空間時系列モデルの大気汚染質レベル値予測への適用*

大 恵 俊 一 郎**

Application of Space-Time Series Model to the Prediction of Air Pollution Levels*

Shunichiro OE**

This paper deals with a prediction method of air pollution levels by using the space-time series model which considers both time lag and spatial lag to introduce the concept of spatial spread. As it is considered that the prediction accuracy is influenced by the wind direction, We propose a new method to take the information of wind direction in the model. From the simulation results, it is shown that the prediction accuracy based on the space-time series model is superior to that based on the ordinary time series model which considers time lag only.

1. ま え が き

大気汚染の予測方法としては、(1)物理モデルを用いる方法と(2)非物理モデルを用いる方法がある。前者は移流、上昇、拡散などの諸過程をモデル化し、数値化して解析するものであり、後者は過去の汚染質レベル値、気象条件などのデータから統計モデルを作って、予測するものである。予測の目的としては、現状の改善、将来の発生源に対する事前予測(長期予測)と光化学オキシダントの予報などに使用される数時間先の予測(短期予測)に大別される。物理モデルとしては拡散モデルが主として用いられ、これらは主に事前予測などの長期予測に使用されている。このモデルを用いる際に必要な条件を厳密に満たすことは難しく、しかも計算に必要なデータを正確に得ることは困難な場合が多い。また、大気は、乱流、拡散のような不確定要素が多いので、大気汚染現象を支配する普遍法則を厳密に見出すことは不可能である。このために、大気汚染質レベル値の変動を確率現象とみなし、観測データを客観的に処理することにより作られるモデル、すなわち非物理モデルが開発されている。このモデルには、時系列モデル、重回帰モデル、およびGMDHによるモデルなどがあり、これらを用いた短期予測手法が提案されている¹⁻³。特に、時系列モデルは不

規則性を有するデータの時間変動を表現することに高い能力を持っており、汚染質レベル値の短期予測に適したモデルである。大気汚染はスケールが大きく、空間的に広く分布し、しかも地形や風などの自然環境の影響を強く受ける。したがって、これらの情報をモデルの中に取り入れる必要があり、これまでに、空間情報や風などの気象情報をモデルの中に取り込む試みがなされている⁴⁻⁷。大気汚染の監視は対象とする領域内の多くの観測点で行なわれており、本論文では、それらの観測地点で同時刻に得られた観測値を観測地点数の次元を持つ観測値ベクトルとし、このベクトルから構成される多次元時系列に時系列モデルをあてはめて短期予測を行なう問題を考察する。そのためのモデルの一つとして多次元時系列モデルがある^{8,9}。このモデルは空間情報や気象情報などを表わすパラメータを特に用いず、それらの情報は多次元時系列モデルのパラメータに含めて考えている。一方、空間的な位置関係、山や川などの自然環境、さらには交通網のような輸送の容易性などの物理的情報をパラメータとしてモデルの中に取り込むことが可能な構造を持つ空間時系列モデルが提案されている¹⁰⁻¹²。このモデルは、このような物理的情報をモデルの中にパラメータとして取り入れることが可能になっているところに大きな特徴がある。したがって完全な非物理モデルではなく、物理モデルの性質を一部持った非物理モデルと考えることが出来る。本論文では、このような特徴を持つ空間時系列モデルを前述の大気汚染質レベル値の多次元時系列データに適用し、その予測を行なう方法を提案する。特に、大気汚染は風の影響を受け易いので時系列モデル

* 原稿受付 1989. 11. 29

** 徳島大学 工学部 Faculty of Engineering, University of Tokushima; Minamijosajima, Tokushima 770, JAPAN

Key Words : prediction of air pollution levels, identification, space-time autoregressive model, weighting matrix, wind direction.

の中に風向きの情報を取り入れることが必要であり、さらに風向きは時刻とともに変化するので時変系の時系列モデルを構成することが望ましい。しかし、従来の時間遅れのみを考慮した時系列モデルでは風向きの情報を取り入れることは困難であり、風向きを考慮した時系列モデルはまだ開発されていない。そこで、本論文では、風向きを考慮に入れた空間時系列モデルを用いて大気汚染物質レベル値を予測する手法も提案する。さらに、本手法を徳島県東部地域の7か所で観測された大気汚染物質レベル値へ適用し、その予測結果と従来の空間的広がりを考慮していない時系列モデルを用いた結果との予測精度を比較検討し、空間時系列モデルの優位性を定量的に検証する。

2. 空間時系列モデルの要約

空間時系列モデルは通常の時系列モデルに用いられる時間遅れ以外に空間的広がり概念を取り入れたものであり、通常の時系列モデルの考え方を拡張することによって得られる。ここでは、大気汚染物質レベル値の予測方法の提案の際に必要な空間時系列モデルについて、P. E. Pfeifer による諸定義、特性、および空間自己相関関数・空間偏自己相関関数について要約する¹⁰⁻¹²。

2.1 空間遅れ作用素と重み係数

空間時系列モデルについては、通常の時系列モデルに用いられる時間遅れ以外に空間遅れという概念を取り入れなければならない。この空間遅れとは、Fig. 1 に示すように空間的に固定された二つの場所間の距離を相対的に表わしたものであり、ある場所を中心に考えると、そこに近い場所群から順に 1, 2, ... と空間遅れ次数をつ

