学習制御方式を用いたモデル規範形適応制御系の 一構成法*

大場和久**・呉竹俊昭**・井上和夫***

A Constitution of a Model Reference Adaptive Control System
by Learning Control Method*

Kazuhisa OBA**, Toshiaki KURETAKE** and Kazuo INOUE***

Model reference adaptive control system (MRACS) theory is an effective method for dealing with unknown systems. When an MRACS is constituted, current parameters and the state variables of the unknown plant are usually estimated to adjust control parameters. But there are some problems when they are estimated.

This paper presents a design method of an MRACS by an approximately inverse functional compensator. The system is constructed from a viewpoint of a learning control method and is based on an exact model matching (EMM) technique. The system designed by the proposed method can decrease the control error between the output of the plant and the reference model without estimation of the parameters and the state variables. The learning control method is used for the plant which can be controlled repeatedly. In the frequency zone of signals passing through the plant and the reference model, the approximately inverse functional compensator has inverse properties of the reference model.

1. まえがき

モデル規範形適応制御系 (MRACS) は未知プラントに対する制御方法としてすぐれており, 実プラントにも広く応用されている^{1)~3)}. プラントの出力を規範モデルの出力に一致させることを目的とした制御系は, Exact Model Matching (EMM) 系とよばれ, MRACS の基礎となっている⁴⁾. 規範モデルの近似的な逆系を用いた MRACS が提案されたが^{5)~7)}, プラントの相対次数が 3 次以上の場合, フィードバックゲインを大きくすると安定性が損なわれるためモデルマッチングが近似的にしか行なわれなかった. そこで, 状態フィードバックを用いることによって安定性を損なうことなく EMM 系を

構成に, MRACS への拡張を行なう報告がなされている^{8)~10)}. しかし, 状態フィードバックによる方法ではプラントのパラメータや状態を推定しなければならず, システムが複雑になり, また状態推定に関する諸問題を考慮に入れなければならない.

本論文では, 構成の簡単な近似逆関数補償 MRACS に学習制御方式を導入した連続時間 1 入出力 MRACS の構成法¹¹⁾ について述べる. 提案する構成法では, 試行を通してプラント出力と規範モデルの出力との誤差を零とするため, ハイゲイン手法を用いる必要がなく, プラントの相対次数が 3 次以上の場合にも安定性が保障されるものである. また, 内部に同定部もなく, 動的補償器として状態観測器を用いることもないため, システムの構成が簡単であり, 状態推定に関する諸問題を考慮に入れる必要がない. なお, 本論文で扱う近似的な逆系とはシステムを通過する信号の周波数帯域において規範モデルの逆関数の特性を持つものである¹²⁾.

2. 問題の記述

制御対象として (1) 式で表わされる線形 1 入出力連続

* 原稿受付 1990. 10. 4

** 立命館大学 大学院 理工学研究科 Graduate Course of Department of Electrical Engineering, Faculty of Science and Engineering, Ritsumeikan University; Tojiin Kita-machi, Kita-ku, Kyoto 603, JAPAN

*** 立命館大学 理工学部 Department of Computer Science and Systems Engineering Faculty of Science and Engineering, Ritsumeikan University; ditto.

Key Words : MRACS, EMM, learning control method, robust control, approximately inverse functional compensator.

時間系を考える.

$$Y(s) = W_P(s)U(s) \quad (1)$$

$$W_P(s) = \frac{N_P(s)}{D_P(s)} = \frac{b_m s^m + \dots + b_0}{s^n + \dots + a_0} \quad (2)$$

制御対象 W_P は可制御可観測, $N_P(s)$ は m 次の安定多項式でその最高次数の係数 b_m は既知で, $D_P(s)$ は n 次のモニク多項式, 次数 $n, m (n \geq m)$ と最大折点周波数は既知であるとする. また, 規範モデルについても線形1入出力連続時間系で次式で表わされるものとする.

$$Y_M(s) = W_M(s)R(s) \quad (3)$$

$$W_M(s) = \frac{N_M(s)}{D_M(s)} = \frac{b_{Mm} s^m + \dots + b_{M0}}{s^n + \dots + a_{M0}} \quad (4)$$

$W_M(s)$ の分子, 分母の次数はプラントと同じものを選び, $N_M(s)$ は m 次の安定多項式, $D_M(s)$ は n 次のモニク安定多項式とする. また, $R(s)$ は規範入力である. プラント出力 y_P が規範モデルの出力 y_M に漸近的に一致するような適応入力 $u(t)$ を発生させるために, 補償要素として (5) 式で与えられるような規範モデルの近似逆関数を用いる.

$$H(s) = \frac{\beta}{W_M(s)D_H(s)} \quad (5)$$

(5) 式において β はフィードバックゲイン, $D_H(s)$ は, $H(s)$ をプロパーにするために付加された $(n-m)$ 次の安定多項式である.

