浩・森 武宏

不確定パラメータがシステム行列の中にリニアに含まれるシステムのロバスト安定問題をパラメータの変動する範囲があらかじめ知れているものとして検討した。このとき発生し得るシステム行列の集合が行列ポリトープをなす事に注目すると、問題は行列ポリトープが Hurwitz 不変であることを検証することに帰着する。本稿ではポリトープの各頂点行列に対して求められたリアプノフ解から構成されるある行列をもとにして、行列ポリトープの Hurwitz 不変性が容易に検証できる一つのロバスト安定条件を提案するものである。

区間パラメータをもつ線形システムのロバスト安定条件*

小 亀 英 己**・木 田 浩**・森 武 宏***

A Robust Stability Condition for Linear Systems with Interval Parameters*

Hideki KOKAME**, Hiroshi KIDA** and Takehiro MORI***

1. ま え が き

近年, 不確定パラメータをもつシステムのロバスト安定性研究の一環として, 次式で示されるようなシステムが種々の立場から取り上げられている¹⁻³.

$$\dot{x}(t) = (A_0 + p_1 A_1 + p_2 A_2 + \cdots + p_m A_m)x(t), \\ x(t) \in R^n \quad (1)$$

ここで, p_i が不確定なスカラーパラメータを表わす. 本稿では p_i が次の閉区間

$$p_i \leq p_i \leq \bar{p}_i, \quad i = 1, \dots, m \quad (2)$$

にあることが知られているものとして, このシステムがすべての許される変動に対して漸近安定であるための条件を考える.

(1)(2) で定義されるシステム行列の集合は, 次の行列ポリトープの形に表現されることが知られている³.

$$G = \{u_1 B_1 + \cdots + u_k B_k : u_i \geq 0, i = 1, \dots, k; \\ u_1 + \cdots + u_k = 1\} \quad (3)$$

ここで, $B_1, \dots, B_k$ は, すべてのパラメータが上限値 $\bar{p}_i$ または下限値 p_i をとるものとした場合に生じる $k = 2^m$ 個の行列を並べたものである. したがって, G に属するすべての行列が Hurwitz 行列, すなわち, 固有値の実部がすべて負となることが, 系がロバスト安定であるための条件となる. このような性質を持つ G を Hurwitz 不変であると呼ぶことにすると, 本稿の問題はいかにして G の Hurwitz 不変性を検証するかという問題に帰着する.

現在のところ G の Hurwitz 不変性を検証するための

有力な一般性のある手段は, $k = 2$ の場合^{4,5} を除いて知られていない. またこの場合でも, 行列の Kronecker 和を利用し, $n^2 \times n^2$ 行列の固有値に関する条件として与えられていることから理解されるように, 次数が増加すると計算が困難となることが予想される. 一方で, 十分条件ではあるが検証が比較的容易と思われる条件が Shi と Gao⁶ によって報告されている. 本稿では彼らの結果に比べてより簡明であり, かつ計算機による判定が容易な条件を与えるものである.

以下ではベクトル x に対して, その第 i 要素を x_i で表わす. また実ベクトル x のすべての要素が正 (非負) であるとき $x > 0$ (≥ 0) と書く. 対称行列 P_1 と P_2 に対して, $P_1 \geq P_2$ ($> P_2$) とは $P_1 - P_2$ が非負定値 (正定値) 対称行列であることを意味する.

2. 主要な結果

G の頂点行列 $B_1, \dots, B_k$ がすべて Hurwitz 行列であることは G が Hurwitz 不変であるための必要条件であるので, 以後の議論ではこの条件がすでに満たされているものと仮定しておく. このとき, 任意の正定値対称行列 Q_{ii} に対して, リアプノフ方程式

$$P_i B_i + B_i^T P_i = -Q_{ii}, \quad i = 1, \dots, k \quad (4)$$

は一意的な正定値対称解 P_i を有する. 次に示す結果は, これらのリアプノフ解に基づくものである.

【定理 1】 F が P 行列であるならば, G は Hurwitz 不変である. ここで F は次式で定義される k 次正方行列である.

$$F = \{f_{ij}\}, \quad f_{ij} = \lambda_{\min}(Q_{ij}) \quad (5)$$

$$P_i B_j + B_j^T P_i = -Q_{ij}, \quad i, j = 1, \dots, k \quad (6)$$

ただし, $\lambda_{\min}(\cdot)$ は行列の最小固有値を表わす.

証明 F は P 行列であるから, 任意のベクトル $u \neq 0$ に対し,

$$u_i (F u)_i > 0 \quad (7)$$

* 原稿受付 1989. 9. 14

** 大阪工業大学 Department of Electrical Engineering, Osaka Institute of Technology ; Ohmiya, Asahi-ku, Osaka 535, JAPAN

*** 京都大学 Division of Applied Systems Science, Kyoto University ; Gokasho, Uji, Kyoto 611, JAPAN

Key Words : robust stability, structured perturbation, interval parameter, matrix polytope, P -matrix.

