シミュレーティッド・アニーリング法による フロー・ショップ・スケジューリング*

石 淵 久 生**・田 村 亮 二**・田 中 英 夫**

Flow Shop Scheduling by Simulated Annealing*

Hisao ISHIBUCHI**, Ryoji TAMURA** and Hideo TANAKA**

In this paper, we apply the simulated annealing algorithm to the flow shop scheduling problem with an objective of minimizing the makespan and show its power as an approximate algorithm by the numerical experiment on randomly generated test problems. In the numerical experiment, we compare the simulated annealing algorithm with the other approximate algorithms including the RAES algorithm proposed by Dannenbring, its slightly modified algorithm, a random search algorithm and a local search algorithm. We also show that the performance of the simulated annealing algorithm depends on the choice of a neighborhood structure.

1. 緒 言

近年, 組合せ最適化問題に対する有効な解法として, Kirkpatrick ら¹ および Cerny² により提案されたシミュレーティッド・アニーリング法 (SA 法) が注目を集めている. SA 法は局所探索を基本としているが, 目的関数の値が悪くなる状態への状態推移も確率的に許すことにより, 局所最適解に陥ることなく, 大域的最適解に近い良好な解を求めることのできる方法であるとされている. いま, 目的関数 f の最小化を考えれば, 状態 x から状態 y への推移確率は, 次の受理確率により与えられる.

$$p(x \rightarrow y) = \min \left\{ 1, \exp \left(\frac{f(x) - f(y)}{c} \right) \right\} \quad (1)$$

すなわち, $f(x) \geq f(y)$ のときは常に状態 y は受理され, $f(x) < f(y)$ のときは (1) 式の指数関数部分により与えられる確率で状態 y が受理される. ここで c は, 物理的な焼きなまし (Annealing) における温度に対応した正の制御変数である. この c の値が大きい状態では, ほとんどすべての状態が受理され, c の値が非常に小さい状態では, 目的関数の値が増加する状態はほとん

ど受理されない. SA 法では, 局所最適解に陥ることなく最適解に近い良好な解を得るため, 高温の状態から c の値を徐々に小さくするという方法が取られている¹. このとき, 制御変数 c の初期値と減少方法がある条件を満たせば, SA 法により確率 1 で最適解が得られることが, Geman & Geman³ により証明されている. さらに, SA 法により確率 1 で最適解が得られるための必要十分条件が, Hajek⁴ により示されている.

SA 法は, プログラム化が容易であることと, 問題領域に対する深い知識が不要であることから, 多くの組合せ最適化問題に応用されている^{5,6}. また, 非線形計画問題の最適化手法としての一般化^{7,8} も行なわれており, Matsuba⁹ では, Hopfield 回路^{10,11} への応用も示されている.

本研究では, 総処理時間最小化を目的としたフロー・ショップ・スケジューリング問題に対する近似解法としての SA 法の有効性を示すため, SA 法と従来の近似解法との比較を行なう. このとき, 比較対象の近似解法としては, Dannenbring¹² による RAES 法, RAES 法の改良手法, 初期値をランダムに与えた局所探索法, ランダム・サンプル・スケジューリング法などを用いた.

SA 法を用いたスケジューリング問題に関する研究としては, Laarhoven ら¹³ によるジョブ・ショップ・スケジューリング問題への適用が行なわれ, 従来の近似解法との比較が行なわれている. Laarhoven ら¹³ では, SA 法により従来の近似解法よりも良い解が得られるが,

* 原稿受付 1990. 3. 6

** 大阪府立大学 工学部 University of Osaka Prefecture ; Mozu-Umemachi, Sakai 591, JAPAN

Key Words : scheduling, simulated annealing, combinatorial optimization, computational analysis, approximate algorithm.

