パラメータ誤差の予測による適応観測器の収束性の改善*

李 勇**・米澤 洋**・西村 行雄**

The Improvement of Adaptive Observer's Convergency
with the Prediction of Parameter Errors*

Yong Li**, Yoh YONEZAWA** and Yukio NISHIMURA**

1. はじめに

適応観測器の収束性の改善に関していくつかの研究報告が発表されており^{1,2}, ある程度の成果を収めた。しかし, 適応制御系の収束問題が数学的に解析できないため, 希望どおりの収束度の適応観測器を設計することはほとんど不可能である。適応観測器の構造が Kreisselmeier によって導かれた形式に基づく場合, 指数減衰的な収束性を有する調整則が提案された³。これはプラント入力の振幅や観測ノイズの影響を受けにくく, 収束性をかなり改善している。

本研究では Lüders-Narendra 形システム表現に基づく適応観測器のパラメータ調整則に出力誤差の近似微分項を導入することによりパラメータ誤差の収束性を改善する方法を提案する。本方法は固定ゲイン調整則を採用しており, 構成が簡単で, 計算時間が短い利点がある。計算機シミュレーションよりその有効性を示す。

2. 問題の記述

n 次 1 入力 1 出力未知プラント

$$y(s) = G(s)u(s) \quad (1)$$

に対し, Lüders-Narendra 型適応観測器の誤差方程式として, つぎの形のものを考える。

$$\begin{aligned} \dot{e}_1(t) &= -\lambda_1 e_1(t) + \Phi^T(t) \xi(t) \\ &= -\lambda_1 e_1(t) + (\hat{\theta}^T(t) - \theta^T) \xi(t) \end{aligned} \quad (2)$$

ここに, λ_1 は正の定数, $\xi(t)$ は利用可能なベクトル信号で, 適当なフィルタに $u(t)$ および $y(t)$ を入力したと

きの出力として構成される。 θ は制御対象の有界かつ未知なパラメータベクトル, $\hat{\theta}(t)$ は θ の適応推定値であり, 可調整なパラメータベクトル, $\Phi(t)$ は, $\Phi^T(t) = \hat{\theta}^T(t) - \theta^T$ なるパラメータ誤差である。パラメータを同定するために, 次のパラメータ調整則はよく用いられている。

$$\dot{\Phi}(t) = -\Gamma \xi(t) e_1(t) \quad (3)$$

ここでは, Γ は正定対角調整ゲイン行列である。この場合, 安定性を証明するためにリアプノフ関数の候補として (4) 式の正定なスカラー関数

$$V(t) = e_1^2(t) + \Phi^T(t) \Gamma^{-1} \Phi(t) \quad (4)$$

がよく取り上げられている。 $V(t)$ を微分すると,

$$\dot{V}(t) = -2\lambda_1 e_1^2(t) \quad (5)$$

となる。この式からわかるように, パラメータ誤差の収束速度は出力誤差 $e_1(t)$ だけの時間関数である。明らかに $e_1(t)$ が小さくなるにつれて, パラメータの収束は遅くなる。そこで, ここで (6) 式の調整則を提案する。

$$\dot{\Phi}(t) = -\Gamma \xi(t) e_1(t) - \rho \Gamma \xi(t) \Phi^T(t) \xi(t) \quad (6)$$

ここには, ρ は正の定数である。この場合, (4) 式のリアプノフ関数 $V(t)$ の微分は

$$\dot{V}(t) = -2\lambda_1 e_1^2(t) - 2\rho (\xi^T(t) \Phi(t))^2 \quad (7)$$

である。明らかにパラメータ誤差 $\Phi(t)$ が大きいほど, $V(t)$ の収束は速い。しかし, パラメータが未知なので, $\Phi(t)$ は未知関数である。実際の計算に当たって, (2) 式より, (8) 式のように $\Phi^T(t) \xi(t)$ のかわりに

$$\Phi^T(t) \xi(t) = \dot{e}_1(t) + \lambda_1 e_1(t) \quad (8)$$

を用いる。誤差 $e_1(t)$ の微分は (9) 式の近似微分式を使って $e_1(t)$ から発生できる。

$$w(s) = \frac{s}{Ts+1} e_1(s) \quad (9)$$

その場合のシステムの安定性も証明できる (付録参照)

* 原稿受付 1990. 11. 29

** 広島大学 工学部 Faculty of Engineering, Hiroshima University; Kagamiyama 1 chome, Higashi Hiroshima 724, JAPAN.

Key Words: Lüders-Narendra type adaptive observer, lyapunov principle, prediction, approximate derivation, computer simulation

3. 数値シミュレーション

プラントの伝達関数を

$$G(s) = \frac{s+3}{s^2+6s+10} \quad (10)$$

とし、さらに入力 $u(t) = \sin t + 2\sin 3t$, $\lambda_1 = 5$, $\gamma_i = 100$ ($i = 1 \sim 4$) とする。また、この $u(t)$ と出力 $y(t)$ を

