論文要旨

システム制御情報学会論文誌, 4 巻, 1 号, pp. 1~10 (1991)

可能性と必然性の概念に基づくニューラル ネットの学習アルゴリズム

石淵 久生・田中 英夫

本研究では, 2 群判別の問題を取り上げ, ニューラルネットによる可能性分析と必然性分析の方法を提案する. まず, 可能性と必然性の概念に基づく判別分析の方法を示す. つぎに, 可能性判別分析および必然性判別分析のためのニューラルネットの学習アルゴリズムを提案する. 提案手法では, ニューラルネットの結合強度の学習は, 重み付き 2 乗誤差の総和が最小になるように行なわれる. このとき, データ点ごとの重みを学習と共に徐々に変化させることにより, 可能性あるいは必然性を考慮した判別分析を行なうことができることを示す. さらに, 例題を用いて提案手法の説明を行なう.

システム制御情報学会論文誌, 4 巻, 1 号, pp. 11~20 (1991)

ニューラルネットを用いたリモートセンシング データのパターン認識

吉田 知司・大松 繁・寺西 大

本論文はリモートセンシングデータのパターン認識問題へニューラルネットを用いる手法を提案している. これによって, 誤認識の割合を減少させかつ従来の Bayes 法による手法と比較して識別誤差のバラツキの少ないデータ処理結果が得られることを実データに基づいて定量的に検証している. さらに, 雲の影の補正を行なって分類する手法に対しても本論文の手法が有効であることを示す.

システム制御情報学会論文誌, 4 巻, 1 号, pp. 21~27 (1991)

階層型神経回路モデルによる時空間パターンの 認識

伊藤 崇之

時空間パターンを認識できるニューラルネットワークモデルを提案する. モデルは特徴抽出部と統合部の二つの部分からなっている. 前者は, 入力信号の立ち上がり, 立ち下がりなど, 時間に固有の特徴を抽出する. 後者は, P 細胞と T 細胞の 2 種類の細胞からなっている. P 細胞は特徴の統合を行なう. T 細胞は, メモリ機能を持つ. これら 2 種類の細胞層を交互に縦続的に接続し, 位置不変性と変形の許容能力も実現している. コンピュータシミュレーションによって, モデルがパターンの時間伸縮や, 位置ずれ, 変形を許容できることを示した.

システム制御情報学会論文誌, 4 巻, 1 号, pp. 28~36 (1991)

チェビシェフネットワークによるパターン領域 の識別

生天目 章・上田 延寿

コネクショニストモデルを用いて, 2 次元領域のパターンを識別する問題について考察する. 適当な数の中間ユニットを配置した従来の多層ネットワークによる識別ではパターン領域が複雑になるにつれてその識別能力は低下し, 中間ユニットの数や学習例を増大させてもその識別性能は改善されないことを示す. また, 一般に非線形の複雑な決定領域におけるパターン識別システムをコネクショニストモデルにより実現するためにはシグモイドのような単調な非線形関数のユニットだけでは不十分でチェビシェフ関数のような非単調関数を持つユニットとの組み合わせが必要であることを示す. 従来のモデルに代わるものとしてチェビシェフネットワークという新しい多層ネットワークアーキテクチャを提案する. パターン領域の境界曲線をチェビシェフネットワークに学習させ, その出力値の論理結合により識別する方法および領域の境界曲線近傍における対象領域内外のいくつかのパターンをチェビシェフ関数により非線形変換し, それらを正負の学習例として学習・識別させる二つの方法について提案する. いずれの方法においても新しく提案したチェビシェフネットワークによる識別方法は, 一般にパターン領域の複雑性に依存しない優れた識別性能を有することを示す.

システム制御情報学会論文誌, 4 巻, 1 号, pp. 37~47 (1991)

フィードバック誤差学習による閉ループシス テムの学習制御

五味 裕章・川人 光男

本論文では神経回路モデルを非線形フィードバックコントローラに利用するときの学習法を提案する. 学習後には制御対象の非線形性が補償され, 参照モデルで規定される応答に従うようになる.

ここでは, この学習スキームの収束性を確率微分方程式の平均化とリアプノフの方法で証明し, 有効性を倒立振子制御のシミュレーションの結果により示す. また, この学習スキームと動物の小脳における姿勢・歩行の学習制御との関連を議論する.

可能性と必然性の概念に基づくニューラルネット の学習アルゴリズム*

石 渕 久 生**・田 中 英 夫**

Learning Algorithm of Neural Networks Based on the Concept of Possibility and Necessity*

Hisao ISHIBUCHI** and Hideo TANAKA**

In this paper, we propose two learning methods of neural networks for a two-group discriminant problem. One method corresponds to the possibility analysis and the other to the necessity analysis. The proposed methods are the same as the back-propagation algorithm except for the cost function. The cost function to be minimized in our methods is not the sum of squared errors but the weighted sum of squared errors. The value of weight relating to each data point varies in process of learning and depends on whether the data point belongs to group 1 or group 2. For example, if we consider the possibility of group 1, the weight relating to the data points in group 1 is constant but the weight of group 2 is gradually decreased in process of learning. On the other hand, if we consider the necessity of group 1, the weight relating to the data points in group 1 is gradually decreased but the weight of group 2 is constant.