Fig. 1 Basic constitution of an exact model matching system by approximately inverse functional compensator

Fig. 1 は提案する制御系の構成図である. この時, $Y(s)$ は次式のように表わされる. なお, 簡略化のため $D_H(s)$ などの s の関数は D_H と記す.

$$\begin{aligned} Y &= \frac{1+W_M H}{1+W_P H} W_P R \\ &= \frac{(D_H + \beta) N_M N_P}{N_M D_P D_H + \beta N_P D_M} R \end{aligned} \quad (6)$$

(6) 式において, $\beta \rightarrow$ 大とできれば $Y \rightarrow Y_M$ となり EMM を達成することができる. プラントの分母・分子の次数差, つまり相対次数が2以下であれば, 補償要素の根を調整し, $\beta \rightarrow$ 大の場合にも系全体を安定にする

ことができる. しかし, 相対次数が3以上の時には $\beta \rightarrow$ 大でシステムが不安定になってしまうために EMM が達成できない¹²⁾.

そこで, 1 試行前の誤差情報を用いた学習制御方式を導入することによって, 相対次数が3以上の場合にも安定性を損なうことなく, (1) 式で与えられるプラント出力を (3) 式で与えられる規範モデルの出力に一致させるための制御則を導出する¹³⁾.

3. 学習制御方式を用いた MRACS の構成

Fig. 2 は提案する制御系の構成図である. ただし, 有限時間内で同一の目標値のもとでの制御を繰り返すものとする. また, それぞれの試行に対する初期値は同じ値とし, 目標値 Y_M および規範入力 R の周波数帯域はある周波数 ω_s 以下であるとする. 試行を i 回繰り返した場合の制御入力 U_i は

$$U_i = U_{i-1} - H(Y_i - Y_M) \quad (7)$$

$$Y_i = W_P U_i \quad (8)$$

となる. これを整理すると, 次の漸化式で与えられる制御則を得る.

$$\begin{aligned} U_i &= \frac{U_{i-1} + W_M H R}{1 + W_P H} \\ U_0 &= R \end{aligned} \quad (9)$$

ここで U_i, Y_i は i 回目の試行の制御入力, プラント出力である. (9) 式の漸化式を解くと

$$U_i = \left(\frac{1}{1 + W_P H} \right)^i \left(1 - \frac{W_M}{W_P} \right) R + \frac{W_M}{W_P} R \quad (10)$$

となる. したがって, i 回目の試行の出力 Y_i は (11) 式で表わされる.

$$Y_i = \left(\frac{1}{1 + W_P H} \right)^i (W_P - W_M) R + W_M R \quad (11)$$

(11) 式において $t \rightarrow \infty$ における安定条件は2. で述べたように, (6) 式の極が安定領域に収まっていることである.

Fig. 2 A Constitution of MRACS by use of learning control method

D_H の最小折点周波数 ($\geq$ 入力信号の遮断周波数) を ω_c として, (12) 式のノルムの条件を満足するよう補償要素を決定すれば, $\beta \rightarrow$ 大とすることなしに, 試行の繰り返しによってプラント出力は (13) 式となり, 規範モデルの出力に一致する. ただし, ノルムは $\|G(s)\| = \max_{\omega \leq \omega_c} |G(j\omega)|$ と定義する.

$$\left\| \frac{1}{1+W_P H} \right\| < 1 \quad (12)$$

$$\lim_{i \rightarrow \infty} Y_i = \left(\frac{1}{1+W_P H} \right)^i (W_P - W_M) R + W_M R = Y_M(s) \quad (13)$$

つまり, (7) 式で与えられる制御則を用いれば, プラントのパラメータや状態の情報を用いることなく, 試行の繰り返しと共にプラント出力が規範モデルの出力にマッチングすることがわかる. (13) 式における収束の速さについては, $|1+W_P(j\omega)H(j\omega)|$ が大きくなるにつれ, 指数関数的に速くなる.