ける。場所 i , 時刻 t における観測値を $z_i(t)$ とし、空間時系列モデルを定式化するために、時間遅れ作用素 B^{13} と同様に空間遅れ作用素 L を次のように定義する。

$$\begin{aligned} L^{(0)} z_i(t) &= z_i(t) \\ L^{(u)} z_i(t) &= w_{i1}^{(u)} z_1(t) + w_{i2}^{(u)} z_2(t) + \dots \\ &\quad + w_{iN}^{(u)} z_N(t) \\ &= \sum_{j=1}^N w_{ij}^{(u)} z_j(t) \end{aligned} \quad (1)$$

ここで、 u は空間遅れを表わす次数、 N は観測場所の数を表わす。また、 $w_{ij}^{(u)}$ は、場所 i に対して、そこから空間的に u 次離れた場所 j から得られる依存度を示す重み係数で次の性質を持っている。

- 1) i と j の間の空間遅れ次数が u 次の場合のみ零でない値を取る。
- 2) $\sum_{j=1}^N w_{ij}^{(u)} = 1$

すなわち、空間遅れ作用素 $L^{(u)}$ は場所 i とそこから空間的に u 次離れた場所群からの依存度を重み係数の線形和で表わすようにしたものである。これらを次のようにベクトル表示する。

観測値ベクトル; $\mathbf{z}(t) = [z_1(t) \ z_2(t) \ \dots \ z_N(t)]^T$
 白色雑音ベクトル; $\mathbf{e}(t) = [e_1(t) \ e_2(t) \ \dots \ e_N(t)]^T$

$$\begin{aligned} L^{(0)} \mathbf{Z}(t) &= W^{(0)} \mathbf{Z}(t) = \mathbf{I}_N \mathbf{Z}(t) \\ L^{(u)} \mathbf{Z}(t) &= W^{(u)} \mathbf{Z}(t) \\ &= \begin{bmatrix} w_{11}^{(u)} & w_{12}^{(u)} & \dots & w_{1N}^{(u)} \\ w_{21}^{(u)} & w_{22}^{(u)} & \dots & w_{2N}^{(u)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{N1}^{(u)} & w_{N2}^{(u)} & \dots & w_{NN}^{(u)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \\ \vdots \\ z_N(t) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2)$$

ここで、 $\mathbf{I}_N$ は単位行列、“ T ” は転置を表わす。空間遅れ次数 u の重み係数 $w_{ij}^{(u)}$ は、隣接している場所間の共通領域の長さや空間的に u 次離れている場所 i, j の中心間の距離、山や川などの自然の障壁、風などの気象条件、さらに交通網のような場所間の輸送の容易性などの物理的特性を精度よく反映するように決定する。同じ空間遅れ次数のすべての場所に対して均等に重みが付けられると仮定される場合には、次に示す簡単な均等重み係数が用いられる。

$$w_{ij}^{(u)} = \begin{cases} 1/n_i^{(u)} & \text{空間遅れ } u \text{ 次の場合} \\ 0 & \text{その他の場合} \end{cases}$$

ここで、 $n_i^{(u)}$ は i から空間的に u 次離れている場所の数である。

2.2 空間時間自己帰帰 (STAR) モデル

2.1 の表記法を用いると、空間時間自己帰帰モデル (Space-Time Autoregressive Model, 以後, STAR

Fig. 1 Two dimensional systems

モデルと呼ぶ) は次式で与えられる¹⁰⁻¹².

$$\mathbf{Z}(t) = \sum_{k=1}^p \sum_{u=0}^{h_k} \phi_{ku} W^{(u)} \mathbf{Z}(t-k) + \mathbf{e}(t) \quad (3)$$

ただし,

$$E[\mathbf{e}(t)] = \mathbf{0}$$

$$E[\mathbf{e}(t)\mathbf{e}(t+s)^T] = \begin{cases} \sigma_e^2 I_N & s=0 \text{ のとき} \\ \mathbf{0} & s \neq 0 \text{ のとき} \end{cases}$$

である. ここに, $\mathbf{0}$ は零ベクトル, $\mathbf{0}$ は零マトリックスを示す. また, h_k は k 次の自己回帰項における空間次数を表わす.

2.3 空間時間自己相関関数と空間時間偏自己相関関数

空間遅れ次数 u と v , 時間遅れ次数 s の共分散とは, ある場所 i から空間的に u 次離れた場所群の重み付けられた系列 $\{L^{(u)} z_i(t), t=1, 2, \dots, M; M \text{ はデータ長}\}$ と同じ場所 i から空間的に v 次離れた場所群の時間遅れ s を持つ重み付けられた系列 $\{L^{(v)} z_i(t+s), t=1, 2, \dots, M-s\}$ の間の共分散を意味し, これらの共分散をすべての場所について平均したものを空間時間共分散関数 $\gamma_{uv}(s)$ と言い,

$$\begin{aligned} \gamma_{uv}(s) &= E \left[\sum_{i=1}^N \frac{L^{(u)} z_i(t) \cdot L^{(v)} z_i(t+s)}{N} \right] \\ &= E \left[\frac{[W^{(u)} \mathbf{Z}(t)]^T [W^{(v)} \mathbf{Z}(t+s)]}{N} \right] \\ &= \text{tr} \left\{ \frac{W^{(v)} W^{(u)} \Gamma(s)}{N} \right\} \quad (4) \end{aligned}$$