より多くの計算時間が必要であるという結果が得られている。しかし、現実の問題に適用するためには、事前に設定された計算時間内でのアルゴリズムの性能が問題となる。すなわち、ジョブ数が数10ジョブから100ジョブという大規模なフロー・ショップ・スケジューリング問題を、廉価なコンピュータを用いて解かなければならないという現実問題への応用を考えれば、少ない計算量でのアルゴリズムの性能が非常に重要な問題となる。そこで本研究では、計算時間を事前に設定できるSA法アルゴリズムを用いることにより、様々な計算時間でのSA法の性能を調べ、従来の近似解法との比較を行なう。

また、近傍構造の選び方がSA法の性能に大きな影響を与えるということが、Cerny²によりすでに指摘されている。そこで本研究では、三つの異なる近傍構造を用いたSA法の性能を評価することにより、近傍構造の選び方とSA法の性能との関係が明らかにする。

2. 問題の定式化とその近似解法

2.1 問題の定式化

フロー・ショップ・スケジューリング問題は、 m 個の工程により順に加工される n 個のジョブの加工順序を決める問題である。本研究では、すべての工程で同じ順序で n 個のジョブが加工されるとし、この加工順序をベクトル $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ で表わすことにする。ただし、要素 x_k は、 k 番目に加工されるジョブの番号を表わす。

工程 i におけるジョブ j の加工時間を $t_p(i, j)$ 、加工終了時間を $t_f(i, j)$ とすると、加工順序 $\mathbf{x}$ での総処理時間 $f(\mathbf{x})$ は次のように計算される¹⁴。

$$t_f(1, x_1) = t_p(1, x_1) \quad (2)$$

$$t_f(i, x_i) = t_f(i-1, x_i) + t_p(i, x_i) \\ \text{for } i = 2, 3, \dots, m \quad (3)$$

$$t_f(1, x_k) = t_f(1, x_{k-1}) + t_p(1, x_k) \\ \text{for } k = 2, 3, \dots, n \quad (4)$$

$$t_f(i, x_k) = \max\{t_f(i-1, x_k), t_f(i, x_{k-1})\} \\ + t_p(i, x_k) \\ \text{for } i = 2, \dots, m, k = 2, \dots, n \quad (5)$$

$$f(\mathbf{x}) = t_f(m, x_n) \quad (6)$$

すなわち、最終工程における最後のジョブの加工終了時間が総処理時間 $f(\mathbf{x})$ となる。

総処理時間最小化を目的としたフロー・ショップ・スケジューリング問題は、(2)～(6)式により計算される $f(\mathbf{x})$ が最小になるような n 個のジョブの加工順序 $\mathbf{x}$ を求める問題である。総処理時間の最小化を目的としたフロー・ショップ・スケジューリング問題は、2工程の場合では、Johnson¹⁵の方法により簡単に最適解を求めることができる。しかし、一般の多工程の場合では、特にジョブ数が増えると、最適解を求めることは非常に困難になる。そのため、多くの近似解法が提案されており、Dannenbring¹²によるRAES法が最も有効であるとされている^{12,16}。

2.2 DannenbringによるRAES法¹²

Dannenbring¹²は、ランダムに生成された数多くの問題例を解くことにより、彼自身の提案手法であるRAES法(Rapid Access with Extensive Search法)が、総処理時間最小化を目的としたフロー・ショップ・スケジューリング問題に対して非常に有効な手法であることを示した。

RAES法は、巧妙に初期解の設定を行なった局所探索法と見なすことができる。RAES法における初期解の設定は、RA法(Rapid Access法)と呼ばれる次のような方法により行なわれる。

(1) $j = 1, 2, \dots, n$ に対して、 $t'_p(1, j)$, $t'_p(2, j)$ を次式により定める。

$$t'_p(1, j) = \sum_{i=1}^m (m-i+1) \cdot t_p(i, j) \quad (7)$$

$$t'_p(2, j) = \sum_{i=1}^m i \cdot t_p(i, j) \quad (8)$$

(2) 第1工程の加工時間が $t'_p(1, j)$ であり、第2工程の加工時間が $t'_p(2, j)$ である2工程 n ジョブ問題に対し、Johnson¹⁵の方法を適用することにより得られるジョブの加工順序を $\mathbf{x}_{RA}$ とする。