4. 解析

本章では提案した制御系の安定性と (12) 式のノルムの条件についての解析を行なう. 相対次数が 2 以下の場合は 2. で述べたように安定性を満足し, EMM を達成させることができる. したがって, ここでは相対次数が 3 以上の場合についての解析を行なう.

D_H の最小折点周波数 ω_c を W_P, W_M の最大折点周波数より大きくすると, $W_P(j\omega)H(j\omega)$ のボード線図 (ゲイン図) は Fig. 3 のようになる. ここで, ω_c 以下の周波数領域において $|W_P(j\omega)H(j\omega)| > 2$, またはその位相角が, $-\pi/2 < \angle W_P(j\omega)H(j\omega) < \pi/2$ となるようにフィードバックゲイン β を与えられるので, (12) 式の条件を $\omega < \omega_c$ の範囲で常に満足させることができる.

また, 安定性については, 補償要素 H が安定であることから, W_P の不安定な極の数と, $W_P(j\omega)H(j\omega)$ のナイキスト線図が点 $(-1, 0)$ を反時計方向に回る回数とが同じであれば, (11) 式で表わされるシステムは安定である. 提案したシステムでは, $W_P(j\omega)H(j\omega)$

Fig. 3 Gain diagram of $W_P(s)H(s)$ when ω_c is much greater than cut-off frequency of the plant and the reference model

の構成要素である $W_P(j\omega)/W_M(j\omega)$ によって, 周波数が ω_c に至るまでに, 点 $(-1, 0)$ を W_P の不安定極の数だけ反時計方向に回る. したがって, ω_c 以上の周波数領域において $W_P(j\omega)H(j\omega)$ のナイキスト線図が, 点 $(-1, 0)$ を回らなければシステムは安定である. そこで, D_H を次式のように与える.

$$D_H = \frac{(s+\omega_c)(s+\omega_H)^{n-m-1}}{\omega_c \omega_H^{n-m-1}} \quad (14)$$

$W_P(j\omega)/W_M(j\omega)$ の位相は高周波域では 2π の倍数となる. したがって, 周波数が ω_c に近づくと $W_P(j\omega)H(j\omega)$ のベクトル軌跡は Fig. 4 のように位相角零度の方向から原点に近づく.

Fig. 4 Nyquist diagram of $W_P(j\omega)H(j\omega)$ when ω_c and ω_H are given by Eq. (15)

(14) 式のように D_H を設定すれば, $(s+\omega_c)$ の項によって ω_c 以上の周波数領域でゲインが減少する. ω_H を ω_c より十分大きく与えれば, 位相が $-\pi$ に至るまでに $|W_P(j\omega)H(j\omega)| < 1$ を満たすことができる. 上記の十分条件は, (15) 式のように ω_c, ω_H を与えることである. (導出については付録参照)

$$\omega_H \cdot \tan \frac{\pi}{2(n-m-1)} > \left| \beta \frac{b_m}{b_{Mm}} \omega_c \right| \quad (15)$$

この時, ゲインは単調に減少するため, $\omega > \omega_c$ の周波数領域において $W_P H$ のベクトル軌跡は点 $(-1, 0)$ を回らない. つまり, 上記のように D_H を設定すれば本システムは安定となる¹³⁾.

また, プラントのパラメータが変動しても, 変動の範囲が $\omega > \omega_c$ において点 $(-1, 0)$ を回らず, ω_c 以下の周波数領域で $|W_P(j\omega)H(j\omega)| > 2$ を満たす範囲内であれば, 提案した設計法によって EMM を達成できる.

(12) 式の条件と閉ループ系の安定性に関するスモールゲイン定理との関係については次のようである. スモールゲイン定理は安定性に関する十分条件であるが,

本研究では $W_P(s)$ が安定であるとは限らないなどスモールゲイン定理の適用ができない。しかし、本研究においては (14) 式, (15) 式のように $D_H(s)$ を与えることによって閉ループ系の安定性を確保しているため, $|W_P(j\omega)H(j\omega)|$ に関する条件は, スモールゲイン定理の条件とは関係なく満足させることができる。