で表わされる. ここで, $E[z_i(t)] = 0$ ($i=1, 2, \dots, N$) とし, $\Gamma(s) = E[\mathbf{Z}(t)\mathbf{Z}(t+s)^T]$ である. $\Gamma(s)$ の推定値 $\hat{\Gamma}(s)$ は,

$$\hat{\Gamma}(s) = \frac{1}{M-s} \sum_{i=1}^{M-s} \mathbf{Z}(t)\mathbf{Z}(t+s)^T \quad (5)$$

から得られるので, (4) 式で示される空間時間共分散関数の推定値 $\hat{\gamma}_{uv}(s)$ は次式より計算される.

$$\begin{aligned} \hat{\gamma}_{uv}(s) &= \frac{1}{N(M-s)} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{M-s} \left\{ \sum_{j=1}^N w_{ij}^{(u)} z_j(t) \sum_{j=1}^N w_{ij}^{(v)} z_j(t+s) \right\} \quad (6) \end{aligned}$$

以上述べた空間時間自己共分散関数を用いると, 空間的に u 次離れた場所群と空間的に v 次離れた場所群の, かつ時間遅れが s である空間時間自己相関関数 (Space-time autocorrelation function) $\rho_{uv}(s)$ の推定値 $\hat{\rho}_{uv}(s)$ は

$$\hat{\rho}_{uv}(s) = \frac{\gamma_{uv}(s)}{\sqrt{\gamma_{uu}(0) \gamma_{vv}(0)}} \quad (7)$$

から計算される. ここで,

$$\begin{aligned} \hat{\gamma}_{uv}(s) &= \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^{M-s} \left\{ \sum_{j=1}^N w_{ij}^{(u)} z_j(t) \right\} \left\{ \sum_{j=1}^N w_{ij}^{(v)} z_j(t+s) \right\} \\ \hat{\gamma}_{uu}(0) &= \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^M \left\{ \sum_{j=1}^N w_{ij}^{(u)} z_j(t) \right\}^2 \\ \hat{\gamma}_{vv}(0) &= \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^M \left\{ \sum_{j=1}^N w_{ij}^{(v)} z_j(t) \right\}^2 \end{aligned}$$

である. しかし, 一般的には片方の空間次数を固定して考えればよく, したがって, $v=0$ とすると, $\rho_u(s) = \rho_{u0}(s)$ となり, この推定値 $\hat{\rho}_u(s)$ は次式より得られる.

$$\hat{\rho}_u(s) = \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^{M-s} \left\{ \sum_{j=1}^N w_{ij}^{(u)} z_j(t) \right\} z_i(t+s)}{\sqrt{\sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^M \left\{ \sum_{j=1}^N w_{ij}^{(u)} z_j(t) \right\}^2 \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^M z_i(t)^2}} \quad (8)$$

ここで, STAR モデル

$$\mathbf{Z}(t) = \sum_{k=1}^p \sum_{u=0}^{h_k} \phi_{ku} W^{(u)} \mathbf{Z}(t-k) + \mathbf{e}(t)$$

の両辺に $[W^{(r)} \mathbf{Z}(t-s)]^T$ を左から掛けた後, 両辺を N で割って期待値をとり,

$$\begin{aligned} E \left[\frac{[W^{(r)} \mathbf{Z}(t-s)]^T \mathbf{Z}(t)}{N} \right] &= \gamma_{r0}(s) \\ E \left[\frac{[W^{(r)} \mathbf{Z}(t-s)]^T W^{(u)} \mathbf{Z}(t-k)}{N} \right] &= \gamma_{ru}(s-k) \\ E \left[\frac{[W^{(r)} \mathbf{Z}(t-s)]^T \mathbf{e}(t)}{N} \right] &= 0 \end{aligned}$$

の関係を用いると

$$\gamma_{r0}(s) = \sum_{k=1}^p \sum_{u=0}^{h_k} \phi_{ku} \gamma_{ru}(s-k) \quad (9)$$

が得られる. ここで, $s=1, 2, \dots, p$, $r=0, 1, 2, \dots, h_k$ である. この式は空間時系列に対する Yule-Walker 方程式であり, $u=0, 1, 2, \dots, h_k$, $p=1, 2, \dots$ に対する連立方程式を解くことによって得られた最終項 ϕ_{ku} が時間遅れ k , 空間遅れ u の空間時間偏自己相関関数となる.