1. はじめに

本研究では、パターン認識のなかで最も基本的な問題である2群判別の問題を対象に、可能性分析と必然性分析を行なうニューラルネットの学習アルゴリズムを提案する。

2群判別を行なう最も簡単な方法は、線形判別関数を用いる方法である。属性空間を n 次元とすれば、線形判別関数は次のように表わすことができる。

$$g(\mathbf{x}) = a_0 + a_1 x_1 + \cdots + a_n x_n \quad (1)$$

このとき、 n 次元属性空間は、 $g(\mathbf{x}) = 0$ で与えられる超平面により2分割される。線形判別関数による2群判別の例を属性空間が2次元の場合で示すと、Fig.1のようになる。Fig.1において、黒丸は第1群に属するデータ点を表わし、白丸は第2群に属するデータ点を表わしている。また、次の線形判別関数により、すべてのデータ点が正しく判別されている。

Fig. 1 Discriminant analysis by a linear discriminant function

$$g(\mathbf{x}) = 0.5 x_1 + x_2 - 0.75 \quad (2)$$

一方、階層型ニューラルネットを用いれば、Fig.2のような非線形関数による判別が可能となる。Fig.2は、黒丸で示すデータ点に対する教師信号を1、白丸で示すデータ点に対する教師信号を0として学習を行なった後のニューラルネットによる2群判別の結果である。なお、Fig.2の境界線は、ニューラルネットからの出

* 原稿受付 1990. 4. 4

** 大阪府立大学 工学部 University of Osaka Prefecture; Mozu-Umemachi, Sakai 591, JAPAN

Key Words: neural networks, back-propagation algorithm, discriminant analysis, possibility theory, membership function.

Fig. 2 Discriminant analysis by a neural network

力値が 0.45 以上 0.55 以下の点をプロットしたものである。

このような非線形関数は、バックプロパゲーション・アルゴリズム^{1,2}を用いて、学習により求めることができる。実際、Rumelhart ら²では、排他的 OR 問題や偶奇性判定問題など非線形性を必要とする 2 群判別問題に対し、正しく判別を行なうニューラルネットを学習により求めた例が述べられている。また、Funahashi³による結果を考えれば、与えられたすべてのデータ点を正しく判別するような 3 層構造のニューラルネットが存在することがわかる。しかし、実際の学習でそのようなニューラルネットが得られる保証はない。また、過学習の問題もあり、与えられたデータ点を完全に判別するようなニューラルネットが、未学習のデータに対しても有効であるとは限らない。

ここで、Fig. 3 に示すような 2 群判別の問題を考えてみよう。このようなデータに対しても、理論的には与えられたデータを正しく判別するようなニューラルネットが存在する。しかし、そのようなニューラルネットを求

Fig. 3 Boundary area between two groups

めることは、学習時間の点から現実的ではなく、また、我々の直観的な理解に反するものである。すなわち、Fig. 3 のドットで示すような領域は、どちらの群にも属する可能性がある境界領域であると考えるべきであろう。そこで本研究では、我々の直観的理解と一致した判別分析を行なうため、2 群判別の問題に対し、可能性および必然性を考慮した判別分析の方法を提案する。具体的には、どちらの群にも属する可能性があると考えられる境界領域を明確にすることを目的に、ニューラルネットの学習アルゴリズムを提案する。

本研究では、Fig. 3 のドットで示すような領域を、どちらの群にも属する可能性のある境界領域と見なすという立場を取っている。これに対し、人間の直観では一見分類不能に見える領域にも、その裏に複雑な規則性が存在すると考え、その規則性を見いだすことを試みることも非常に重要な研究方向であろう。また、人間が直観的に理解することができない多次元属性空間内での判別分析の問題に対しては、境界領域の存在に対する直観的な判断が行えない。したがって、本研究の立場には、直観的な議論の行なえない多属性の場合での境界領域の存在に関する考察が、今後の課題として残されている。