なる i が存在する⁷. このことから, 任意の $u \geq 0$ ($u \neq 0$) に対して, Fu の要素の中で正の要素が存在することがわかる. この要素の添字を h で表わすものとする. このとき,

$$\sum_{j=1}^k f_{hj} u_j > 0 \quad (8)$$

となることに注意する. さて, 定理の成立を示すには, G の任意の行列

$$B = \sum_{i=1}^k u_i B_i : u_i \geq 0, i = 1, \dots, k; u_1 + \dots + u_k = 1 \quad (9)$$

に対して $P_1, \dots, P_k$ のいずれかがそのリアプノフ解となること, すなわち

$$Q_j = -P_j B - B^T P_j, j = 1, \dots, k$$

としたとき, Q_j が正定値となる j があることを示せば十分である. 実際, ベクトル $u = [u_1 \dots u_k]^T$ に対し, Q_h が正定値となることを示す.

$$\begin{aligned} Q_h &= -P_h B - B^T P_h \\ &= -\sum_{j=1}^k u_j (P_h B_j + B_j^T P_h) = -\sum_{j=1}^k u_j Q_{hj} \end{aligned}$$

ここで, $Q_{hj} \geq f_{hj} I$ に注意して

$$Q_h \geq \left(\sum_{j=1}^k u_j f_{hj} \right) I$$

したがって, (8) 式より, Q_h は正定値であり, ゆえに結論が導かれる. (証明終)

定理1で定義した行列 F を用いて, 参考文献6)では, $DF + F^T D$ が厳密に共正定となるような正の対角行列 $D = \text{diag}\{d_1, d_2, \dots, d_k\}$ が存在すれば, G が Hurwitz 不変となることを導いている. ここで実行列 H が厳密に共正定であるとは, $x \geq 0$ なるすべての非零ベクトル x に対して, $x^T H x > 0$ が成り立つ場合を言う. この条件は任意パラメータ d_i の選択基準が明らかでないこと, また厳密に共正定な行列であるか否かを知るための有力な判定条件が見当たらないことから, いささか扱い難いものとなっている. これに対して定理1の場合, P 行列であるための等価条件として, そのすべての主小行列式が正であればよいことが知られているので, その適用は容易である.

参考文献6)の条件と定理1の条件の間に包含関係があるか否かは不明であるが, 両者の条件が全く等価となる行列 F のクラスが存在する. 実際, 次の補題が成り立つ.

【補題1】 行列 F の非対角要素がすべて非正, すなわち, $f_{ij} \leq 0$ ($i \neq j$) であるとする. このとき, 正の対角行列 D で $DF + F^T D$ が厳密に共正定となるものがあるならば, F は P 行列であり, またその逆も真である.

証明 一般に非対角要素がすべて非正である行列 A が, 厳密に共正定であるならば, A は M 行列となること, したがって P 行列でもあることが知られている⁷. このことから DF が P 行列であることが知れる. P 行列は正の対角要素を乗じてやはり P 行列であるから, $F = D^{-1}(DF)$ はやはり P 行列となる.

つぎに F を P 行列と仮定し逆を示す. 補題の条件から直ちに F は M 行列である. 任意の M 行列 A に対して, 適当な正の対角行列 D があって, $DA + A^T D$ が正定となることが知られている⁷. 行列 F に対するこの D が求める対角行列であることは, 正定値対称行列はまた厳密に共正定であることから明らかである.

(証明終)

3. 例題

二つの不確定パラメータを含む3次のシステムを考える. システム行列は

$$\begin{aligned} A_0 &= \begin{bmatrix} -4 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 1 \\ -2 & 0 & -4 \end{bmatrix} & A_1 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ A_2 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

とし, パラメータ p_1, p_2 は次の範囲にあるものとする.

$$p_1 \in [-1, 0], p_2 \in [-2, 1]$$

このとき行列ポリティープの頂点行列は次の四つであり,

$$\begin{aligned} B_1 &= \begin{bmatrix} -4 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \\ -2 & -2 & -4 \end{bmatrix} & B_2 &= \begin{bmatrix} -4 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 1 \\ -2 & -2 & -4 \end{bmatrix} \\ B_3 &= \begin{bmatrix} -4 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \\ -2 & 1 & -4 \end{bmatrix} & B_4 &= \begin{bmatrix} -4 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 1 \\ -2 & 1 & -4 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

それぞれに対して, 正定値対称行列をつぎのように与えるものとしよう.