3. 時系列データのモデリング

3.1 空間時系列モデルによるモデリング

空間時間自己相関関数と空間時間偏自己相関関数は空間時間時系列に対して, 時間遅れ, 空間遅れが大きくなるにともなって, それぞれの関数の形状が tail off または cut off のいずれかに分類されるという特徴を持っている⁹⁻¹¹. したがって, 取得された時系列データよりこれらの関数を計算し, それらの形状の特徴から同定すべきモデルの型を決定することができる. cut off の場合

は、時間的および空間的に cut off されていると見なされる遅れの大きさを調べることによってモデルの次数を決定する。モデルの型と次数が決定されると次はパラメータを推定することになる。その方法として、基本的には、最小二乗法により得られたパラメータの初期推定値をもとに、最尤推定法により順次精度の高いパラメータを求めていく方法が一般的に用いられている。さらに、あてはめたモデルの妥当性を調べるための検定を行なうことによって、モデリングが終了する。時系列が STAR モデルに同定された場合は、データから計算された空間時間自己相関関数の推定値 $\hat{\gamma}_{ru}(s)$ とパラメータの線形結合よりなる Yule-Walker 方程式

$$\hat{\gamma}_{r0}(s) = \sum_{k=1}^p \sum_{u=0}^{h_k} \phi_{ku} \hat{\gamma}_{ru}(s-k) \quad (10)$$

を解くことによって、パラメータの初期推定値 ϕ_{ku} が得られる。ここで、 $s=1, 2, \dots, p$, $r=0, 1, 2, \dots, h_k$ である。このようにして得られた初期推定値は、データ数 M が十分大きい場合には、漸近的に最尤推定値になる。本研究では、実測データにあてはめられるモデルが STAR モデルとなるため、最尤推定法を用いず、(10) 式から得られる解をモデルのパラメータとする。このモデルにあてはめる時、推定すべきパラメータの個数は $p+h_1+h_2+\dots+h_p$ 個の自己回帰パラメータと $N \times N$ (空間遅れ次数の最大値) 個の重み係数となる。ただし、空間重み係数を変更する必要のない場合は、一度決定しておけばモデリングの際にその都度それを変更する必要がない。また、空間遅れ次数と空間重み係数は、考察領域の観測地点の個数および位置関係などを考慮して、時系列のモデリングの前に決められるので、空間遅れ次数の最大値はその処理より明らかになる。当然、 $h_1, h_2, \dots, h_p$ の最大値は空間遅れ次数の最大値より小さくなる。したがって、常時、推定しなければならないパラメータは、 $p+h_1+h_2+\dots+h_p$ 個の自己回帰パラメータのみとなる。

3.2 通常の時系列モデルによるモデリング

空間時系列モデルによる予測精度の検討のために、従来の時間遅れのみを考慮した時系列モデルによる予測を行なう必要がある。そこで、個々の観測点で取得された時系列データに観測点ごとに独立に 1 次元の自己回帰モデルをあてはめ、 N 個の 1 次元自己回帰モデルを作る。また、時刻 t において N 個の観測点で同時に取得されたデータを N 次元の観測値ベクトル $\mathbf{Z}(t)$ とし、 M 個のベクトルよりなる多次元時系列データ $\{\mathbf{Z}(t), t=1, 2, \dots, M\}$ に対して次の N 次元自己回帰モデルをもあてはめる。

$$\mathbf{Z}(t) = \sum_{j=1}^p \mathbf{A}_j \mathbf{Z}(t-j) + \mathbf{e}(t) \quad (11)$$

ここで、 p は自己回帰項の次数、 $\mathbf{A}_j$ は $N \times N$ の自己回帰パラメータよりなる行列である。したがって、推定すべきパラメータ数は $N \times N \times p$ となる。なお、 $N=1$ のときは、1 次元の自己回帰モデルとなる。これらのモデリングの際には、FPE 法や AIC 法を使用することができる^{9,14,15}。

4. 大気汚染質レベル値の空間時系列モデルへのあてはめ

ここでは、1979 年 9 月と 10 月の 2 か月間に Fig. 2 に示す徳島県東部の 7 か所で 1 時間ごとに観測された OX 濃度レベル値からなる時系列を空間時系列として取り扱い、それに空間時系列モデルをあてはめる。モデリングの際、空間遅れ次数と重み係数の決定方法は非常に重要であり、大気汚染質レベル値の予測問題では、観測場所間の位置関係や観測場所間の汚染質レベル値の相互関係などの物理特性を精度よく反映するように決定しなければならない。本論文では、従来の時系列モデルでは考慮することが出来なかったこれらの情報を取り入れた空間時系列モデルの作成法を提案する。さらに、風向きが予測精度に影響を与えることを考慮し、風向きから重みマトリックスを決定し、空間時系列モデルを構成する手法も合わせて提案する。

Fig. 2 Observation points

4.1 重みマトリックスの作成

Fig. 2 に示された 7 か所の観測場所の位置関係を考慮して空間遅れ次数を Table 1 に示すように決定し、それを用いて重みマトリックスを作成する。その簡単な方法としては、空間遅れ次数が同じである場所群には均

Table 1 The relation between observation points and spatial lag order

Point	Spatial lag order	Point group with first spatial lag order	Point group with second spatial lag order	Point group with third spatial lag order	Point group with fourth spatial lag order
Naruto		Matushige	Kitajima Kawauchi	Aizumi Tokushima	Komatushima
Matushige		Naruto Kitajima Kawauchi	Aizumi Tokushima	Komatushima	
Aizumi		Kitajima	Matushige Kawauchi Tokushima	Naruto Komatushima	
Kitajima		Matushige Aizumi Kawauchi Tokushima	Naruto Komatushima		
Kawauchi		Matushige Kitajima Tokushima	Naruto Aizumi Komatushima		
Tokushima		Kitajima Kawauchi Komatushima	Matushige Aizumi	Naruto	
Komatushima		Tokushima	Kitajima Kawauchi	Matushige Aizumi	Naruto