このようにして得られる解 $\mathbf{x}_{RA}$ が、RAES法における初期解となる。RAES法では、この初期解を用いて局所探索が行なわれる。この局所探索は、次のような近傍構造に基づき行なわれる。

$$S_1(\mathbf{x}) = \{ \mathbf{y} = (x_1, \dots, x_{k-1}, x_{k+1}, x_k, \dots, x_n) \mid \\ k = 1, 2, \dots, n-1 \} \quad (9)$$

すなわち、解 $\mathbf{x}$ の近傍 $S_1(\mathbf{x})$ が隣接する2ジョブの交換により定義され、(9)式は x_k と x_{k+1} が交換されていることを表わしている。なお、近傍 $S_1(\mathbf{x})$ の濃度は $(n-1)$ である。近傍 $S_1(\mathbf{x})$ の濃度がジョブ数 n の1次のオーダーであることから、本研究では、近傍の大きさを表わすための添字1を用いている。

RA法により得られた解 $\mathbf{x}_{RA}$ と(9)式により定義された近傍構造 $S_1(\mathbf{x})$ を用いれば、RAES法は次のようなアルゴリズムとして表わすことができる。なお本研究では、近傍構造 S_1 を用いた方法であるということを明確にするため、Dannenbring¹²のRAES法を、今後RAES- S_1 法と呼ぶことにする。

【RAES-S₁ 法アルゴリズム¹²】Step 1 $x := x_{RA}$ とする.Step 2 次式を満たす y^* を求める.

$$f(y^*) = \min\{f(y) | y \in S_1(x)\} \quad (10)$$

Step 3 $f(y^*) < f(x)$ ならば, $x := y^*$ として Step 2 へ戻る. $f(y^*) \geq f(x)$ ならば計算を終了する.

2.3 RAES 法の改良

Dannenbring¹² の RAES-S₁ 法は, 小さな近傍構造を用いているため, 短い計算時間で実行することができる. また, 初期解の選び方が巧妙であるため, 短い計算時間で比較的良好な解を得ることができる. しかし, 計算時間に余裕がある場合では, より大きな近傍構造を用いることにより, RAES-S₁ 法よりも良い解を得ることができる.

ここでは, 任意に選ばれた 2 ジョブの交換に基づく近傍構造を用いることにより, Dannenbring¹² の RAES-S₁ 法の改良方法を示す.

近傍構造 S_1 は, 隣接する 2 ジョブの交換により定義されていたが, ここでは, 任意に選ばれた 2 ジョブの交換に基づく近傍構造 S_2 を次のように定義する.

$$S_2(x) = \{y = (y_1, \dots, y_n) | y \neq x \text{ and } x_j = y_j \text{ for at least } (n-2) \text{ } j's\} \quad (11)$$

このように定義された近傍 $S_2(x)$ の濃度は, ${}_nC_2 = n(n-1)/2$ であり, ジョブ数 n の 2 次のオーダーとなっている.

近傍構造 S_2 を用いれば, RAES-S₁ 法アルゴリズムの Step 2 における (10) 式は, 次のようになる.

$$f(y^*) = \min\{f(y) | y \in S_2(x)\} \quad (12)$$

本研究では, (12) 式を用いた RAES 法を RAES-S₂ 法と呼ぶことにする.

さらに, 任意に選ばれた 3 ジョブの交換に基づく近傍構造 S_3 を, 2 ジョブの交換により生成される近傍構造 S_2 を包含するように, 次のように定義する.

$$S_3(x) = \{y = (y_1, \dots, y_n) | y \neq x \text{ and } x_j = y_j \text{ for at least } (n-3) \text{ } j's\} \quad (13)$$

このように定義された近傍 $S_3(x)$ の濃度は, ${}_nC_2 + 2{}_nC_3 = n(n-1)/2 + 2n(n-1)(n-2)/6$ であり, ジョブ数 n の 3 次のオーダーとなっている.