2. 可能性判別分析

判別分析の問題は、未知データの判別を行なうため、既知のデータの属性値から判別規則を求める問題である。いま、 m 個のサンプルの属性値が、全体集合 Ω (ただし、 $\Omega \subset R^n$) 上の点 x_p , $p = 1, 2, \dots, m$ として与えられているとする。ただし、 $x_p = (x_{p1}, x_{p2}, \dots, x_{pn})$ であり、ベクトル x_p は、 n 次元属性空間内の位置を表わしている。さらに、 m 個のサンプルは 2 群に分けられているとし、第 1 群 (G_1) に属するデータ点の添字集合を P_{G1} 、第 2 群 (G_2) に属するデータ点の添字集合を P_{G2} と表わすことにする。このとき、通常の判別分析の問題は、与えられたデータ点を用いて、全体集合 Ω を次のように 2 分割する問題と考えることができる。

$$\Omega = \Omega_1 \cup \Omega_2 \quad (3)$$

$$\Omega_1 \cap \Omega_2 = \phi \quad (4)$$

すなわち、全体集合 Ω が、第 1 群を表わす部分集合 Ω_1 と第 2 群を表わす部分集合 Ω_2 とに 2 分割されている。

このとき、次の二つの関係が成り立てば、 Ω_1, Ω_2 による全体集合 Ω の分割は、与えられたデータ点を正しく判別することになる。

$$x_p \in \Omega_1 \quad \text{for all } p \text{ in } P_{G1} \quad (5)$$

$$x_p \in \Omega_2 \quad \text{for all } p \text{ in } P_{G2} \quad (6)$$

しかし、Fig. 3 で示したように、境界領域が存在するような問題では、(3)～(6) 式による全体集合の2分割という方法は現実的ではなく、我々の直観に反する方法である。そこで本研究では、全体集合の2分割という方法を用いず、各群に属する可能性および必然性を考慮した判別分析の方法を提案する。

まず、可能性を考えた場合では、次のような二つの部分集合 Ω_1^* , Ω_2^* を用いる。

$$\Omega = \Omega_1^* \cup \Omega_2^* \quad (7)$$

ここで、 Ω_1^* は第1群に属する可能性のある領域であり、 Ω_2^* は第2群に属する可能性のある領域である。また、 $\Omega_1^* \cap \Omega_2^*$ はどちらの群にも属する可能性のある領域であり、空である必要はない。

一方、必然性を考えた場合では、次のような二つの部分集合 Ω_{1*} , Ω_{2*} を用いる。

$$\Omega \supseteq (\Omega_{1*} \cup \Omega_{2*}) \quad (8)$$

$$\Omega_{1*} \cap \Omega_{2*} = \phi \quad (9)$$

ここで、 Ω_{1*} は必然的に第1群に属する領域であり、 Ω_{2*} は必然的に第2群に属する領域である。なお、必然性を考えれば、どちらの群にも属さない領域が考えられるので、(8) 式は等号で成り立つ必要はない。また、(9) 式は、二つの群に必然的に属する領域は空であることを示している。

これらの領域の間には、可能性理論⁴より、次の関係が成り立つと考えることができる。

$$\Omega_2^* = \Omega - \Omega_{1*} \quad (10)$$

$$\Omega_{2*} = \Omega - \Omega_1^* \quad (11)$$

(10) 式は、必然的に第1群に属する領域を全体集合から除いたものが、第2群に属する可能性のある領域であることを表わしている。逆に(11)式は、第1群に属する可能性のある領域を全体集合から除いたものが、必然的に第2群に属する領域であることを表わしている。したがって、具体的な計算では、第1群に関する二つの領域 Ω_1^* , Ω_{1*} を求めることにより、第2群に関する二つの領域 Ω_2^* , Ω_{2*} を得ることができる。

(10) 式を用いれば、どちらの群にも属する可能性のある領域 $\Omega_1^* \cap \Omega_2^*$ は、次のように計算される。

$$\begin{aligned} \Omega_1^* \cap \Omega_2^* &= \Omega_1^* \cap (\Omega - \Omega_{1*}) \\ &= (\Omega_1^* \cap \Omega) - (\Omega_1^* \cap \Omega_{1*}) \\ &= \Omega_1^* - (\Omega_1^* \cap \Omega_{1*}) \end{aligned} \quad (12)$$

さらに、可能性理論から $\Omega_{1*} \subseteq \Omega_1^*$ が成り立つと考えることができるので、どちらの群にも属する可能性のある領域は、次のように計算される。

$$\Omega_1^* \cap \Omega_2^* = \Omega_1^* - \Omega_{1*} \quad (13)$$

3. 学習アルゴリズム

3.1 バックプロパゲーション・アルゴリズム

まず、Rumelhart ら²に従い、バックプロパゲーション・アルゴリズム (BP アルゴリズム) について簡単に述べておく。

ニューラルネットの構造は、Fig. 4 に示すように、1個の出力ユニットを持つ3層構造であるとし、中間層のユニット数を n_2 とする。Fig. 4 のニューラルネットにおいて、入力ユニットへの入力ベクトルは、 p 番目のデータ点の位置を表わす n 次元ベクトル $\mathbf{x}_p = (x_{p1}, x_{p2}, \dots, x_{pn})$ である。このとき、各ユニットからの出力値は、次のように計算される。

$$\text{入力層: } o_{pi} = x_{pi}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (14)$$

$$\text{中間層: } o_{pj} = f(\text{net}_{pj}), \quad j = 1, 2, \dots, n_2 \quad (15)$$

$$\text{net}_{pj} = \sum_{i=1}^n w_{ji} o_{pi} + \theta_j \quad (16)$$

$$\text{出力層: } o_p = f(\text{net}_p) \quad (17)$$

$$\text{net}_p = \sum_{j=1}^{n_2} w_j o_{pj} + \theta \quad (18)$$

ただし、入出力関数 $f(\text{net})$ は、次のようなシグモイド関数であるとする。

$$f(\text{net}) = 1 / \{1 + \exp(-\text{net})\} \quad (19)$$

ここで、ベクトル $\mathbf{x}_p$ が入力されたとき、ニューラルネットからの望ましい出力値 (教師信号) を t_p とする。このとき、 p 番目のデータ点に対するニューラルネット