	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7
P1	0	1	0	0	0	0	1
P2	0.33	0	0	0.33	0.33	0	0
P3	0	0	0	1	0	0	0
P4	0	0.25	0.25	0	0.25	0.25	0
P5	0	0.33	0	0.33	0	0.33	0
P6	0	0	0	0.33	0.33	0	0.33
P7	1	0	0	0	0	1	0

(a) First order weighting matrix

	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7
P1	0	0	0	0.5	0.5	0	1
P2	0	0	0.5	0	0	0.5	0
P3	0	0.33	0	0	0.33	0.33	0
P4	0.5	0	0	0	0	0	0.5
P5	0.33	0	0.33	0	0	0	0.33
P6	0	0.5	0.5	0	0	0	0
P7	0	0	0	0.5	0.5	0	0

(b) Second order weighting matrix

	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7
P1	0	0	0.5	0	0	0.5	0
P2	0	0	0	0	0	0	1
P3	0.5	0	0	0	0	0	0.5
P4	0	0	0	0	0	0	0
P5	0	0	0	0	0	0	0
P6	1	0	0	0	0	0	0
P7	0	0.5	0.5	0	0	0	0

(c) Third order weighting matrix

	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7
P1	0	0	0	0	0	0	1
P2	0	0	0	0	0	0	0
P3	0	0	0	0	0	0	0
P4	0	0	0	0	0	0	0
P5	0	0	0	0	0	0	0
P6	0	0	0	0	0	0	0
P7	1	0	0	0	0	0	0

(d) Fourth order weighting matrix

Fig. 3 Equal scaled weighting matrix

等な重みをつける均等重みマトリックス法が用いられる場合が多く、Fig. 3にその場合の重みマトリックスを示す。

しかし、この重みマトリックスは、観測場所間の距離に関する情報は取り込んでいるが、汚染質レベル値の観測場所間の相互関係に関する情報を取り入れていない。そこで、距離情報と共にこの関係を考慮するために、本研究では、各々の観測場所から取得されたデータから場所間の相関係数を計算し、その比から重みマトリックスを決める方法を新しく用いる。まず、7か所の観測場所において予測を行なう日の前日までの1か月間に観測されたデータから、各観測場所の汚染質レベル値間の相関行列を求める。つぎに、ある観測場所に注目すると、Table 1に示す観測場所と空間遅れ次数との関係に基づいて、その場所と同じ空間遅れ次数を持つ観測場所群を選ぶ。そして、注目している場所とこれらの観測場所間の相関係数を用い、2.1で述べた重み係数が

持つ性質を満足し、しかも各観測場所の重み係数が観測場所間の相関係数の比になるように重み係数を決定する。

例として、松茂 (Matushige) に注目している場所群は鳴門 (Naruto)、北島 (Kitajima)、川内 (Kawauchi) の3か所となっており、松茂に対する鳴門、北島、および川内の相関係数がそれぞれ c_1 , c_2 , c_3 のときには、1次の重みマトリックス内の松茂に対する鳴門、北島、川内の重み係数をそれぞれ、 $c_1/(c_1+c_2+c_3)$, $c_2/(c_1+c_2+c_3)$, $c_3/(c_1+c_2+c_3)$ にすればよい。ここで使用した OX データに関しては、各観測場所間の相互相関係数が非常に大きく、しかもよく似た大きさであったので、この方法で求めた重みマトリックスは、均等重みマトリックスとよく似たものになっている。

ところで、大気の汚染状態は風の影響を非常に受けるので、高い精度の予測を行なうためには時系列モデルの中に風向きの情報を取り入れることが必要であり、さらに風向きは時刻とともに変化するので、時変系のモデルにすることが望ましい。そこで、風向きの情報を重みマトリックスに取り込み、その重みマトリックスを時刻によって変えることによって時変系のモデルを構成する方法を考察する。風向き、風速のデータは1時間ごとにて得られており、風向きは16方位に分けられている。しかし、これをそのまま空間時系列モデルに取り入れることは難しいので、本研究では次のような簡単な方法を採用

Table 2 Cross-correlation matrix computed from OX data of August classified by wind direction

(a) In case of north wind direction

Point	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7
P1	1.000	0.948	0.848	0.869	0.871	0.847	0.825
P2	0.948	1.000	0.898	0.909	0.912	0.893	0.863
P3	0.848	0.893	1.000	0.936	0.903	0.918	0.900
P4	0.869	0.909	0.936	1.000	0.914	0.922	0.882
P5	0.871	0.912	0.903	0.914	1.000	0.908	0.889
P6	0.847	0.893	0.918	0.922	0.908	1.000	0.937
P7	0.825	0.863	0.900	0.882	0.889	0.937	1.000

P1: Naruto P2: Matsushige P3: Aizumi P4: Kitajima
P5: Kawauchi P6: Tokushina P7: Komatushina