理論的には, (13) 式による近傍構造 $S_3(x)$ を用いれば, RAES-S₁ 法や RAES-S₂ 法よりもよい解が得られると考えられる. しかし, 計算時間の点で現実的ではないため, 本研究では RAES-S₃ 法への拡張は行わないことにする.

2.4 局所探索

RAES-S₁ 法および RAES-S₂ 法では, 初期解の設定を RA 法と呼ばれる方法で行なった. しかし, 一般の組合せ最適化問題では, RA 法のような巧妙な初期解の設定方法が存在しない場合も多い. そのような場合では, 次に示す局所探索アルゴリズムを利用可能な計算時間内で繰り返すことにより, 良好な解を得ることができる.

【局所探索アルゴリズム】Step 1 初期解 x をランダムに設定する.Step 2 次式を満たす y^* を求める.

$$f(y^*) = \min\{f(y) | y \in S(x)\} \quad (14)$$

Step 3 $f(y^*) < f(x)$ ならば, $x := y^*$ として Step 2 へ戻る. $f(y^*) \geq f(x)$ ならば計算を終了する.

なお, 近傍構造としては, (9) 式による $S_1(x)$ および (11) 式による $S_2(x)$ を用いることにする.

3. Simulated Annealing 法

SA 法を組合せ最適化問題の近似解法として用いる場合, 次のようなことが問題となる.

(1) 近傍構造の選び方

(2) 制御変数 c の冷却スケジュール, すなわち, 制御変数 c の初期値, 減少方法および最終値の選び方

本研究では, 近傍構造として 2. で示した三つの近傍構造を用い, 近傍構造の選び方と SA 法の性能との関係を調べることにする.

一方, 制御変数 c の冷却スケジュールとしては, Lundy ら¹⁷ により提案された方法を用いた. Lundy ら¹⁷ による冷却スケジュールを用いた SA 法アルゴリズムは, 次のように表わすことができる.

【SA 法アルゴリズム：繰り返し数 N 】Step 1 初期解 x をランダムに設定する.

$$i := 0, c_i := c_0 \text{ とする.}$$

Step 2 近傍 $S(x)$ の中から候補解 y をランダムに選び出す.Step 3 $f(y) \leq f(x)$ ならば, $x := y$ とする.

$f(y) > f(x)$ の場合は, 次式が成り立つときにのみ $x := y$ とする.

$$\text{RND}[0, 1) < \exp\left(\frac{f(x) - f(y)}{c_i}\right) \quad (15)$$

ただし, $\text{RND}[0, 1)$ は, 区間 $[0, 1)$ 内の一様乱数である.

Step 4 $c_{i+1} := c_i / (1 + \beta c_i)$ とする.Step 5 $i := i + 1$ とする.

Step 6 $i = N$ ならば、計算を終了する。 $i < N$ ならば、Step 2 へ戻る。

ここで、 c_0, β, N は、事前に設定しなければならないパラメータである。

なお、Lundy ら¹⁷ では明示されていないが、Step 4 における制御変数の減少関数は、次のように書き換えることができる。

$$c_{i+1} = c_0 / (1 + (i+1)\beta c_0) \quad (16)$$

したがって、制御変数の最終値 c_f は次のようになる。

$$c_f = c_0 / (1 + N\beta c_0) \quad (17)$$

このとき、 c_0 が十分に大きいときには、近似的に次式が成り立つ。

$$c_f \approx 1 / N\beta \quad (18)$$

本研究では、現実問題への適用の容易さという点を重視し、Lundy ら¹⁷ により提案された冷却スケジュールを用いた。具体的には、以下のような理由による。

(1) アルゴリズムの単純さ

アルゴリズムが単純であるので、プログラム化が容易である。

(2) パラメータ設定の容易さ

上述のアルゴリズムにおける制御変数 c の値の変化を図示すると、Fig. 1 のようになる。この図からわかるように、制御変数 c はその値が大きいときには非常に早く減少するため、初期値 c_0 を十分に大きく取ることができる。また、アルゴリズムの繰り返し数 N は利用可能な計算時間により規定される。したがって、問題となるのは、パラメータ β の値のみである。 β の値は、 $f(x) < f(y)$ のとき、次の受理確率が 0 に近い値になるように、(18) 式を用いて選べばよい。