$$\begin{aligned} P_1 &= \begin{bmatrix} 6 & 0 & -3 \\ 0 & 2 & 0 \\ -3 & 0 & 2 \end{bmatrix} & P_2 &= \begin{bmatrix} 8 & -4 & -3 \\ -4 & 4 & 4 \\ -3 & 4 & 9 \end{bmatrix} \\ P_3 &= \begin{bmatrix} 5 & -2 & 0 \\ -2 & 2 & -2 \\ 0 & -2 & 4 \end{bmatrix} & P_4 &= \begin{bmatrix} 12 & 3 & -4 \\ 3 & 2 & 0 \\ -4 & 0 & 6 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

これから Q_{ij} を求め, それらと最小固有値を計算すると行列 F は次のようになる.

$$F = \begin{bmatrix} 1.1193 & -0.0483 & 1.7592 & 1.0756 \\ -0.1260 & 0.0547 & 4.9145 & 3.9234 \\ -4.9769 & -5.7168 & 0.1126 & -0.0598 \\ -0.8321 & -0.5334 & 0.2147 & 0.5729 \end{bmatrix}$$

ここで F の $i_1, i_2, \dots$ 番目の行および列から成る主小行列式を $g(i_1, i_2, \dots)$ で表わすと

$$\begin{aligned} g(1) &= 1.1193 & g(2) &= 0.0547 \\ g(3) &= 0.1126 & g(4) &= 0.5729 \\ g(1, 2) &= 0.0551 & g(1, 3) &= 8.8812 \\ g(1, 4) &= 1.5363 & & \\ g(2, 3) &= 28.1012 & g(2, 4) &= 2.1240 \\ g(3, 4) &= 0.0773 & & \\ g(1, 2, 3) &= 34.3798 & g(1, 2, 4) &= 2.6528 \\ g(1, 3, 4) &= 4.1408 & g(2, 3, 4) &= 11.6748 \\ g(1, 2, 3, 4) &= 10.9702 & & \end{aligned}$$

のようになり, F が P 行列であることがわかる. 一方, 簡単のために D を 4 次の単位行列として参考文献 6) の条件を適用してみると, $DF + F^T D$ は

$$\begin{bmatrix} 2.2386 & -0.1742 & -3.2177 & 0.2435 \\ -0.1742 & 0.1094 & -0.8023 & 3.3900 \\ -3.2177 & -0.8023 & 0.2252 & 0.1549 \\ 0.2435 & 3.3900 & 0.1549 & 1.1457 \end{bmatrix}$$

となる. このとき, ベクトル $x = [0 \ 1 \ 1 \ 0]^T$ に対して, $x^T(DF + F^T D)x = -1.2702 < 0$ となるので, 共正定でないことがわかる. このことは一般に参考文献 6) の方法では任意パラメータ d_i の最適化が必要であることを示している.

4. おわりに

不確定パラメータがシステム行列の中にリニアに含まれるシステムに対して一つのロバスト安定条件を提案し

た. 結果は, 行列ポリトープの各頂点に対応するシステム行列のリアプノフ解を基にしたもので, 検証が容易な形のものとなっている.

行列ポリトープで表現されるロバスト安定性研究の主たる流れは, その安定性を保証するサブクラスを見い出そうとするものである. 比較的小さなサブクラスの Hurwitz 不変性を調べるだけでよいことが知れば, 本稿で述べたような判別法をそのサブクラスに適用し, より効率的なロバスト安定性判別法となる可能性があることを指摘しておく.

参 考 文 献

- 1) K. Zhou & P. P. Khargonekar : Stability Robustness Bounds for Linear State-Space Models with Structured Uncertainty ; IEEE Trans. Automat. Contr., Vol. AC-32, No. 7, pp. 621~623 (1987)
- 2) L. H. Keel, S. P. Bhattacharyya & J. W. Howze : Robust Control with Structured Perturbations ; IEEE Trans. Automat. Contr., Vol. AC-33, No. 1, pp. 68~78 (1988)
- 3) B. R. Barmish, M. Fu & S. Saleh : Stability of a Polytope of Matrices : Counterexamples ; IEEE Trans. Automat. Contr., Vol. AC-33, No. 6, pp. 569~572 (1988)
- 4) S. Bialas : A Necessary and Sufficient Condition for the Stability of Convex Combinations of Stable Polynomials or Matrices ; Bull. Polish Academy of Sci., Vol. 33, No. 9, pp. 473~480 (1985)
- 5) M. Fu & B. R. Barmish : Stability of Convex and Linear Combinations of Polynomials and Matrices Arising in Robustness Problems ; Proc. Conf. Inform. Sci. Syst., Johns Hopkins Univ. (1987)
- 6) Z. C. Shi & W. B. Gao : Stability of Interval Parameter Matrices ; Int. J. Contr., Vol. 45, No. 3, pp. 1093~1101 (1987)
- 7) 児玉, 須田 : システム制御のためのマトリクス理論, 計測自動制御学会 (1978)