(b) In case of west wind direction

Point	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7
P1	1.000	0.793	0.625	0.582	0.604	0.595	0.664
P2	0.793	1.000	0.774	0.737	0.835	0.677	0.747
P3	0.625	0.774	1.000	0.789	0.789	0.681	0.708
P4	0.582	0.737	0.789	1.000	0.860	0.782	0.705
P5	0.604	0.835	0.789	0.860	1.000	0.770	0.751
P6	0.595	0.677	0.681	0.782	0.770	1.000	0.803
P7	0.664	0.747	0.708	0.705	0.751	0.803	1.000

P1: Naruto P2: Matsushige P3: Aizumi P4: Kitajima
P5: Kawauchi P6: Tokushima P7: Komatushima

する。まず、各時刻における風向き、風速をベクトルで表わし、モデリングに使用する1か月のデータから各時刻の平均風向きと風速を計算し、風向きを東西南北の4方向に分類する。ここで用いた9月のデータに関しては、ほとんどの場所で10時から18時までが北風、1時から9時までおよび19時から24時までが西風という結果が得られている。北風の期間および西風の期間のOXデータより計算した各観測場所間の相関行列をそれぞれTable 2 (a), (b)に示す。前述の方法を用い、これらの相関係数に基づいて作成した北風と西風の時の重みマトリックスをそれぞれFig. 4, Fig. 5に示す。

4.2 同定およびパラメータ推定

大気汚染質データは、一般に24時間1周期の周期性を持つ非定常時系列であるが、本研究で取り扱うモデルにあてはめるためには、時系列は定常でなければならない。非定常時系列より非定常成分を除去して定常時系列

	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7
P1	0	1	0	0	0	0	0
P2	0.34	0	0	0.33	0.33	0	0
P3	0	0	0	1	0	0	0
P4	0	0.25	0.25	0	0.25	0.25	0
P5	0	0.33	0	0.34	0	0.33	0
P6	0	0	0	0.33	0.33	0	0.34
P7	0	0	0	0	0	1	0

(a) First order weighting matrix

	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7
P1	0	0	0	0.5	0.5	0	0
P2	0	0	0.5	0	0	0.5	0
P3	0	0.33	0	0	0.33	0.34	0
P4	1	0	0	0	0	0	0
P5	0.33	0	0.34	0	0	0	0.33
P6	0	0.49	0.51	0.49	0.51	0	0
P7	0	0	0	0	0	0	0

(b) Second order weighting matrix

	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7
P1	0	0	0.5	0	0	0.5	0
P2	0	0	0	0	0	0	1
P3	0.49	0	0	0	0	0	0.51
P4	0	0	0	0	0	0	0
P5	0	0	0	0	0	0	0
P6	1	0	0	0	0	0	0
P7	0	0.49	0.51	0	0	0	0

(c) Third order weighting matrix

	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7
P1	0	0	0	0	0	0	1
P2	0	0	0	0	0	0	0
P3	0	0	0	0	0	0	0
P4	0	0	0	0	0	0	0
P5	0	0	0	0	0	0	0
P6	0	0	0	0	0	0	0
P7	1	0	0	0	0	0	0

(d) Forth order weighting matrix

Fig. 4 Weighting matrix based on coefficient of correlation in case of north wind direction

を作る前処理方法は多く提案されているが¹⁻³、ここでは最も簡単な方法、すなわち、1時間ごとに観測されたデータから各時刻の1か月間の平均値を求め、もとのデータより対応する時刻の平均値を差し引くという前処理を行なう。9月1か月間のOXデータについてこの前処理を行なった後、空間時間自己相関関数および空間時間偏自己相関関数を計算した結果をTable 3 (a), (b)に示す。これらの結果から、このデータに関しては、空間時間自己相関関数は時間遅れ、空間時間遅れともにtail offしており、また空間時間偏自己相関関数については、時間遅れ2次の後また空間遅れ2次の後cut offしていると思われる。したがって、同定されるモデルとしてSTAR (2₂₂)が適当になり、このモデルに対するYule-Walker方程式を解くことによってパラメータの推定値が得られる。均等マトリックスを用いた場合、このデータに対するパラメータの推定値は次のようになる。

$$\begin{aligned}\phi_{10} &= 0.873 & \phi_{11} &= 0.220 & \phi_{12} &= 0.243 \\ \phi_{20} &= -0.112 & \phi_{21} &= -0.166 & \phi_{22} &= -0.153\end{aligned}$$

	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7
P1	0	1	0	0	0	0	0
P2	0.34	0	0	0.31	0.35	0	0
P3	0	0	0	1	0	0	0
P4	0	0.23	0.25	0	0.27	0.25	0
P5	0	0.34	0	0.35	0	0.31	0
P6	0	0	0	0.33	0.33	0	0.34
P7	0	0	0	0	0	0	1

(a) First order weighting matrix

	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7
P1	0	0	0	0.49	0.51	0	0
P2	0	0	0.53	0	0	0.47	0
P3	0	0.35	0	0	0.35	0.3	0
P4	1	0	0	0	0	0	0
P5	0.28	0	0.37	0	0	0	0.35
P6	0	0.5	0.5	0	0	0	0
P7	0	0	0	0.5	0.5	0	0