$$p(x \rightarrow y) = \min \left\{ 1, \exp \left(\frac{f(x) - f(y)}{c_f} \right) \right\} \quad (19)$$

なお、 $f(x) < f(y)$ のときの受理確率は、

Fig. 1 Shape of the decrement function

$$c_{i+1} = c_i / (1 + \beta c_i) \text{ where } c_0 = 10000$$

Fig. 2 Shape of the acceptance probability $\exp(-\Delta f/c)$ where $\Delta f = f(y) - f(x)$

$$p(x \rightarrow y) = \exp(-\Delta f/c) \quad (20)$$

$$\Delta f = f(y) - f(x) \quad (21)$$

と表わすことができ、これを $\Delta f = 1, 2, 5, 10$ として図示すれば Fig. 2 のようになる。

(3) 短い計算時間内での実行可能性

上述のアルゴリズムでは、アルゴリズムの繰り返し数 N を事前に任意の回数に設定できる。このため、非常に短い計算時間内での実行も可能であり、他の近似解法と計算時間を同一にした比較が可能となる。

本研究では、上述の理由により、Lundy ら¹⁷ による冷却スケジュールを用いた。Lundy ら¹⁷ による冷却スケジュールを用いた SA 法に関する研究としては、Eglese ら¹⁸ による時間割り作成問題への応用がある。

冷却スケジュールは、SA 法の性能に非常に大きな影響を与えるため、様々な方法が提案されている（詳しくは、Laarhoven ら⁵ などを参照）。したがって、本研究で対象としているフロー・ショップ・スケジューリング問題に対して最も適した冷却スケジュールを調べることも、非常に重要な問題であり、今後の課題である。

4. 数値実験の結果

4.1 実験条件

工程数を 10 工程とし、総ジョブ数を 20, 40 および 60 とした 3 種類の規模の問題を対象に、それぞれ 10 個の問題例を作成した。このとき、加工時間は、区間 $[1, 99]$ 内の整数値とし、これを一様乱数で与えた。このような条件のもとで作成された 30 個の問題例に対し、次のような方法を適用した。

- (1) ランダム・サンプル・スケジューリング法 (RSS 法)
- (2) Dannenbring¹² による RAES 法 (RAES- S_1 法)

- (3) 近傍構造 S_2 を用いた RAES 法 (RAES- S_2 法)
- (4) 近傍構造 S_1 を用いた局所探索 (LS- S_1 法)
- (5) 近傍構造 S_2 を用いた局所探索 (LS- S_2 法)
- (6) 近傍構造 S_1 を用いた SA 法 (SA- S_1 法)
- (7) 近傍構造 S_2 を用いた SA 法 (SA- S_2 法)
- (8) 近傍構造 S_3 を用いた SA 法 (SA- S_3 法)

これらの手法の比較のため、ランダム・サンプル・スケジューリング法において 50,000 回のランダム・サンプルにより得られた解 x_{RSS} を基準として、他の手法で得られた解 x の性能を表わす相対的総処理時間 $g(x)$ を、次のように定めた。