参考文献 14) ではノルムの条件を満足するために, ある周波数以上の領域では学習させないという考えのもとに, 試行回数 $\rightarrow \infty$ での安定性を確保した。そのため, 学習させない周波数成分を多く含むとそれだけ多くの偏差が残る。本論文では出力誤差を補償要素に通してやることによって, (12) 式のノルムの条件を満足させてやることのできる周波数領域を目標値の持つ周波数成分より高い周波数まで移動させるという考えのもとで構成を行なっている。したがって, 目標値に含まれる周波数に帯域制限がある場合については, 本手法を用いてやることによって安定性を確保しつつ偏差を零にすることができるが, 参考文献 14) による方法では, そのような場合にも偏差が残る場合がある。また, システム通過信号がステップ信号のようなすべての周波数を含んでいる場合には, 試行回数 $\rightarrow \infty$ とすることができないが, ノルムの条件を満足する領域とそうでない領域の周波数成分の多少を考慮に入れることにより, ある程度の制御効果が期待できる。その例をシミュレーションで示す。

5. シミュレーション

提案した制御系について, その有効性を確認するため, 数値シミュレーションを行なった。どの例に関しても, 1 試行あたりの制御時間は 20 sec である。

Fig. 5, Fig. 6 はプラント, 規範モデルおよび補償要素は伝達関数が次式で与えられるものを用いたシミュレーション結果である。

$$W_P(s) = \frac{1}{s^2 + 1.5s + a} \quad (16)$$

$$W_M(s) = \frac{4}{s^2 + 2s + 4} \quad (17)$$

$$H(s) = \frac{s^2 + 2s + 4}{4} \frac{60 \cdot 300}{(s + 60)(s + 300)} \beta \quad (18)$$

ここで,

$$a = \begin{cases} 10 & (0 \text{ sec} \leq t \leq 10 \text{ sec}) \\ -10 & (10 \text{ sec} \leq t \leq 20 \text{ sec}) \end{cases} \quad (19)$$

である。(12) 式のノルムの条件を満足させるため, 可変フィードバックゲイン β は $\beta = 5$ とした。

また規範入力

$$r(t) = 1 \quad (20)$$

Fig. 5 The outputs of the controlled object at the 1st trial and the 3rd trial when $r(t)$ is the unit step input

Fig. 6 The outputs of the controlled object at the 5th trial and the 10th trial when $r(t)$ is the unit step input

の単位ステップ関数でシステム通過信号がすべての周波数を含んでいる例である。

この数値シミュレーションにみられるように入力ステップ入力のようなすべての周波数を含む場合でも, D_H の調整によってある有限の試行回数までは規範モデルとプラントとの出力誤差を減少させることができる。

Fig. 7, Fig. 8 はプラントの相対次数が 3 で, プラント, 規範モデルおよび補償要素は伝達関数が次式で与えられるものを用いたシミュレーション結果である。

$$W_P(s) = \frac{1}{s^3 + 3s^2 + 12s + 10} \quad (21)$$

$$W_M(s) = \frac{30}{s^3 + 8s^2 + 25s + 30} \quad (22)$$

$$H(s) = \frac{(s^3 + 8s^2 + 25s + 30) 30 \cdot 40^2}{30(s + 30)(s + 40)^2} \beta \quad (23)$$

また, フィードバックゲイン β は $\beta = 1$ で, 規範入力は次の正弦波の和で与えられるものを用いた。

$$r(t) = \sin(0.1 \cdot \pi t) + \sin(0.2 \cdot \pi t) \quad (24)$$

相対次数が 3 以上では, 状態フィードバックを用いなければ EMM を達成できなかったが¹²⁾, Fig. 7, Fig. 8 にみられるように, 相対次数が 3 の場合でも本手法を用

Fig. 7 The outputs of the controlled object at the 1st trial and the 10th trial when $r(t) = \sin(0.1\pi t) + \sin(0.2\pi t)$

Fig. 8 The outputs of the controlled object at the 30th trial and the 50th trial when $r(t) = \sin(0.1\pi t) + \sin(0.2\pi t)$

いることにより EMM を達成できる。

6. あとがき

本論文では、近似逆関数補償による連続時間モデル規範形適応制御系に、学習制御方式を用いることによって EMM を達成する手法について示し、その特性を解析した。本構成法では、プラントパラメータの同定や状態推定を行なう必要がないため、同定や推定に伴う諸問題を考慮に入れることなく簡単にモデル規範形適応制御系を構成することができる。

本手法は、外乱が存在する場合にも外乱が試行を通して同じ場合には有効であるが、一般に外乱が加わる場合その加わり方が同じであるとは限らず、適切な学習効果が得られない。したがって、外乱抑制はシステム内のフィードバックループのみで行なわれることとなる。試行間