Fig. 4 Structure of neural networks

の学習は、次の評価関数が最小になるように行なわれる。

$$E_p = (t_p - o_p)^2 / 2 \quad (20)$$

したがって、結合強度 w_j , w_{ji} およびしきい値 θ, θ_j の修正量は、次のようになる²。

$$\Delta_p w_j = \eta(-\partial E_p / \partial w_j) = \eta \delta_p o_{pj} \quad (21)$$

$$\Delta_p w_{ji} = \eta(-\partial E_p / \partial w_{ji}) = \eta \delta_{pj} o_{pi} \quad (22)$$

$$\Delta_p \theta = \eta(-\partial E_p / \partial \theta) = \eta \delta_p \quad (23)$$

$$\Delta_p \theta_j = \eta(-\partial E_p / \partial \theta_j) = \eta \delta_{pj} \quad (24)$$

ただし、 δ_p, δ_{pj} は次のように与えられる。

$$\delta_p = (t_p - o_p) o_p (1 - o_p) \quad (25)$$

$$\delta_{pj} = o_{pj} (1 - o_{pj}) \delta_p w_j \quad (26)$$

(21)~(26) 式により結合強度およびしきい値を修正していくことで、ニューラルネットからの出力値が与えられたデータ点での教師信号に近づくようにニューラルネットの学習が行なわれる。

3.2 ニューラルネットによる判別分析

3.1 で示した BP アルゴリズムを用いれば、非線形関数により、2 群判別を行なうことができる。まず、入力ベクトル x_p に対応した教師信号 t_p を、次のように定める。

$$t_p = \begin{cases} 1 & \text{for all } p \text{ in } P_{G1} \\ 0 & \text{for all } p \text{ in } P_{G2} \end{cases} \quad (27)$$

つぎに、このように与えられた教師信号を用いて 3.1 で示した BP アルゴリズムにより学習を行なう。学習後のニューラルネットにおいて、入力ベクトル x に対応した出力値を $\mu_1(x)$ と表わすことにすれば、次のように全体集合 Ω の 2 分割を行なうことができる。

$$\Omega_1 = \{x | \mu_1(x) \geq 0.5, x \in \Omega\} \quad (28)$$

$$\Omega_2 = \{x | \mu_1(x) < 0.5, x \in \Omega\} \quad (29)$$

(28), (29) 式では、(27) 式により与えられる教師信号の中間の値 0.5 を二つの群の境界として用いている。このとき、出力値 $\mu_1(x)$ が次の関係を満たせば、ニューラルネットにより、与えられたすべてのデータ点が正しく判別されることになる。

$$\mu_1(x_p) \geq 0.5 \quad \text{for all } p \text{ in } P_{G1} \quad (30)$$

$$\mu_1(x_p) < 0.5 \quad \text{for all } p \text{ in } P_{G2} \quad (31)$$

Fig. 2 に示す例では、ニューラルネットにより、与えられたすべてのデータ点が正しく判別されている。なお、理論的には与えられたすべてのデータ点を正しく判別する 3 層構造のニューラルネットが存在する³が、学習により得られる保証はない。

3.3 可能性判別分析のための学習アルゴリズム

まず、第 1 群に属する可能性のある領域 Ω_1^* を求める

ための学習アルゴリズムを示す。ニューラルネットとして、3.1 と同様に Fig. 4 に示すような出力層に 1 個のユニットを持つ階層型ニューラルネットを考え、各ユニットの入出力関係が (14)~(19) 式で与えられるとする。

提案する学習アルゴリズムでは、学習において最小化される評価関数として、データ点ごとに重み付けを行なった 2 乗誤差の総和を用いる。このとき、第 1 群に属する可能性のある領域を求めるため、第 1 群に属するデータ点が第 2 群に属するデータ点よりも相対的に重視されるように重み付けを行なう。具体的には、第 1 群に属するデータ点に対する重みを 1 とし、第 2 群に属するデータ点に対する重みを $\omega(u)$ としている。ここで、 u は学習回数であり、 $\omega(u) \leq 1$ である。