$$g(x) = 100 \cdot f(x) / f(x_{RSS}) \quad (22)$$

ここで $f(x)$ は、解 x に対応した総処理時間である。

4.2 SA 法のパラメータの設定

3. で示した Lundy¹⁷ により提案された冷却スケジュールを用いた SA 法において、パラメータの具体的な設定は、以下のように行なった。

(1) 繰り返し数 N

SA 法と他の手法との比較を行なうため、SA 法アルゴリズムの繰り返し数 N を、200~50,000 回の間の種々の値に設定し、アルゴリズムの実行を行なった。

(2) 制御変数 c の初期値 c_0

制御変数 c の初期値 c_0 は、次の条件を満たすように、 $c_0 = 10000$ とした。

$$c_0 \geq \max_y \{f(y) - f(x) | y \in S(x)\} \quad (23)$$

この条件のもとでは、 $f(x) < f(y)$ の場合でも次の受理確率が 1 に近い値となり、ほとんどすべての状態が受理される。

$$p(x \rightarrow y) = \min \left\{ 1, \exp \left(\frac{f(x) - f(y)}{c_0} \right) \right\} \quad (24)$$

(3) パラメータ β

パラメータ β の値は、 $c_f \approx 1.0$ となるように、(18) 式を用いて、 $\beta = 1/N$ とした。実際、 $c_0 = 10000$ 、 $N = 200 \sim 50000$ 、 $\beta = 1/N$ のとき、制御変数の最終値 c_f は、約 1.0 という値となった。Fig. 2 より、 $c_f = 1.0$ のときには、目的関数値が増加する状態への状態推移はほとんど起こらないことがわかる。

4.3 近傍構造と SA 法の性能との関係

近傍構造の選び方と SA 法の性能との関係を調べるため、2. で示した三つの近傍構造を用いた SA 法を、4.1 で示した条件のもとで生成された 30 個の問題例に対し適用した。このとき、アルゴリズムの繰り返し数 N は、1,000 回、5,000 回、10,000 回、20,000 回および 50,000 回とした。このような設定で得られた解の相対的総処理時間の平均を問題の規模ごとに Table 1 に示す。

Table 1 Average relative makespan obtained by simulated annealing algorithms with different neighborhood structures

Method	No. of iterations (N)	Average relative makespan		
		20-job problem	40-job problem	60-job problem
RSS	50,000	100.00	100.00	100.00
SA- S_1	1,000	103.98	103.96	102.72
SA- S_2	1,000	96.71	94.66	95.36
SA- S_3	1,000	97.67	96.22	96.19
SA- S_1	5,000	99.08	101.09	99.83
SA- S_2	5,000	95.08	93.08	93.64
SA- S_3	5,000	95.20	94.18	94.35
SA- S_1	10,000	97.91	98.70	99.28
SA- S_2	10,000	95.03	92.86	93.74
SA- S_3	10,000	94.72	93.15	93.74
SA- S_1	20,000	97.23	96.95	96.73
SA- S_2	20,000	94.19	92.46	93.10
SA- S_3	20,000	94.40	92.93	93.32
SA- S_1	50,000	96.86	94.62	94.63
SA- S_2	50,000	94.06	92.07	92.77
SA- S_3	50,000	94.04	92.54	93.19

Table 1 から、次のようなことがわかる。

(1) 近傍構造 S_2 を用いた SA 法 (SA- S_2 法) と近傍構造 S_3 を用いた SA 法 (SA- S_3 法) により、近傍構造 S_1 を用いた SA 法 (SA- S_1 法) よりも良い解が得られている。

(2) 20 ジョブ問題では、近傍構造 S_2 を用いた SA 法 (SA- S_2 法) と近傍構造 S_3 を用いた SA 法 (SA- S_3 法) により、ほぼ同程度の解が得られている。

(3) 40 ジョブ問題と 60 ジョブ問題では、近傍構造 S_2 を用いた SA 法 (SA- S_2 法) により、近傍構造 S_3 を用いた SA 法 (SA- S_3 法) よりもやや良好な解が得られている。

4.4 局所探索との比較

SA 法と局所探索との比較を同一計算量のもとで行なうため、計算量の基準として総処理時間 $f(x)$ の計算回数を考え、これを 50,000 回とした。すなわち、SA 法では、アルゴリズムの繰り返し数 N を 50,000 とし、局所探索では、50,000 回の計算回数内で初期値をランダムに選びアルゴリズムの繰り返しを行なった。