(b) Second order weighting matrix

	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7
P1	0	0	0.51	0	0	0.49	0
P2	0.47	0	0	0	0	0	0.53
P3	0	0	0	0	0	0	0
P4	0	0	0	0	0	0	0
P5	1	0	0	0	0	0	0
P6	1	0	0	0	0	0	0
P7	0	0.51	0.49	0	0	0	0

(c) Third order weighting matrix

	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7
P1	0	0	0	0	0	0	1
P2	0	0	0	0	0	0	0
P3	0	0	0	1	0	0	0
P4	0	0	0	0	0	0	0
P5	0	0	0	0	0	0	0
P6	0	0	0	0	0	0	0
P7	1	0	0	0	0	0	0

(d) Fourth order weighting matrix

Fig. 5 Weighting matrix based on coefficient of correlation in case of west wind dissection

観測場所間の相関係数に基づいた重みマトリックスを用いた場合、および風向きを考慮した重みマトリックスを用いた場合についても同様にしてパラメータを推定する。なお、風向きを考慮する場合には、時刻によって風向きが変わるため、時刻ごとの風向きに対応した重みマトリックスを用いてモデリングを行なう必要がある。ここでは、前に述べたように風向きを統計的に処理して北風と西風の2方向に分けているので、北風の時刻と西風の時刻に分けて重みマトリックスを変えるようにしている。また、空間時系列モデルを用いた予測の精度検討のため、取得された時系列に対して各観測場所ごとに1次元自己回帰モデルをあてはめるとともに、7か所で同時に観測されたデータをベクトルとして取り扱う7次元自己回帰モデルも作成する。

5. 予測結果と考察

前述の空間時系列モデルを用いて7か所の観測場所における10月のOX濃度の予測を行ない、その結果と通常の1次元および7次元自己回帰モデルを用いた場合の

Table 3 Space-time autocorrelation function and space-time partial autocorrelation function computed from OX data of September

(a) Space-time autocorrelation function

Spatial lag order Time lag order	0	1	2	3	4
0	1.000	0.891	0.843	0.750	0.499
1	0.910	0.838	0.803	0.725	0.483
2	0.780	0.740	0.717	0.656	0.439
3	0.764	0.641	0.626	0.572	0.384
4	0.574	0.552	0.540	0.489	0.328
5	0.484	0.470	0.457	0.480	0.272

(b) Space-time partial autocorrelation function

Spatial lag order Time lag order	0	1	2	3	4
1	0.910	0.136	0.092	0.056	0.003
2	-0.236	-0.243	-0.153	-0.101	-0.093
3	0.021	0.014	0.023	-0.032	0.025
4	-0.031	-0.025	-0.030	-0.027	0.003
5	-0.004	-0.019	-0.074	-0.033	-0.006

予測結果を比較検討する。予測する日の前日までの30日間のデータからこれらのモデルを作り、各場所におけるOX濃度レベル値の1時間先の予測を行なう。たとえば、9月5日から10月4日までのデータでモデルを作り、10月5日の各時刻の濃度レベル値を予測する。Fig. 6に均等重みマトリックスを用いたSTAR(2₂₂)モデルによる川内の10月21日から23日までの1時間先の予測値と実測値を示す。また、Fig. 7に風向きを考慮した重みマトリックスを用いたSTAR(2₂₂)モデルに

Fig. 6 The predicted values at one hour in advance by STAR(2₂₂) model with equal scaled weighting matrix and actual values at Matsushige

Fig. 7 The predicted values at one hour in advance by STAR (2₂₂) model with weighting matrix considering wind direction and actual values at Kawauchi

よる松茂の1時間先の予測値と実測値を示す。これらの結果は、空間時系列モデルを用いてかなり良い精度で予測が出来ることを表わしている。

本研究で述べた各種モデルによる予測精度の比較検討を行なうため、つぎに示す誤差評価規範 J_i を各観測場所において計算し、予測誤差を定量化する。

$$J_i = \sum_{d=1}^{31} \sum_{t=1}^{24} \{z_i(d, t) - \hat{z}_i(d, t)\}^2 / 24 \quad (12)$$

ここに、 i は場所、 d は日、 t は時刻を表わす。すなわち、 $z_i(d, t)$ は場所 i の d 日 t 時の観測値、 $\hat{z}_i(d, t)$ はその時刻の予測値である。すべての場所において、STAR (2₂₂) モデルと1次元および7次元の自己回帰モデルから計算された J_i と各モデルに対するそれらの合計を Table 4 に示す。この結果から、ほとんどの場所で従来の時系列モデルによる予測よりも空間時系列モデルを用いたときの予測精度が良く、しかも、風向きを考慮した空間時系列モデルを用いた場合が最も精度良く予測できることが明らかになった。しかし、期待したほど予測精度の向上が得られていない。その原因として、簡単化のために風向きを4方向にのみに分けたこと、風の強さに

よる影響や場所間の地形的な問題などを考慮しなかったこと、さらには、統計的処理によって風向きと時刻の対応関係を決め、しかもその関係を固定しているため、予測時刻の風向きとモデルの風向きが異なる場合があるなどが考えられる。また、観測場所間の空間遅れ次数の変更によっても予測精度が変わるため、その次数の決定にも十分留意する必要がある。このような問題点は残っているが、これらの結果から、空間時系列モデルの大気汚染質レベル値予測への適用の妥当性が確認され、さらに、風向きを考慮した空間時系列モデルを用いた結果に予測精度の向上が見られており、この方法の有効性が確かめられている。