第 1 群に属する可能性のある領域 Ω_1^* を求めるため、次のような学習アルゴリズムを提案する。

【 μ^* アルゴリズム】

Step 1 $u := 1$ とする。

Step 2 $p = 1, 2, \dots, m$ に対して、次のコスト関数を用いて、ニューラルネットの結合強度およびしきい値の学習を行なう。

(i) $p \in P_{G1}$ のとき

$$E_p = (t_p - o_p)^2 / 2 \quad (32)$$

(ii) $p \in P_{G2}$ のとき

$$E_p = \omega(u) \cdot (t_p - o_p)^2 / 2 \quad (33)$$

Step 3 $u := u + 1$ として、Step 2 へ戻る。

このアルゴリズムの Step 2 における学習は、具体的には次のようになる。

(i) $p \in P_{G1}$ のときは、(21)~(26) 式により、結合強度としきい値の修正を行なう。

(ii) $p \in P_{G2}$ のときは、(25) 式の代わりに次式を用い、(21)~(24), (26), (34) 式により、結合強度としきい値の修正を行なう。

$$\delta_p = \omega(u) \cdot (t_p - o_p) o_p (1 - o_p) \quad (34)$$

また、重み $\omega(u)$ は、次のような条件を満たすように設定されるものとする。

$$\omega(1) = 1 \quad (35)$$

$$\omega(u) \leq \omega(u-1) \leq 1 \quad (36)$$

$$\lim_{u \rightarrow \infty} \omega(u) \rightarrow +0 \quad (37)$$

重み $\omega(u)$ としては、たとえば、次のような減少関数が考えられる。

$$\omega(u) = a^u, \quad 0 < a < 1 \quad (38)$$

$$\omega(u) = \frac{1}{1 + (cu)^b}, \quad 0 < b, c \quad (39)$$

このような学習アルゴリズムを用いて学習を行なったニューラルネットの出力値を $\mu_1^*(\mathbf{x})$ と表わすことにすれば、十分に学習を行なった後では、次の関係が成り立つと考えることができる。

$$\mu_1^*(\mathbf{x}_p) \equiv 1 \quad \text{for all } p \text{ in } P_{G1} \quad (40)$$

(40) 式を一般の場合に対して理論的に証明することはできないが、筆者らが数値計算を行なった例題では、すべての例題に対して成立した。なお、その例題の一部を、4. の数値計算例で示すことにする。

(40) 式より、第1群に属するデータ点が存在する領域では、ニューラルネットからの出力値がほぼ1となることがわかる。したがって、 $\mu_1^*(\mathbf{x})$ は、ベクトル $\mathbf{x}$ が第1群に属する可能性の度合を表わしていると考えることができる。簡単のため、 $\mu_1^*(\mathbf{x})$ が 0.5 以上の領域は第1群に属する可能性があると考え、領域 Ω_1^* を次のように設定する。

$$\Omega_1^* = \{\mathbf{x} | \mu_1^*(\mathbf{x}) \geq 0.5, \mathbf{x} \in \Omega\} \quad (41)$$

3.4 必然性判別分析のための学習アルゴリズム

第1群に属する必然性のある領域 Ω_{1*} を求めるためには、Step 2 の (32) 式と (33) 式とを逆にすればよい。すなわち、ニューラルネットの学習アルゴリズムは次のようになる。

【 μ_* アルゴリズム】

Step 1 $u := 1$ とする。

Step 2 $p = 1, 2, \dots, m$ に対して、次のコスト関数を用いて、ニューラルネットの結合強度の学習を行なう。

(i) $p \in P_{G1}$ のとき

$$E_p = \omega(u) \cdot (t_p - o_p)^2 / 2 \quad (42)$$

(ii) $p \in P_{G2}$ のとき

$$E_p = (t_p - o_p)^2 / 2 \quad (43)$$

Step 3 $u := u + 1$ として、Step 2 へ戻る。

ここで、重み $\omega(u)$ は、3.3 と同様に (35)~(37) 式を満足するように与えられるとする。

このような学習アルゴリズムを用いて学習を行なったニューラルネットの出力値を $\mu_1^*(\mathbf{x})$ と表わすことにすれば、十分に学習を行なった後では、次の関係が成り立つと考えることができる。

$$\mu_1^*(\mathbf{x}_p) \equiv 0 \quad \text{for all } p \text{ in } P_{G2} \quad (44)$$

(44) 式も (40) 式と同様に一般の場合に対して理論的に証明することはできないが、筆者らが数値計算を行なったすべての例題に対して成立した。

(44) 式より、第2群に属するデータ点が存在する領

域では、ニューラルネットからの出力値がほぼ0となることがわかる。したがって、 $1 - \mu_1^*(\mathbf{x})$ は、ベクトル $\mathbf{x}$ が第2群に属する可能性の度合を表わしていると考えることができる。そこで、3.3 と同様に考えれば、第2群に属する可能性のある領域 Ω_2^* が次のように設定される。

$$\Omega_2^* = \{\mathbf{x} | 1 - \mu_1^*(\mathbf{x}) \geq 0.5, \mathbf{x} \in \Omega\} \quad (45)$$