このような設定のもとで得られた解の相対的総処理時間の平均を、Table 2 に示す。Table 2 より、次のようなことがわかる。

(1) SA 法により、同一近傍構造かつ同一計算量の局所探索よりも良い解が得られている。これは、SA 法により、局所最適解に陥ることなく良好な解が得られることを示している。

Table 2 Average relative makespan obtained by simulated annealing algorithms and local search algorithms

Method	Average relative makespan		
	20-job problem	40-job problem	60-job problem
LS- S_1	99.03	99.83	99.77
SA- S_1	96.86	94.62	94.63
LS- S_2	94.96	93.73	94.53
SA- S_2	94.06	92.07	92.77

(2) 局所探索においても、近傍構造 S_2 を用いるほうが近傍構造 S_1 を用いるよりも良い解が得られる。

4.5 RAES 法との比較

ここでは、RAES- S_1 法および RAES- S_2 法と SA- S_2 法との比較を行なう。局所探索の場合と同様に、RAES- S_1 法および RAES- S_2 法の計算量の基準として、総処理時間 $f(x)$ の計算回数を考えることにする。RAES- S_1 法および RAES- S_2 法を用いて、4.1 で設定した 30 個の問題を解いたときの総処理時間 $f(x)$ の計算回数を、Table 3 と Table 4 に示す。また、RAES- S_1 法、RAES- S_2 法および SA- S_2 法における計算回数と相対的総処理時間の平均との関係を Fig. 3~Fig. 5 に示す。なお、Fig. 3~Fig. 5 において、SA- S_2 の計算回数はアルゴリズムの繰り返し数 N であり、RAES- S_1 法および RAES- S_2 法の計算回数は、総処理時間 $f(x)$ の計算回数の平均である。

Fig. 3~Fig. 5 から、次のようなことがわかる。

- (1) RAES- S_1 法により、非常に少ない計算時間で比較的良好な解が得られている。
- (2) RAES- S_2 法により、RAES- S_1 法よりも良い解が

Table 3 The number of computations of makespan in the process of RAES- S_1 algorithm

Problem size	The number of computations		
	Average	Minimum	Maximum
20-job	139.7	20	248
40-job	387.1	118	703
60-job	714.9	296	1,417

Table 4 The number of computations of makespan in the process of RAES- S_2 algorithm

Problem size	The number of computations		
	Average	Minimum	Maximum
20-job	1,388	571	2,851
40-job	8,035	3,121	14,041
60-job	17,524	7,081	24,781

Fig. 3 The average relative makespan of 20-job problems

Fig. 4 The average relative makespan of 40-job problems

Fig. 5 The average relative makespan of 60-job problems

得られているが、計算回数が増加している。

(3) RAES- S_1 法と同程度の計算回数の SA- S_2 により、RAES- S_1 法と同程度の解が得られている。

(4) RAES- S_2 法と同程度の計算回数の SA- S_2 により、RAES- S_2 法と同程度の解が得られている。

(5) アルゴリズムの繰り返し数を多くすることにより、RAES- S_1 法や RAES- S_2 法よりも良い解が、SA- S_2 法により得られている。

(6) 200 回の SA- S_2 法の繰り返しで、50,000 回のランダム・サンプルにより得られた解よりも良い解が得られている。

5. 結 言

本研究では、総処理時間最小化を目的としたフロー・ショップ・スケジューリング問題に対するシミュレーティッド・アニーリング法 (SA 法) の有効性を示すため、Dannenbring¹² による RAES 法などの近似解法と SA 法との比較を数値実験により行なった。数値実験により、RAES 法などの近似解法と同程度の計算量の SA 法により、少なくとも同程度の解が得られることを示した。また、SA 法の計算量を増やせば、他の近似解法よりも良い解が得られることも示した。さらに、濃度の異なる三つの近傍構造を用いた SA 法に対する数値実験により、近傍構造の選び方と SA 法の性能との関係を明確にした。