Fig. 1 Comparison of the convergency between the presented scheme and standard one

Fig. 2 Comparison of the convergency when $\rho = 0.1$, $\rho = 0.2$ and $\rho = 0.3$

Fig. 3 Comparison of the convergency when $T = 0.01$ and $T = 1$

$1/(s+4)$ のフィルタをとおして $\xi(t)$ を構成する。従来の調整則を用いる場合と $\rho = 0.2$ の時、本論文に提案される調整則を用いる場合の収束速度の比較を Fig. 1 に示す。本方法の方は遥かに速いことが分かる。シミュレーションするとき、(9) 式の伝達関数を有する微分器を用いた。定数 ρ が大きくなれば、システムはオーバーシュートの特性を示す。 ρ が小さすぎると、従来の調整則と同じ特性になる。Fig. 2 にこれを示す。また、(9) の T が大きすぎると誤差信号がカットオフされ、同定結果が悪くなる。Fig. 3 にこれを示す。

4. おわりに

収束速度を改善する適応観測器の調整則を提案した。本方法のキーポイントはプラントと推定系の出力誤差の近似微分を導入して、パラメータ誤差を予測することによりその収束を速くすることである。

参考文献

- 1) 金井, 野口: 適応観測器の過渡特性の改善; 計測自動制御学会論文集, 15 巻, 2 号, pp. 159~164 (1979)
- 2) 市川: 時変連続系の適応同定; 計測自動制御学会論文集, 22 巻, 7 号, pp. 745~749 (1986)
- 3) 岩井ほか: 指数減衰の収束性を有する適応観測器; 計測自動制御学会論文集, 18 巻, 4 号, pp. 343~348 (1982)

付録

近似微分器がつぎのように記述できる。

$$\dot{\omega}(t) = \beta(e_1(t) - \omega(t)) \quad (A.1)$$

$$w(t) = \beta(e_1(t) - \omega(t)) \quad (A.2)$$

そうすると、(6), (8) と (9) 式によりパラメータ調整則は

$$\begin{aligned} \dot{\Phi}(t) &= -\Gamma \xi(t) e_1(t) - \rho \Gamma \xi(t) (w(t) \\ &\quad + \lambda_1 e_1(t)) \\ &= -\Gamma \xi(t) e_1(t) - \rho \Gamma \xi(t) [\beta(e_1(t) \\ &\quad - \omega(t)) + \lambda_1 e_1(t)] \end{aligned} \quad (A.3)$$

となる。リアプノフ関数を

$$\begin{aligned} V(t) &= \frac{1}{2} \{ [e_1(t) \ w(t)] \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1(t) \\ w(t) \end{bmatrix} \\ &\quad + \Phi^T(t) \Gamma^{-1} \Phi(t) \} \end{aligned} \quad (A.4)$$

$$\text{ただし } p_{11} > 0, p_{12} = p_{21}, p_{11} p_{22} > p_{12}^2 \quad (A.5)$$

と選ぶと、(A.3) 式により

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= [e_1(t) \ w(t)] \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{e}_1(t) \\ \dot{w}(t) \end{bmatrix} \\ &\quad + \Phi^T(t) \Gamma^{-1} \dot{\Phi}(t) \\ &= p_{11} e_1(t) [-\lambda_1 e_1(t) + \Phi^T(t) \xi(t)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + p_{12} \{ \beta e_1(t) (e_1(t) - \omega(t)) \\
& + \omega(t) (-\lambda_1 e_1(t) + \Phi^T(t) \xi(t)) \} \\
& + p_{22} \beta \omega(t) (e_1(t) - \omega(t)) + \\
& \Phi^T(t) \xi(t) [-\{1 + \rho(\beta + \lambda_1)\} e_1(t) + \rho \beta \omega(t)]
\end{aligned}$$

(A.6)

となる.

$$p_{11} = 1 + \rho(\beta + \lambda_1) \quad (\text{A.7})$$

$$p_{12} = -\rho \beta \quad (\text{A.8})$$

$$p_{22} = \rho(\beta + \lambda_1) \quad (\text{A.9})$$

を選ぶと,

$$\begin{aligned}
& p_{11} p_{22} - p_{12}^2 \\
& = [1 + \rho(\beta + \lambda_1)] \rho(\beta + \lambda_1) - (\rho \beta)^2 > 0
\end{aligned}$$

(A.10)

となり, (A.5) 式の条件が満足される. この場合,

$$\begin{aligned}
& \dot{V}(t) \\
& = -\lambda_1 (1 + \rho \lambda_1) e_1^2(t) - \rho \beta (\beta + \lambda_1) (e_1(t) - \omega(t))^2
\end{aligned}$$

(A.11)

となる. したがって, $V(t)$ はリアプノフ関数であり, システムは漸近安定である.