第1群に属する必然性のある領域 Ω_{1*} を、第2群に属する可能性のない領域と考え、次のように設定する。

$$\Omega_{1*} = \{\mathbf{x} | 1 - \mu_1^*(\mathbf{x}) < 0.5, \mathbf{x} \in \Omega\} \quad (46)$$

すなわち、

$$\Omega_{1*} = \{\mathbf{x} | \mu_1^*(\mathbf{x}) > 0.5, \mathbf{x} \in \Omega\} \quad (47)$$

とする。

4. 数値計算例

ここでは、簡単な数値計算例により、前節までに示した方法の説明を行なう。

数値計算例におけるニューラルネットの学習は、個々のデータ点ごとに学習を行なう逐次修正法を用いた。また、学習の速度を速くするために、慣性項を導入し、結合強度としきい値の修正量を次式のように与えた²。

$$\Delta w_j(t) = \eta \delta_p o_{pj} + \alpha \Delta w_j(t-1) \quad (48)$$

$$\Delta w_{ji}(t) = \eta \delta_{pj} o_{pi} + \alpha \Delta w_{ji}(t-1) \quad (49)$$

$$\Delta \theta(t) = \eta \delta_p + \alpha \Delta \theta(t-1) \quad (50)$$

$$\Delta \theta_j(t) = \eta \delta_{pj} + \alpha \Delta \theta_j(t-1) \quad (51)$$

ここで、 t は学習の回数（結合強度およびしきい値の修正回数）を示す。また、パラメータ η および α は、 $\eta = 0.25$, $\alpha = 0.9$ と設定した。

一方、重み $\omega(u)$ として、次のような減少関数を用いた。

$$\omega(u) = \frac{1}{1 + (u/1000)^2} \quad (52)$$

【例題1】

全体集合 Ω を単位区間 $[0, 1]$ とし、21個のデータ点 $x_p = 0, 0.05, \dots, 0.95, 1$ が、次のように2群に分けられているとする。

第1群 = {0.3, 0.4, 0.45, 0.5, 0.55, 0.6, 0.7}

第2群 = {0, 0.05, 0.1, 0.15, 0.2, 0.25, 0.35, 0.65, 0.75, 0.8, 0.85, 0.9, 0.95, 1}

このデータでは、 $0.4 \leq x \leq 0.6$ のデータ点はすべて第1群に属しており、 $x \leq 0.25$ および $0.75 \leq x$ のデータ点はすべて第2群に属している。また、 $0.25 < x < 0.4$ および $0.6 < x < 0.75$ の領域は、どちらの群にも属する可能性のある境界領域と考えることができる。

Fig. 5 Output function of the neural network after 10,000 iterations of the back-propagation algorithm for Example 1 ($n_2 = 5$)

Fig. 6 Output function of the neural network after 10,000 iterations of μ^* algorithm for Example 1 ($n_2 = 5$)

Fig. 7 Output function of the neural network after 10,000 iterations of μ_* algorithm for Example 1 ($n_2 = 5$)

Fig. 8 Output function of the neural network after 50,000 iterations of the back-propagation algorithm for Example 1 ($n_2 = 10$)

このようなデータに対し、中間層に5個のユニットを持つニューラルネットを用い、BP アルゴリズムにより各々のデータ点に対して10,000回の学習を行なった。学習後のニューラルネットからの出力値と、第1群に判別される領域 Ω_1 を示すと、Fig. 5 のようになる。Fig. 5 に示す例では、 $x=0.35$ の点と $x=0.65$ の点が正しく判別されていない。

つぎに、同様のニューラルネットを用い、3.3 で提案した μ^* アルゴリズムにより、各々のデータ点に対して10,000回の学習を行なった結果を Fig. 6 に示す。Fig. 6 に示すように、 μ^* アルゴリズムにより得られた領域 Ω_1^* は、近似的に $\Omega_1^* \approx [0.25, 0.75]$ となり、第1群に属する可能性のある領域を非常によく表わしていることがわかる。

最後に、3.4 で提案した μ_* アルゴリズムにより、各々のデータ点に対して10,000回の学習を行なった結果を Fig. 7 に示す。Fig. 7 に示すように、 μ_* アルゴリズムにより得られた領域 Ω_{1*} は、近似的に $\Omega_{1*} \approx (0.4, 0.6)$ となり、第1群に属する必然性のある領域を非常によく表わしていることがわかる。なお、Fig. 6 と Fig. 7 から得られる領域 ($\Omega_1^* - \Omega_{1*}$) は、どちらの群にも属する可能性のある境界領域を表わしている。未知データの判別を行なう場合では、この境界領域内のデータ点は、どちらの群とも言えるという判断がなされる。