本研究で用いた SA 法のアルゴリズムは、事前に繰り返し数を設定できるため、利用可能な計算時間内でアルゴリズムを終了させることができる。また、少ない計算量でも RAES 法などの近似解法と同程度の解が得られるため、利用可能な計算時間が短い場合でも有効であると考えられる。さらに、SA 法の計算時間は、繰り返し数が 50000 回の場合でも、PC-9801 VX 21 を用いた BASIC コンパイラによる計算で数時間程度 (20 ジョブ問題で約 2 時間、40 ジョブ問題で約 4 時間、60 ジョブ問題で約 6 時間) であるため、計算時間の点からも現実問題への適用が可能であると考えられる。

参 考 文 献

- 1) S. Kirkpatrick, C. D. Gelatt Jr. & M. P. Vecchi : Optimization by Simulated Annealing ; Science, Vol. 220, No. 4598, pp. 671~680 (1983)
- 2) V. Cerny : Thermodynamical Approach to the Traveling Salesman Problem : An Efficient Simulation Algorithm ; J. of Optimization Theory and Applications, Vol. 45, No. 1, pp. 41~51 (1985)
- 3) S. Geman & D. Geman : Stochastic Relaxation, Gibbs Distributions, and the Bayesian Restoration of Images ; IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. PAMI-6, No. 6, pp. 721~741 (1984)
- 4) B. Hajek : Cooling Schedules for Optimal Annealing ; Mathematics of Operations Research, Vol. 13, No. 2, pp. 311~329 (1988)
- 5) P. J. M. van Laarhoven & E. H. L. Aarts : Simulated Annealing : Theory and Applications, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht (1987)
- 6) E. H. L. Aarts & J. Korst : Simulated Annealing and Boltzmann Machines, John Wiley & Sons, Chichester (1989)
- 7) S. Geman & C. R. Hwang : Diffusions for Global Optimization ; SIAM J. of Control and Optimization, Vol. 24, No. 5, pp. 1031~1043 (1986)
- 8) I. O. Bohachevsky, M. E. Johnson & M. L. Stein : Generalized Simulated Annealing for Function Optimization ; Technometrics, Vol. 28, No. 3, pp. 209~217 (1986)
- 9) I. Matsuba : Optimal Simulated-Annealing Method Based on Stochastic-Dynamic Programming ; Physical Review A, Vol. 39, No. 5, pp. 2635~2642 (1989)
- 10) J. J. Hopfield & D. W. Tank : Computing with Neural Circuits : A Model ; Science, Vol. 233, pp. 625~633 (1986)
- 11) J. J. Hopfield & D. W. Tank : Neural Computation of Decisions in Optimization Problems ; Biological Cybernetics, Vol. 52, pp. 141~152 (1985)
- 12) D. G. Dannenbring : An Evaluation of Flow Shop Sequencing Heuristics ; Management Science, Vol. 23, No. 11, pp. 1174~1182 (1977)
- 13) P. J. M. van Laarhoven, E. H. L. Aarts & J. K. Lenstra : Job Shop Scheduling by Simulated Annealing, Operations Research (to appear)
- 14) 人見 : 生産管理工学 ; コロナ社, pp. 100~129 (1978)
- 15) S. M. Johnson : Optimal Two- and Three-Stage Production Schedules with Setup Times Included ; Naval Research Logistics Quarterly, Vol. 1, pp. 61~68 (1954)
- 16) 岡村, 山品 : フレキシブル生産システムの運用法 ; 精密機械, 48 巻, 2 号, pp. 190~197 (1982)
- 17) M. Lundy & A. Mees : Convergence of An Annealing Algorithm ; Mathematical Programming, Vol. 34, pp. 111~124 (1986)
- 18) R. W. Eglese & G. K. Rand : Conference Seminar Timetabling ; J. of Operational Research Society, Vol. 38, No. 7, pp. 591~598 (1987)