6. むすび

本論文では、空間的に広く関連していると考えられる大気汚染質レベル値に対して、空間時間時系列モデルを用いてその短期予測を試みた。空間時系列モデルには従来の時間遅れのみを考慮した時系列モデルにはなかった空間遅れという概念が取り入れられており、空間重みマトリックスを用いて各観測場所間の相互依存性を考慮出来るようにモデルが構成されている。本研究では、このマトリックスの決定方法として、従来から用いられてきた均等重みマトリックスのほかに、各場所間の相互相関を考慮して決める重みマトリックスを新しく用いた。特に、時刻により風向きが変化することに注目し、風向きにより変更可能な重みマトリックスを作成する方法を提案して、風向きの影響を空間時系列モデルに取り入れることを可能にした。数値例として、徳島県東部の7か所で観測されたデータに対して、空間時系列モデルと従来の時系列モデルを用いた場合の予測精度を比較検討した。その結果、空間時系列モデルの大気汚染質レベル値予測への適用の妥当性が確認され、本モデルが大気汚染質レ

ベル値予測問題に大きな手段になるものと思われる。今後、風向きの取り扱いを再検討するとともに、風向き以外の気象条件を考慮した空間時系列モデルを構成し、実データに適用することによって、その予測能力を検証する予定である。

参 考 文 献

- 1) Y. Sawaragi, T. Soeda, T. Yoshimura, S. Oe, Y. Chujo & H. Ishihara : The Prediction of Air Pollution Levels by Nonphysical Models Based on Kalman Filtering Method ; Trans. ASME Series G, Vol. 98, No. 4, pp. 375~386 (1976)
- 2) Y. Sawaragi, T. Soeda, T. Tamura, T. Yoshimura, S. Oe, Y. Chujo & H.

Table 4 Performance index J_i at each observation point and their total

Point Model	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	Total
Model 1	686.8	785.5	551.1	587.2	637.4	560.0	773.1	4881.1
Model 2	669.3	777.9	507.2	534.0	625.0	551.7	724.4	4389.5
Model 3	668.3	689.7	501.8	526.0	625.1	531.3	721.9	4264.1
Model 4	667.6	689.2	499.5	525.6	607.8	530.9	725.2	4245.8

P1 : Naruto P2 : Matsushige P3 : Aizumi P4 : Kitajima
P5 : Kawavchi P6 : Tokushima P7 : Komatushima
Model 1 : One dimensional AR model
Model 2 : Seven dimensional AR model
Model 3 : STAR (2₂₂) model using equal scaled weighting matrix
Model 4 : STAR (2₂₂) model considering wind direction

- Ishihara : Statistical Prediction of Air Pollution Levels Using Nonphysical Models ; Automatica, Vol. 15, No. 4, pp. 375~386 (1979)
- 3) 大恵, 添田 : 大気汚染質データの预处理と自己回帰モデルによる短期予測 ; 徳島大学工学部研究報告, 23 巻, pp. 9~20 (1977)
- 4) 松本, 広崎, 進藤, 間島, 渡辺 : 光化学オキシダントの広域移流現象における統計モデル ; 第 27 回大気汚染学会講演要旨集, p. 275 (1986)
- 5) H. Tamura & T. Kondo : Large-Spatial Pattern Identification of Air Pollution by a Combined Model of Source-Receptor Matrix and Revised GMDH ; IFAC Symposium on Environmental Systems Planning, Design and Control, Kyoto, pp. 373~380 (1977)
- 6) 井上, 星, 田栗, 浅井, 多賀 : NOx 濃度 (1 時間値) データに関する統計的解析 ; 文部省「環境科学」特別研究研究報告書 (B-165-R-53-2), pp. 80~93 (1983)
- 7) 樋口, 柳本, 尾崎 : 一般大気環境に対する固定監視システムの観測データの統計的観察 ; 文部省「環境科学」特別研究研究報告書 (B-165-R-53-2), pp. 94~104 (1983)
- 8) R. J. Bennett : Spatial Time Series, Pilon Limited (1979)
- 9) 赤池, 中川 : ダイナミックシステムの統計的解析と制御, サイエンス社 (1972)
- 10) P. E. Pfeifer & S. J. Deutsch : A Three Stage Iterative Procedure for Space-Time Modeling ; Technometrics, Vol. 22, No. 1, pp. 35~47 (1980)
- 11) P. E. Pfeifer & S. J. Deutsch : Identification and Interpretation of First Order Space-Time ARMA Models ; Technometrics, Vol. 22, No. 3, pp. 397~408 (1980)
- 12) P. E. Pfeifer & S. J. Deutsch : Stationary and Invertibility Regions for Low-Order STARMA Models ; Communications in Statistics, Vol. B 9, No. 5, pp. 551~562 (1980)
- 13) G. E. P. Box & G. M. Jenkins : Time Series Analysis, Forecasting and Control, Holden Day (1970)
- 14) 赤松 : 情報量基準 AIC とは何か ; 数理科学, Vol. 153, pp. 5~11 (1976)
- 15) 添田, 中溝, 大松 : 信号処理の基礎と応用, 日新出版 (1979)