一般にBP アルゴリズムでは、中間層のユニット数と学習回数を多くすることにより、与えられたデータに対する正答率を高くすることができる。この例題では、Fig. 8 に示すように、中間層のユニットと学習回数を多くすることにより、すべてのデータ点を正しく判別することができる。Fig. 8 は、中間層に10個のユニットを持つニューラルネットを用いて、BP アルゴリズムにより、各々のデータ点に対して50,000回の学習を行なった結果である。Fig. 8 では、すべてのデータ点を正しく判別しているが、過学習と考えることもできる。また、Fig. 5 と Fig. 8 とを比較するとわかるように、BP アルゴリズムでは、中間層のユニット数と学習回数により、非常に異なる結果が得られている。これに対し、提案した μ^* アルゴリズムや μ_* アルゴリズムにより得られる結果は、中間層のユニット数や学習回数による影響が少ない。実際、中間層に10個のユニットを持つニューラルネットを用いて、各々のデータ点に対して50,000回の学習を行なった結果を示すと、Fig. 9, 10 のようになり、Fig. 6, 7 とほぼ同様の結果が得られていることがわかる。このように、中間層のユニット数や学習回数の影響が少ないという点は、提案手法の大きな特徴である。

Fig. 9 Output function of the neural network after 50,000 iterations of μ^* algorithm for Example 1 ($n_2 = 10$)

Fig. 11 Output function of the neural network after 10,000 iterations of the back-propagation algorithm for Example 2 ($n_2 = 5$)

Fig. 10 Output function of the neural network after 50,000 iterations of μ_* algorithm for Example 1 ($n_2 = 10$)

Fig. 12 Output function of the neural network after 10,000 iterations of μ^* algorithm for Example 2 ($n_2 = 5$)

【例題 2】

提案手法の特徴をより明確にするため、例題 1 よりも極端な例を示す。例題 1 と同様に、全体集合 Ω を単位区間 $[0, 1]$ とし、24 個のデータ点が次のように、2 群に分けられているとする。

第 1 群 = {0.4, 0.5, 0.6}

第 2 群 = {0, 0.05, ..., 0.35, 0.4, 0.45, 0.5, 0.55, 0.6, ..., 0.95, 1}

このデータでは、 $x = 0.4, 0.5, 0.6$ に 2 個のデータ点があり、それぞれ 1 個ずつ第 1 群と第 2 群に属している。

まず、中間層に 5 個のユニットを持つニューラルネットを用い、BP アルゴリズムにより各々のデータ点に対して 10,000 回の学習を行なった結果を Fig. 11 に示す。Fig. 11 に示す例では、 $\Omega_1 = \phi$ となり、すべての点が第 2 群に判別されている。

つぎに、同様のニューラルネットを用い、3.3 で提案した μ^* アルゴリズムにより、各々のデータ点に対して 10,000 回の学習を行なった結果を Fig. 12 に示す。Fig. 12 に示すように、 μ^* アルゴリズムにより得られた領域 Ω_1^* は、近似的に $\Omega_1^* \approx [0.35, 0.65]$ となり、第 1 群に属する可能性のある領域を非常によく表わしていることがわかる。

最後に、3.4 で提案した μ_* アルゴリズムにより、各々

Fig. 13 Output function of the neural network after 10,000 iterations of μ_* algorithm for Example 2 ($n_2 = 5$)

のデータ点に対して 10,000 回の学習を行なった結果を Fig. 13 に示す。Fig. 13 では、ニューラルネットからの出力値 $\mu_1^*(x)$ がすべての点でほぼ 0 となっており、 $\Omega_1^* = \phi$ である。この結果も我々の直観と一致している。

【例題 3】

例題 3 では、全体集合 Ω が 2 次元の場合を示す。全体集合 Ω を $[0, 1] \times [0, 1]$ とし、121 個のデータ点が Fig. 14 に示すように 2 群に分けられているとする。Fig. 14 からわかるように、 $0.9 \leq x_1$ または $0.9 \leq x_2$ のデータ点はすべて第 1 群に属しており、 $x_1 \leq 0.5$ かつ $x_2 \leq 0.5$ のデータ点はすべて第 2 群に属している。

まず、中間層に 5 個のユニットを持つニューラルネッ

Fig. 14 Data of Example 3. Open circles and solid circles represent the data points in group 1 and group 2, respectively

Fig. 15 Result of the discriminant analysis by the neural network after 10,000 iterations of the back-propagation algorithm for Example 3. Doted area represents Ω_1

トを用い、BP アルゴリズムにより各々のデータ点に対して 10,000 回の学習を行なった結果を Fig. 15 に示す。Fig. 15 では、ニューラルネットからの出力値 $\mu_1(x)$ が 0.5 以上である領域、すなわち第 1 群に判別される領域 Ω_1 を示している。

つぎに、同様のニューラルネットを用い、3.3 で提案した μ^* アルゴリズムにより、各々のデータ点に対して 10,000 回の学習を行なった結果を Fig. 16 に示す。Fig. 16 では、第 1 群に属する可能性のある領域 Ω_1^* を示している。Fig. 16 に示すように、 μ^* アルゴリズムにより得られた領域 Ω_1^* は、第 1 群に属する可能性のある領域を非常によく表わしていることがわかる。