での外乱の入りが同じでない場合や多変数系への応用は今後の課題としたい。

参考文献

- 1) J. W. Gilbart and G. C. Winston : Adaptive Compensation for an Optical Tracking Telescope ; Automatica, Vol. 10, pp. 125~131 (1974)
- 2) J. Van Amerongen and A. J. Udink Ten Cate : Model Reference Adaptive Autopilots for Ships ; Automatica, Vol. 11, pp. 441~450 (1975)
- 3) B. Courtiol and I. D. Landau : High Speed Adaptation System for Controlled Electrical Drivers ; Automatica, Vol. 11, pp. 119~127 (1975)
- 4) 市川 : Exact Model Matching 手法に基づく適応制御系の構成 ; 計測自動制御学会論文集, Vol. 20, No. 10, pp. 926~931 (1984)
- 5) 西村, 藤井, 井上 : 受動的適応制御系の設計 ; 制御工学, Vol. 10, No. 6, pp. 304~311 (1966)
- 6) 西村, 藤井, 井上 : 受動的適応制御系の設計 (II) ; 制御工学, Vol. 11, No. 8, pp. 411~420 (1967)
- 7) 西村, 藤井, 井上 : 受動的適応制御系の設計-III (受動的適応制御系と自己適応制御系の比較) ; 制御工学, Vol. 12, No. 3, pp. 128~136 (1968)
- 8) 田村, 井上 : 規範モデルの逆系を利用した制御系設計法—exact model matching 手法に基づくシステム外乱除去と適応制御系, むだ時間系への応用— ; システムと制御, Vol. 31, No. 12, pp. 889~895 (1987)
- 9) 田村 : モデル規範形適応制御とセルフチューニングレギュレータ ; 計測と制御, Vol. 23, No. 5, pp. 428~432 (1984)
- 10) 新 : 適応制御 ; 数理科学, No. 255, pp. 41~46 (1984)
- 11) 大場, 井上 : 学習制御方式を用いた EMM 系の一構成法 ; 第 34 回システム制御情報学会研究発表講演会講演論文集, pp. 273~274 (1990)
- 12) 井上, 大場, 川野, 井上 : 受動的適応ループによる適応観測器の構成 ; システム制御情報学会論文集, Vol. 2, No. 4, pp. 128~134 (1989)
- 13) 大場, 井上 : 学習制御方式を用いた近似逆関数補償 MRACS の一構成法 ; 第 33 回自動制御連合講演会, 1002, pp. 3~4 (1990)
- 14) 美多, 加藤, 青木 : 反復制御とロボットアームの軌道制御への応用 ; 計測自動制御学会論文集, Vol. 21, No. 11, pp. 1223~1230 (1985)

付録

D_H の $\frac{\omega_H^{n-m-1}}{(j\omega + \omega_H)^{n-m-1}}$ による位相の変化を ϕ とす

ると $\phi = -(n-m-1) \tan^{-1}(\omega/\omega_H)$ となる。

また、 $\phi > -(\pi/2)$ の時には、 $\tan^{-1}(\omega/\omega_H)$ が単調増加であることから

$$\omega_H \cdot \tan\{\pi/2(n-m-1)\} > \omega \quad (15')$$

が成立する。 $\omega_c < \omega < \omega_H$ の時、 $|W_P H| < 1$ を満たすためには

$$\begin{aligned} |W_P H| &= \left| \beta \cdot \frac{N_P D_M}{D_P N_M} \cdot \frac{\omega_c}{(j\omega + \omega_c)} \cdot \frac{\omega_H^{n-m-1}}{(j\omega + \omega_H)^{n-m-1}} \right| \\ &< \left| \beta \cdot \frac{b_m}{b_{Mm}} \cdot \frac{\omega_c}{\omega} \right| < 1 \quad (15'') \end{aligned}$$

を満たせばよい。したがって、(15)'式と(15)"式より
(15)"式、さらに(15)式の十分条件が得られる。

$$\omega_H \cdot \tan \frac{\pi}{2(n-m-1)} > \omega > \left| \beta \frac{b_m}{b_{Mm}} \omega \right| \quad (15)''$$

$$\omega_H \tan \frac{\pi}{2(n-m-1)} > \left| \beta \frac{b_m}{b_{Mm}} \omega_c \right| \quad (15)$$