最後に、3.4 で提案した μ_* アルゴリズムにより、各々のデータ点に対して 10,000 回の学習を行なった結果を Fig. 17 に示す。Fig. 17 では、第 1 群に属する必然性のある領域 Ω_{1*} を示している。Fig. 17 に示すように、

Fig. 16 Result of the possibility discriminant analysis by the neural network after 10,000 iterations of μ^* algorithm for Example 3. Doted area represents Ω_1^*

Fig. 17 Result of the necessity discriminant analysis by the neural network after 10,000 iterations of μ_* algorithm for Example 3. Doted area represents Ω_{1*}

μ_* アルゴリズムにより得られた領域 Ω_{1*} は、第 1 群に属する必然性のある領域を非常によく表わしていることがわかる。

5. メンバシップ関数の同定について

ニューラルネットを用いてファジィ集合のメンバシップ関数を求めるという考えは、林ら⁵により提案され、石淵ら⁶により区間値メンバシップ関数やタイプ 2 ファジィ集合の場合についての考察がなされている。

本研究で取り扱った 2 群判別の問題も、データ点が各群に属する度合を表わすメンバシップ関数を求める問題と考えることもできる。このとき、通常の BP アルゴリズムにより得られたニューラルネットからの出力値 $\mu_1(x)$ は、第 1 群を表わすファジィ集合のメンバシップ関数と考えることができる。実際、林ら⁵では、このような方法が用いられている。しかし、Fig. 5, 8, 11

などからわかるように、データに境界領域が存在するような場合では、通常の BP アルゴリズムにより得られた結果をそのままメンバーシップ関数と考えるのは、我々の直観とは一致しない。

このような問題に対し、本研究では、次のような方法を提案する。まず、メンバーシップ関数を区間値関数に拡張することができる場合を考えよう。この場合では、第1群を表わすファジ集合のメンバーシップ関数を区間値関数 $[\mu_{1*}(x), \mu_1^*(x)]$ で表わすことにより、点 x が第1群に属する必然性と可能性とを同時に表わすことができる。

つぎに、メンバーシップ関数を実数値関数のみに限定する場合について考えてみよう。このような場合では、提案した二つのアルゴリズムにより得られるニューラルネットからの出力値の平均を取ることで、我々の直観と非常によく一致したメンバーシップ関数を得ることができる。すなわち、ニューラルネットからの出力値 $\mu_1^*(x)$ および $\mu_{1*}(x)$ を用いて、第1群を表わすファジ集合のメンバーシップ関数を次のように与える。

$$\bar{\mu}_1(x) = \{\mu_1^*(x) + \mu_{1*}(x)\} / 2 \quad (53)$$

前節の例題1と例題2に対して、上式によりメンバーシップ関数を求めた結果を、それぞれ Fig. 18 と Fig. 19 に示す。これらの図では、どちらの群にも属する可能性があると考えられることのできる境界領域において、メンバ

Fig. 18 Membership function of group 1 in Example 1

Fig. 19 Membership function of group 1 in Example 2

ーシップ値がほぼ 0.5 となっており、我々の直観と非常によく一致していることがわかる。

6. おわりに

本研究では、可能性と必然性の概念に基づく判別分析を行なうことを目的に、ニューラルネットの学習アルゴリズムを提案した。学習アルゴリズムに関する従来の研究の多くは、与えられたデータにできるだけ一致するニューラルネットを、できるだけ短い計算時間で得ることを目的としたものである。これに対し、提案手法では、多次元属性空間内にどちらの群にも属する可能性のある境界領域が存在するというを前提としている。したがって、提案手法を用いて未知データの判別を行なう場合では、二つの群のどちらかに強制的に振り分けるのではなく、どちらとも言えるという判断を行なうことが可能となる。これは、例題で示したように、人間の判断と非常によく一致したものである。なお、このような未知データに対しては、より詳しい属性値の測定を行なうなど、特別の対応がなされるべきである。

参考文献

- 1) D. E. Rumelhart, G. E. Hinton & R. J. Williams : Learning Representations by Back-Propagating Errors, *Nature*, Vol. 323, pp. 533~536 (1986)
- 2) D. E. Rumelhart, J. L. McClelland & the PDP Research Group : *Parallel Distributed Processing* (Vol. 1), pp. 318~364, MIT Press (1986)
- 3) K. Funahashi : On the Approximate Realization of Continuous Mapping by Neural Networks, *Neural Networks*, Vol. 2, pp. 183~193 (1989)
- 4) D. Dubois & H. Prade : *Possibility Theory*, Plenum Press (1988)
- 5) 林, 高木 : 神経回路網モデルによるファジ推論の定式化 ; 第4回ファジシステムシンポジウム講演論文集, pp. 55~60 (1988)
- 6) 石測, 田中, 藤岡, 田村 : ニューラルネットによるメンバーシップ関数の同定, *電子情報通信学会論文誌, J 73-D-II* 巻, 8 号, pp. 1227~1232 (1990)